МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института ИТММ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_В.П. Гергель

«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_ г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

|  |
| --- |
| **Группы Ли и дифференциальные уравнения** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 01.03.01 – Математика |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Математика (Общий профиль) |

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| бакалавр |

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина «Группы Ли и дифференциальные уравнения» относится к вариативной части блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП (Б1.В.ДВ.10.02), является дисциплиной по выбору, читается на 4 году обучения в 8 семестре.

**Целями освоения дисциплины** являются формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 01.03.01. – Математика. Содержание дисциплины направлено на освоение фундаментальных понятий и результатов теории группового анализа дифференциальных уравнений, формирование умений и навыков в решении задач с использованием методов группового анализа.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю),** соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |
| --- | --- |
| *Формируемые компетенции*(код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции) | *Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций* |
| ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  Ззавершающий уровень | *З1 (ОПК-1)* **знания:** знания основных понятий и формул группового анализа.  *У1 (ОПК-1)* **умения и навыки:** умения применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности.  *В1 (ОПК-1)* **владение:** применять основные формулы группового анализа для решения типовых задач. |
| ПК-1 способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.  Завершающий уровень | *З1 (ПК-1)* Знание терминологии и основных реультатов группового анализа.  *У1 (ПК-1)* Умение определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа.  *В1 (ПК-1)* Применять методы группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений. |
| ПК-4 способностью публично представлять собственные и известные научные результаты  Завершающий уровень | *З4 (ПК-4)* Знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа.  *У4 (ПК-4)* Умение выступать на семинарах с решениями задач по групповому анализу |

**3. Структура и содержание дисциплины (модуля)** «Группы Ли и дифференциальные уравнения»

Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 46 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (22 ч. занятий лекционного типа, 22 ч. занятий семинарского типа, 2 часа промежуточной аттестации), 98 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

***Содержание дисциплины (модуля)*** (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№*  *п/п* | *Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),*  *форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)* | *Семестр* | *Часов* | | | | | | |
| *Всего* | *В том числе* | | | | | |
| *Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы*  *из них* | | | | | *Самостоятельная работа обучающегося* |
| *Занятия лекционного типа* | *Занятия семинарского типа* | *Занятия лабораторного типа* |  | *Всего* |
| *Очная* | *Очная* | *Очная* | *Очная* |  | *Очная* |
| 1. | Тема 1. Векторные поля и потоки. Скобка Ли векторных полей. Коммутирующие векторные поля. Ряд Ли. | 8 | 16 | 3 | 3 |  |  | 6 | 10 |
| 2. | Тема 2. Группы Ли. Левоинвариантные векторные поля и левоинвариантные формы на группах Ли. Алгебра Ли группы Ли. Однопараметрические подгруппы. Уравнения Маурера-Картана. Теорема Фробениуса. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям, Экспоненциальное отображение. Действие группы Ли на многообразии. Фундаментальные векторные поля. Инварианты действия групп Ли. Критерий инвариантности подмногообразия характеров. | 8 | 32 | 6 | 6 |  |  | 12 | 20 |
| 3. | Тема 3. Расслоение джетов. Продолжение векторного поля. Общая формула для продолжения векторного поля. | 8 | 20 | 3 | 3 |  |  | 6 | 14 |
| 4. | Тема 4. Симметрии дифференциальных уравнений. Примеры их использования для построения частных решений. Симметрии обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и интегрирующий множитель. Уравнения, допускающие данную группу симметрий. | 8 | 32 | 4 | 4 |  |  | 8 | 24 |
| 5. | Тема 5. Понижение порядка обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих однопараметрическую группу симметрий, переходом к каноническим координатам. и методом дифференциальных инвариантов. Двухпараметрическая группа симметрий и понижение порядка ОДУ. Понижение порядка ОДУ с помощью разрешимой алгебры симметрий и интегрируемость ОДУ в квадратурах | 8 | 42 | 6 | 6 |  |  | 12 | 30 |
|  | В т.ч. текущий контроль | 8 | 2 |  | 2 |  |  |  |  |
|  | **Итоговая аттестация: экзамен** |  |  |  |  |  |  |  |  |

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

**4. Образовательные технологии**

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекция-информация. Такая форма занятий ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельное решение задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверку знания теоретического материала, полученного на лекциях.

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

1. повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа,

2. выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. ,

3. подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu

2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev\_t1\_1996ru.pdf

3. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы  (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена,1996, С. 40

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev\_t2\_1996ru.pdf

4. . Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu

5. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**)

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования*.*

Дисциплина направлена на развитие трех компетенций:

* Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
* Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области. (ПК-1).
* Способность публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4)

Карты компетенций приводятся в Приложении к ООП

ОПК-1 Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| ЗНАТЬ: основные понятия и формулы группового анализа. | Отсутствие знаний или фрагментарное знание основных понятий и формул группового анализа. | В целом успешное, но не систематическое знание основных понятий и формул группового анализа. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание основных понятий и формул группового анализа. | Успешное и систематическое знание основных понятий и формул группового анализа. |
| УМЕТЬ: применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. | Отсутствие умений или частично освоенное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. | В целом успешное, но не систематически освоенное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. | Сформированное умение применять полученные знания по групповому анализу в будущей учебной и профессиональной деятельности. |
| ВЛАДЕТЬ: навыками применения основных формул группового анализа для решения типовых задач. | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки применения основных формул группового анализа для решения типовых задач.. | Общие, но не структурированные навыки применения основных формул группового анализа для решения типовых задач. | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки применения основных формул группового анализа для решения типовых задач. | Сформированные систематические навыки применения основных формул группового анализа для решения типовых задач. |

ПК-1. Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Знать терминологию и основные реультаты группового анализа | Отсутствие знаний или фрагментарное знание терминологии и основных реультатов группового анализа | В целом успешное, но не систематическое знание терминологии и основных реультатов группового анализа | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание терминологии и основных реультатов группового анализа | Успешное и систематическое знание терминологии и основных реультатов группового анализа |
| УМЕТЬ: определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа. | Отсутствие умений определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа. | В целом успешное, но не систематически освоенное умение определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа. | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа. | Сформированное умение определять какие задачи можно решать с помощью группового анализа. |
| ВЛАДЕТЬ: навыками применения методов группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки применения методов группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений | Общие, но не структурированные навыки применения методов группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки применения методов группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений | Сформированные систематические навыки применения методов группового анализа для понижения порядка обыкновенных дифференциальных уравнений |

ПК-4. Способность публично представлять собственные и известные научные результаты

| **Планируемые результаты  обучения**\*  (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Знать *З1 (ПК-4)* Знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа.  . | Отсутствие знаний или фрагментарное знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа | В целом успешное, но не систематическое знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа | Успешное и систематическое знание фамилий математиков, которые участвовали в создании и развитии группового анализа |
| Уметь *У4 (ПК-4)* Умение выступать на семинарах с решениями задач по групповому анализу. | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки выступлений на семинарах с решениями задач по групповому анализу. | Общие, но не структурированные навыки выступлений на семинарах с решениями задач по групповому анализу | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки выступлений на семинарах с решениями задач по групповому анализу | Сформированные систематические навыки выступлений на семинарах с решениями задач по групповому анализу |

6.2. Описание шкал оценивания

**Критерии оценок выполнения домашних практических заданий, задач на экзамене**

(каждая задача оценивается в 2 балла)

|  |  |
| --- | --- |
| Решена полностью | 2 |
| Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами | 1,5 |
| Решена задача наполовину | 1 |
| Сделан первый этап в решении задачи | 0,5 |
| Нет решения | 0 |

**Суммарная оценка выполнения домашнего задания, задачи на экзамене**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Количество баллов** | **Оценка** | **Оценка** |
| 90-100 % | Отлично | Зачтено |
| 85-90 % | Очень хорошо |
| 75-85 % | Хорошо |
| 50-75 % | Удовлетворительно |
| 25-50 % | Неудовлетворительно | Не зачтено |
| 0-25 % | Плохо |

Экзамен в 8 семестре.

|  |  |
| --- | --- |
| Превосходно | свободное владение основным и дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями |
| Отлично | свободное владение основным материалом без ошибок и погрешностей |
| Очень хорошо | достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями |
| Хорошо | владение основным материалом с рядом заметных погрешностей |
| Удовлетворительно | владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок |
| Неудовлетворительно | владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка |
| Плохо | отсутствие владения материалом |

Оценки «превосходно», «отлично», «очень хорошо», «хорошо», «удовлетворительно» считаются положительными.

**6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций**

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

* индивидуальное собеседование,
* письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

* практические контрольные задания.

Типы практических контрольных заданий:

* задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий, установление последовательности действий (описание алгоритма выполнения действия)

**6.4.** **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и для промежуточного контроля сформированности компетенции.**

1. Является ли вполне интегрируемым распределение на , заданное векторными полями , , ?ОПК-1

2. Является ли векторное поле  симметрией уравнения .?ОПК-1

3. Проверить, что векторное поле определяет симметрии уравнения  и понизить порядок этого уравнения с помощью метода дифференциальφых инвариантов ПК-1

4. Проверить, что векторное поле определяет симметрии уравнения  и понизить порядок этого уравнения с перехода к каноническим переменным.ПК-1, ПК-4

*Пример билета*

Нижегородский национальный исследовательский государственный

университет им. Н.И. Лобачевского

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кафедра АГДМ Дисциплина Группы Ли и дифференциальные уравнения

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ\_№\_\_1\_\_**

1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры.
2. Интегрируемость ОДУ в квадратурах.
3. Проинтегрировать уравнение методом канонических переменных, используя симметрию 

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Экзаменатор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Дисциплина формирует начальный уровень компетенций в области группового анализа.

**Вопросы к экзамену:**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код компетенции *(согласно РПД)* |
| 1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры. | ОПК-1 |
| 2. Левоинвариантные дифференциальные формы на группе Ли. | ПК-1 |
| 3. Теорема Фробениуса для распределений, заданны с помощью векторных полей. | ОПК-1 |
| 4. Теорема Фробениуса для распределений, заданны с помощью линейных дифференциальных форм. | ПК-1 |
| 5. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям, | ПК-1 |
| 6. Инфинитезимальный критерий инварианта действия группы.. | ОПК-1 |
| 7. Инфинитезимальный критерий инвариантности подмногообразия.. | ОПК-1 |
| 8. Продолжения преобразований многообразия на расслоения джетов | ОПК-1 |
| 9. Продолжения векторного поля на расслоении джетов. | ОПК-1 |
| 10. Общая формула продолжения векторного поля. | ОПК-1 |
| 11. Инфинитезимальный критерий симметрии системы дифференциальных уравнений | ПК-1 |
| 12. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода дифференциальных инвариантов.. | ПК-1, ПК-4 |
| 13. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода канонических переменных. | ПК-1, ПК-4 |
| 14. Интегрируемость ОДУ в квадратурах. | ПК-1, ПК-4 |

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

<http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

<http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) Основная литература:

1. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev\_t1\_1996ru.pdf

2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы  (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена,1996, С. 40

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev\_t2\_1996ru.pdf

3. . Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu

**б) Дополнительная литература:**

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu

2. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего  
контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для  
самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с  
возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 01.03.01 Математика.

Автор: к.ф.м.-н., доц. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Баландин А.В.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Зав кафедрой, д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.