МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования**
**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«11» мая 2021 г. № 2\_\_\_

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Дифференциальная геометрия и топология |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 01.03.03 Механика и математическое моделирование |

 *(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

 2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к обязательной части

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.25, «Дифференциальная геометрия и топология» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование*.* |

.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | **Наименование оценочного средства** |
| --- | --- | --- |
| **Индикатор достижения компетенции**\*(код, содержание индикатора) | **Результаты обучения по дисциплине\*\*** |
| *ОПК-1* | *ОПК-1.1* | **Знает** основные понятия и формулы дифференциальной геометрии и топологии. | *Собеседование* |
|  | *ОПК-1.2* | **Умеет** анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциальной геометрии и топологии**.** | *Контрольная работа* |
|  | *ОПК-1.3* | **Владеет навыками** применения дифференциальной геометрии и топологии при решении стандартных профессиональных задач**.** | *Контрольная работа* |
| *ОПК-2* | *ОПК-2.1.* | **Знает** основные понятия дифференциальной геометрии и топологии, технологию доказательства утверждений. | *Собеседование* |
|  | *ОПК-2.2.* | **Умеет** осуществлять анализ и выбор методов решения задач дифференциальной геометрии и топологии. | *Контрольная работа* |
|  | *ОПК-2.3.* | **Владеет навыками** применения базовых знаний и современного математического аппарата дифференциальной геометрии и топологии при решении теоретических и прикладных задач. | *Контрольная работа* |

**Структура и содержание дисциплины**

* 1. **Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **4** | **з.е.** |
| **Часов по учебному плану** | **144** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):** | **66** |
| **- занятия лекционного типа** | **32** |
| **- занятия семинарского типа** | **32** |
| **- занятия лабораторного типа** |  |
| **- текущий контроль (КСР)** | **2** |
| **самостоятельная работа** | **42** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |

* 1. **Содержание дисциплины**

| **Очная форма обучения** |
| --- |
| **№** | **Наименование разделов и тем дисциплины** | **Всего(часы)** | в том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**из них | **СР**1**, часы** |
| **ЗЛеТ**2 | **ЗСеТ**3 | **ЗЛаТ**4 | **Всего** |
|  | Теория гладких кривых | 34 | 8 | 10 |  | 18 | 16 |
|  | Теория гладких поверхностей | 54 | 18 | 16 |  | 34 | 20 |
|  | Введение в топологию | 18 | 6 | 6 |  | 12 | 6 |
|  | Текущий контроль (КСР) | 2 |  |  |  | 1 |  |
|  | Промежуточная аттестация – экзамен | 36 |  |  |  |  |  |
|  | ИТОГО | 144 | 32 | 32 | 0 | 64 | 42 |
|  | 1 Самостоятельная работа обучающегося.2 Занятия лекционного типа.3 Занятия семинарского типа.4 Занятия лабораторного типа. |

***Краткое содержание разделов и тем дисциплины***

1. Теория гладких кривых**.** Анализ вектор-функций одного переменного. Определение гладкой кривой. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Формулы для вычисления и геометрический смысл кривизны и кручения. Теорема существования и единственности гладкой кривой с заданными характеристиками.
2. Теория гладких поверхностей**.** Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Касательное пространство и касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема Менье. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля. Теорема Бонне. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения. Ковариантное дифференцирование.
3. Введение в топологию**.** Метрические и топологические пространства. Индуцированная топология. Базы, критерии базы. Классификация точек относительно подмножества. Непрерывные отображения.

.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

* повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
* подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
* подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Учебники, учебные пособия, сборники задач, учебно-методические разработки:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)
2. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия.- М.: Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
3. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
4. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз. каждая часть)
5. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
6. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий)*, *контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *экзамену*.

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

| **Шкала оценивания сформированности компетенций** | **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** |
| --- | --- |
| Знания | Умения | Навыки |
| **плохо** | **не зачтено** | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа |
| **неудовлетворительно** | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. |
| **удовлетворительно** | **зачтено** | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами |
| **хорошо** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами. |
| **очень хорошо** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. |
| **отлично** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. |
| **превосходно** | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| --- | --- |
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| незачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**
		1. **Контрольные вопросы**

| *№* | *Вопрос* | *Код формируемой компетенции* |
| --- | --- | --- |
|  | Определение гладкой кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость | *ОПК-1* |
|  | Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация | ОПК-2  |
|  | Кривизна и кручение гладкой кривой. | *ОПК-1* |
|  | Формулы Френе. | ОПК-2  |
|  | Формулы для вычисления кривизны и кручения. | ОПК-2  |
|  | Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость. | *ОПК-1* |
|  | Формулы для вычисления длин, углов и площадей на поверхности. | ОПК-2  |
|  | Первая квадратичная форма гладкой поверхности. | *ОПК-2* |
|  | Вторая квадратичная форма поверхности. | ОПК-2 |
|  | Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности. Теорема Менье. | ОПК-2  |
|  | Доказательство формулы Эйлера | ОПК-2  |
|  | Главные кривизны и главные направления поверхности. | ОПК-1  |
|  | Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула для вычисления гауссовой кривизны. | ОПК-1 |
|  | Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение поверхности относительно касательной плоскости. | ОПК-1 |
|  | Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена. | ОПК-2  |
|  | Теорема Гаусса. | ОПК-2 |
|  | Формулы для вычисления символов Кристоффеля. | ОПК-2 |
|  | Геодезические линии поверхности и их уравнения. | ОПК-2 |
|  | Ковариантная производная векторного поля вдоль кривой на поверхности | ОПК-2 |
|  | Параллельный перенос касательного вектора к поверхности вдоль кривой. | ОПК-2 |
|  | Топологическое пространство. Индуцированная топология. | ОПК-1 |
|  | Доказать критерий базы в топологическом пространстве и критерий базы на множестве.  | ОПК-2 |
|  | Метрическая топология | ОПК-1 |
|  | Внутренность, граница, замыкание подмножества  | ОПК-1 |

* + 1. **Типовые задания/задачи для оценки
		сформированности компетенции ОПК-1**

1**.** Каков знак гауссовой кривизны поверхности, заданной уравнением $x^{2}+y^{2}+z^{2}=1$?

2. Вычислить площадь тора, заданного вектор-функцией

$´\left(u,v\right)=\{\left(4+cosu\right)cosv,\left(4+cosu\right)sinv,sinu\}$.

3. Найти первую и вторую квадратичные формы поверхности 

4. Найти нормальную кривизну параллели на конусе.

* + 1. **Типовые задания/задачи для оценки
		сформированности компетенции ОПК-2**

1. Под каким углом пересекаются кривые  и .

2. Найти натуральное уравнение кривой .

3. Найти символы Кристоффеля для конуса .

4. Найти асимптотические линии на поверхности .

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

| **№** | **а) основная литература:** | **К-во**[[1]](#footnote-1) |
| --- | --- | --- |
|  | Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с | 101 экз |
|  | Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.) | 63 экз. |
|  | Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1988. - 496 с.  | 258 экз |
|  | Александрян Р. А., Мирзаханян Э. А. - Общая топология. - М.: Высшая школа, 1979. - 336 с. | 56 экз |

| **№** | **б) дополнительная литература:** | **К-во**1 |
| --- | --- | --- |
|  | Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с.  | 86 экз. |
|  | Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984.  | 20 экз. каждая часть |
|  | Введение в топологию. Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. - М.: Высшая школа, 1980. - 295 с. | 68 экз. |
|  | Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. | 35 экз |
| **№** | **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)** | **«Л» или «С»**[[2]](#footnote-2) |
|  | <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm> | С |

1. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ОС 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Автор(ы) |  | к.ф.-м.н., доцент Баландин А.В. |
| Рецензент(ы) |  |  |
| Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики |  | д.ф.-м.н., профессор Кузнецов М.И. |

1. Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э». [↑](#footnote-ref-1)
2. Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе. [↑](#footnote-ref-2)