МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования**
**«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |
|  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | УТВЕРЖДАЮ: |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Директор |  |  |  |  |  | Гергель В.П. |
|  |  |  |  |  |  |  |
| « |  | » |  | 201 | 8 | г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Прикладной тензорный анализ** |
|  |
| Уровень высшего образования |
| **Бакалавриат** |
|  |
| Направление подготовки  |
| **01.03.02 «Прикладная математика и информатика»** |
|  |
| Направленность образовательной программы |
| **Математическое моделирование и вычислительная математика** |
|  |
| Квалификация (степень) |
| **Бакалавр** |
|  |
| Форма обучения |
| **очная** |
|  |

Нижний Новгород

2018

1. **Место и цели дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 «Прикладной тензорный анализ» относится к вариативной части ОПОП и является дисциплиной по выбору 4 семестра (2 курс, весенний семестр). Дисциплина продолжает общее математическое образование. Знания, полученные в этом курсе, используются при выполнении курсовых и выпускных работ, могут быть использованы в профессиональной деятельности. Слушатели должны владеть знаниями курсов «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия».

**Целями освоения дисциплины являются**:

* освоение понятий, операций и правил современного тензорного исчисления;
* формирование навыков алгебраических, дифференциальных, интегральных преобразований тензорных выражений, решения прикладных задач;
* закрепление полученных знаний и навыков по математическим дисциплинам на практических примерах.

При освоении дисциплины вырабатываются навыки применения математического аппарата для описания разнообразных физических явлений: умение логически мыслить, проводить анализ уравнений, получать решения и анализировать полученные результаты решения практических задач. Получаемые знания лежат в основе общего математического образования и необходимы для понимания и освоения математического аппарата, используемого в различных разделах механики, физики, естествознании.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

| **Формируемые компетенции**(код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций** |
| --- | --- |
| ОПК-1способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикойБазовый этап | У1 (ОПК-1) Уметь самостоятельно разобраться с современными математическими средствами, освоить и использовать их для решения практических задач естествознания.З1 (ОПК-1) Знать современные математические средства для математического моделирования и решения практических задач естествознания.В1 (ОПК-1) Владеть современными математическими средствами для математического моделирования и решения практических задач естествознания. |
| ОПК-4способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности Базовый этап | У1 (ОПК-4) Уметь использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления для решения стандартных задач профессиональной деятельности.З1 (ОПК-4) Знать основные понятия, операции и правила современного тензорного исчисления.В1(ОПК-4) Владеть навыками использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений естествознания. |
| ПК-1способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Базовый этап | У1(ПК-1) Уметь находить и интерпретировать достижения тензорного исчисления для математически корректных постановок естественнонаучных задач.З1 (ПК-1) Знать направления современных научных исследований тензорного исчисления.В1 (ПК-1) Владеть современными методами тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач. |
| ПК-2способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат Базовый этап | У1 (ПК-2) Уметь использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики.З1 (ПК-2) Знать постановки классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления.В1 (ПК-2) Владеть методами тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач. |

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

1. Знать: основные понятия, операции и правила тензорной алгебры и тензорного анализа в евклидовом трёхмерном пространстве (тензор произвольного ранга; алгебраические операции над тензорами: сложение, скалярное, векторное, тензорное умножение; свойства и характеристики тензоров 2-го ранга; тензорное поле; набла-оператор Гамильтона; дифференциальные операции; интегральные теоремы; тензорные функции тензорного аргумента и действия с ними). Студенты должны знать основные принципы и последовательность действий (в том числе и проверочных действий) при выполнении преобразований тензорных выражений и уравнений.
2. Уметь: использовать аппарат тензорное исчисление для математического моделирования механических, физических и естественнонаучных явлений и процессов.
3. Владеть: навыками применения аппарата тензорного исчисления для математически корректных постановок и решения естественнонаучных задач и классических задач математики и механики.
4. **Структура и содержание дисциплины**

Объем дисциплины составляет  2   зачетных единиц, всего   72   часа, из которых   48   часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (  32   часов занятия лекционного типа,   16   часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п),  24   часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),****форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего (часы)** | В том числе |
| --- | --- | --- |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы,** из них | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Занятия лабораторного типа** |  | **Всего** |
| Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная |  |  |  | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная |
| Введение | 4 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 2 |  |  |
| Тензорная алгебра | 21 |  |  | 10 |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |  |  | 16 |  |  | 5 |  |  |
| Дифференциальное исчисление | 15 |  |  | 6 |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |  |  | 5 |  |  |
| Интегральное исчисление | 14 |  |  | 6 |  |  | 3 |  |  |  |  |  |  |  |  | 9 |  |  | 5 |  |  |
| Приложения | 11 |  |  | 4 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 |  |  | 5 |  |  |
| Тензорные функции тензорного аргумента | 6 |  |  | 2 |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 3 |  |  | 3 |  |  |
| Обзор курса | 3 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 1 |  |  |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация   зачет** |

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение. Математическое моделирование. Евклидово ориентированное пространство. Системы координат. Инвариантность. Физические величины и их тензорные свойства. Скаляры, векторы, тензоры. Краткие исторические сведения.
2. Тензорная алгебра. Тензоры нулевого ранга – скаляры. Тензоры 1-го ранга – векторы (определение, полярные и аксиальные, сложение, умножение вектора на скаляр, линейное /векторное/ пространство, линейная зависимость векторов, базис и размерность векторного пространства, системы координат, скалярное, векторное, смешанное умножение векторов, координаты вектора, некоторые формулы векторной алгебры). Появление тензоров 2-го ранга (математическое, механическое: тензор инерции, тензор напряжений). Тензоры 2-го ранга (определения, алгебраические операции: транспонирование, сложение, умножения, двойные умножения, свойства и характеристики: след, векторный инвариант, определитель, единичный, обратный, взаимный, симметричный, антисимметричный, шаровой, девиатор, ортогональный, положительно определённый, собственные числа и собственные векторы, спектральное разложение, возведение в степень, теорема Гамильтона-Кэли, инварианты, тензорный базис, координаты тензора, преобразование координат, тензорный признак /теорема деления тензоров/, тензорная поверхность). Тензоры высших рангов (определения, тензор Леви-Чивиты, символы Леви-Чивиты, символы Риччи, изотропные, гиротропные).
3. Дифференциальное исчисление. Тензорное поле. Криволинейные системы координат. Радиус-вектор. Основной и взаимный базис. Набла-оператор Гамильтона. Градиент тензорного поля (скалярное, векторное, тензорное высшего ранга). Потенциальное поле. Линейный тензор деформации. Тензор спина. Вихрь векторного поля. Формула Гельмгольца. Вычисление градиента. Дивергенция тензорного поля. Соленоидальное поле. Вычисление дивергенции. Ротор (вихрь) векторного поля. Вычисление ротора. Двукратное дифференцирование. Оператор Лапласа. Тензор несовместимости. Дифференцирование базисных векторов. Символы Кристоффеля.
4. Интегральное исчисление. Формулы Стокса. Формулы Остроградского-Гаусса. Формулы Грина. Формулы Гаусса.
5. Приложения. Уравнения движения абсолютно твёрдого тела. Моделирование поведения сплошной среды.
6. Тензорные функции тензорного аргумента. Аналитические функции тензора 2-го ранга. Изотропные функции. Дифференцирование по тензорному аргументу. Производные от инвариантов тензора 2-го ранга.
7. Обзор курса. Подготовка к промежуточной аттестации.
8. **Образовательные технологии**

|  |
| --- |
| В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Активные и интерактивные формы,лекции, практические занятия, зачет. Из традиционных методов преподавания используется: лекция по теме. Из активных и интерактивных методов преподавания на занятиях семинарского типа используются: обсуждения различных точек зрения по некоторым темам и проблемам, дискуссии по спорным вопросам. В течение семестра студенты самостоятельно и на занятиях семинарского типа решают задачи по списку, предоставленному преподавателем. |

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

|  |
| --- |
| В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов.В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):* повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
* самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
* подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
* подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).
 |
| **Примеры заданий для самостоятельной работы**1. Найти , где ,  – тензоры второго ранга.
2. Доказать , где  – тензор второго ранга.
3. Вычислить интеграл по замкнутой поверхности , ограничивающей область , , где  – радиус-вектор,  – единичный вектор нормали к поверхности , внешний по отношению к области .
 |
|  |

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**
	1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Дисциплина направлена на развитие компетенций:

* Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
* Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-4);
* Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1);
* Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).

ОПК-1 Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| Не зачтено | зачтено |
| ЗНАТЬ: современные математические средства для математического моделирования и решения практических задач естествознания | Отсутствие знаний или фрагментарное знание концепций механики, математики и информатики | В целом успешное, но не систематическое знание концепций механики, математики и информатики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание концепций механики, математики и информатики | Успешное и систематическое знание концепций механики, математики и информатики |
| УМЕТЬ: самостоятельно разобраться с современными математическими средствами, освоить и использовать их для решения практических задач естествознания | Отсутствие умений или частично освоенное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания | В целом успешное, но не систематически освоенное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания | Сформированное умение работать с учебной литературой по разным отраслям естествознания |
| ВЛАДЕТЬ: современными математическими средствами для математического моделирования и решения практических задач естествознания | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки учебной работы; формулировать результат | Общие, но не структурированные навыки учебной работы; формулировать результат | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки учебной работы; формулировать результат | Сформированные систематические навыки учебной работы; формулировать результат |

ОПК-4 Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| Не зачтено | Зачтено |
| ЗНАТЬ: основные понятия, операции и правила современного тензорного исчисления | Отсутствие знаний или фрагментарное знание основных понятий, операций и правил современного тензорного исчисления | В целом успешное, но не систематическое знание основных понятий, операций и правил современного тензорного исчисления | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание основных понятий, операций и правил современного тензорного исчисления | Успешное и систематическое знание основных понятий, операций и правил современного тензорного исчисления |
| УМЕТЬ: использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления для решения стандартных задач профессиональной деятельности | Отсутствие умений или частично освоенное умение использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления | В целом успешное, но не систематически освоенное умение использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления | Сформированное умение использовать на практике математический аппарат современного тензорного исчисления |
| ВЛАДЕТЬ: навыками использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений естествознания | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений механики, физики, естествознания | Общие, но не структурированные навыки использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений механики, физики, естествознания | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений механики, физики, естествознания | Сформированные систематические навыки использования на практике аппарата современного тензорного исчисления для математического и численного моделирования различных явлений механики, физики, естествознания |

ПК-1 Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено |
| ЗНАТЬ: направления современных научных исследований тензорного исчисления | Отсутствие знаний или фрагментарное знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | В целом успешное, но не систематическое знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | Успешное и систематическое знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления |
| УМЕТЬ: находить и интерпретировать достижения тензорного исчисления для математически корректных постановок естественнонаучных задач | Отсутствие умений или частично освоенное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | В целом успешное, но не систематически освоенное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать о тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | Сформированное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики |
| ВЛАДЕТЬ: современными методами тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Отсутствие навыков или фрагментарные навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Общие, но не структурированные навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Сформированные систематические навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач |

ПК-2 Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | отлично |
| незачтено | зачтено |
| ЗНАТЬ: постановки классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | Отсутствие знаний или фрагментарное знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | В целом успешное, но не систематическое знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления | Успешное и систематическое знание постановок классических задач математики и механики с использованием тензорного исчисления |
| УМЕТЬ: использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | Отсутствие умений или частично освоенное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | В целом успешное, но не систематически освоенное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать о тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики | Сформированное умение использовать тензорное исчисление для математически корректных постановок естественнонаучных задач и классических задач математики и механики |
| ВЛАДЕТЬ: методами тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Отсутствие навыков или фрагментарные навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Общие, но не структурированные навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач | Сформированные систематические навыки использования на практике методов тензорного исчисления для математического моделирования теоретических и прикладных задач |

* 1. Описание шкал оценивания

В соответствии с учебным планом контроль усвоения студентами содержания дисциплины проводится в форме зачета.

На зачете определяется способность студента использовать полученные знания для решения практических задач.

|  |  |
| --- | --- |
| **Шкала оценок в соответствии со стандартом** | **Описание оценки** |
| Зачтено | Студент может объяснить алгоритм решения практической задачи, демонстрирует навыки использования современных методов тензорного исчисления |
| Не зачтено | Студент показывает неудовлетворительное знание схемы решения практической задачи, отсутствие навыков использования современных методов тензорного исчисления |

* 1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

* индивидуальное собеседование,
* письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

* практические контрольные задания.

Типы практических контрольных заданий:

* задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий,
* установление последовательности действий (описание алгоритма выполнения действия).
	1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

**Образец контрольной работы для оценки компетенции «ОПК-4»:**

**Вариант 1.**

Задание 2.

Преобразовать выражение .

**Вариант 2.**

Задание 2.

Преобразовать выражение .

**Вариант 3.**

Задание 2.

Преобразовать выражение .

**Образец контрольной работы для оценки компетенции «ПК-1»:**

**Вариант 1.**

Задание 3.

Решить уравнение .

**Вариант 2.**

Задание 3.

Решить уравнение .

Вариант 3.

Задание 3.

Решить уравнение .

**Образец заданий (оценочные средства), выносимые на зачет**

**Задания для оценки компетенции «ОПК-1»:**

1. Доказать . (ЗК14)
2. Преобразовать . (ЗК8)
3. Преобразовать . (ЗК18)

**Образец заданий для оценки компетенции «ОПК-4»:**

1. Доказать, что для любого симметричного тензора  и любых векторов  и  . (ЗК41а)
2. Доказать, что для любого антисимметричного тензора  и любых векторов  и  . (ЗК41б)
3. Доказать, что след любого антисимметричного тензора второго ранга равен нулю
. (ЗК42)

**Образец заданий для зачета для оценки компетенции «ПК-1»:**

1. Доказать, что главные инварианты двух взаимно обратных симметричных тензоров 2-го ранга связаны соотношениями: ; ; . (ЗК71)
2. Найти главные инварианты тензора . (ЗК72)
3. Чему равен третий инвариант антисимметричного тензора? (ЗК73)

 **Образец заданий для зачета для оценки компетенции «ПК-2»:**

1. 
2. 
3. 

**Вопросы для собеседования:**

Вопросы для оценки компетенции «ОПК-1»:

1. Физическое пространство.
2. Классификация физических величин.
3. Евклидово геометрическое пространство.
4. Векторное пространство.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное произведение векторов.
7. Смешанное произведение векторов.
8. Двойное векторное произведение векторов.
9. Линейная зависимость системы векторов.
10. Базис векторного пространства.
11. Координаты вектора в базисе (ковариантные и контравариантные координаты).
12. Действия с векторами в координатах.
13. Действия с векторами в декартовом ортонормированном базисе (декартовой прямоугольной системе координат)
14. Тензоры 0-ранга – скалярные величины.
15. Тензоры 1-ранга – векторные величины.
16. Полярные (истинные) и аксиальные (псевдовекторы) векторы.
17. Прямое декартово произведение.
18. Тензорное произведение векторных пространств.
19. Множество диад.
20. Тензоры 2-ранга и высших рангов.
21. Истинные и псевдовекторы тензоры.

Вопросы для оценки компетенции «ОПК-4»:

1. Транспонирование (перестановка) векторов полиад.
2. Скалярное произведение тензоров.
3. Векторное произведение тензоров.
4. Тензорное произведение тензоров.
5. Двойные произведения тензоров.
6. Многократные произведения тензоров.
7. Линейное отображение векторного пространства. Линейная форма.
8. Билинейная форма. Квадратичная форма.
9. Полилинейная форма.
10. След тензора 2-ранга.
11. Векторный инвариант тензора 2-ранга, вектор сопутствующий тензору 2-ранга.
12. Симметричный тензор 2-ранга.
13. Анти симметричный (кососимметричный) тензор 2-ранга.
14. Единичный (метрический) тензор 2-ранга.
15. Существование единичного тензора 2-ранга – диадное представление.
16. Доказательство единственности единичного тензора 2-ранга.
17. Шаровой тензор 2-ранга.
18. Девиатор.
19. Разложение симметричного тензора 2-ранга.
20. Разложение произвольного тензора 2-ранга.
21. Определитель (детерминант) тензора 2-ранга.

Вопросы для оценки компетенции «ПК-1»:

1. Обратный тензор 2-ранга.
2. Тензор алгебраических дополнений (взаимный тензор) 2-ранга.
3. Определитель суммы тензоров 2-ранга.
4. Ортогональный тензор 2-ранга.
5. Тензор поворота.
6. Теорема Эйлера.
7. Тензор инверсии.
8. Положительно определённый тензор 2-ранга.
9. Полярное разложение тензора 2-ранга.
10. Собственные числа (главные значения) и собственные векторы (главные оси, главные направления) тензора 2-ранга.
11. Характеристическое (определяющее, вековое) уравнение.
12. Равенство левых и правых собственных векторов.
13. Ортонормированность собственных векторов.
14. Главные инварианты тензора 2-ранга.
15. Спектральное разложение (канонический вид) тензора 2-ранга.
16. Возведение в степень тензора 2-ранга.
17. Теорема Гамильтона-Кэли.
18. Аналитические функции тензора 2-ранга.
19. Координаты тензора 2-ранга (ковариантные, контравариантные, смешанные координаты).
20. Координаты тензора произвольного ранга.
21. Тензор Леви-Чивиты, символы Леви-Чивиты, символы Риччи (символы перестановок).
22. Изотропные тензоры 4-ранга.

Вопросы для оценки компетенции «ПК-2»:

1. Тензорное поле.
2. Радиус-вектор и естественный базис евклидова пространства. Координатные линии и поверхности.
3. Набла-оператор Гамильтона.
4. Градиент тензорного поля.
5. Дивергенция тензорного поля.
6. Ротор (вихрь) тензорного поля.
7. Потенциальное векторное поле.
8. Соленоидальное векторное поле.
9. Безвихревое векторное поле.
10. Дифференцирование тензорных полей.
11. Двукратное дифференцирование тензорных полей.
12. Оператор Лапласа (лапласиан).
13. Тензор несовместимости.
14. Дифференцирование векторов естественного базиса. Символы Кристоффеля.
15. Интегрирование тензорных полей.
16. Формулы Стокса.
17. Формулы Остроградского-Гаусса.
18. Формулы Грина.
19. Формулы Гаусса.
20. Дифференцирование тензорных функций по тензорному аргументу.
21. Дифференцирование главных инвариантов тензора 2-ранга.

**Теоретические вопросы на зачете**

1. Полярные и аксиальные векторы.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.
4. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.
5. Скалярное, векторное, тензорное произведение тензоров.
6. Множественные произведения тензоров.
7. Свойства и характеристики тензоров 2-го ранга.
8. Тензорный базис. Координаты тензора в базисе.
9. Градиент, дивергенция, ротор тензорного поля.
10. Дифференцирование базисных векторов.
11. Интегральные формулы.

Аналитические функции тензора 2-го ранга.

* 1. **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ № 55-ОД от 13.02.2014,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ № 247-ОД от 10.06.2015.

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

1. Элементы тензорного исчисления в евклидовом пространстве: тензорная алгебра. Жидков А.В., Шабаров В.В. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 80 с.                                     (<http://www.unn.ru/books/met_files/ETCES.pdf>).
2. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости / А.И.Лурье. – М.: Наука, 1980. – 512 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Lure1980ru.djvu>). Приложения. Тензорная алгебра и тензорный анализ. с.422-495.
3. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. / Дж.Мейз. – М.: Мир, 1974. – 319 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Mase1974ru.djvu>).

б) дополнительная литература:

1. Тензорная алгебра. Часть I / Сост. А.В.Баландин, О.А.Муляр, А.Г.Разуваев. – Н.Новгород: ННГУ, 2004. 14 с. (<http://www.unn.ru/books/met_files/tenz_alg.zip>).
2. Основы векторного и тензорного анализа для физиков. Малышев А.И., Максимова Г.М. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 101 с. (<http://www.unn.ru/books/met_files/VTA4phys.pdf>).
3. Сборник контрольных заданий по курсу векторного и тензорного анализа: Учебное пособие. / Г.М.Максимова, А.И.Малышев, И.Л.Максимов. – Н. Новгород: издательство ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2002. – 33 с. (<http://phys.unn.ru/docs/VTA.pdf>).
4. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред / К.Трусделл. – М.: Наука, 1975. – 592 с.                                                                          (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Truesdell1975ru.djvu>).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>
2. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

 Наличие рекомендуемой литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Автор(ы) |  | к.т.н., доцент Жидков А.В. |
| Рецензент(ы) |  |  |
| Заведующий кафедрой теоретической, компьютерной и экспериментальной механики |  | д.ф.-м.н., профессор Игумнов Л.А. |

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от 2018 года, протокол №