

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор _____ Гегель В.П.

« ____ » _____ 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

**Дифференциальная геометрия и
топология**

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
Бакалавр

Форма обучения
очная

Нижегород

2017

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП. Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к вариативной части ОПОП по направлению «Математика и компьютерные науки», является обязательной, изучается в четвертом и пятом семестрах.

Целью освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» является формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дифференциальной геометрии и топологии, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- 1) знать: основные понятия дифференциальной геометрии и топологии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;
- 2) уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальной геометрии и топологии;
- 3) владеть: математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии, методами решения задач и доказательств утверждений в этой области.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ОПК-1</i> готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<i>У1 (ОПК-1) Уметь</i> четко формулировать теоремы, решать теоретические и вычислительные задачи, обнаруживать связи со смежными темами из других разделов математики. <i>З1 (ОПК-1) Знать</i> основные понятия, проблемы, методы и результаты дифференциальной геометрии и топологии, области их применения <i>В1 (ОПК-1) Владеть</i> навыками решения задач по курсу дифференциальной геометрии и топологии, опытом их применения.
<i>ПК-3</i> способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<i>У1 (ПК-3) Уметь</i> формулировать результаты решения задач, обосновывать решения, обнаружить их следствия, связи с ранее решенными задачами и возможные обобщения <i>З1 (ПК-3) Знать</i> терминологию, аппарат и методы математических доказательств, используемые в дифференциальной геометрии и топологии <i>В1 (ПК-3) Владеть</i> навыками строгих математических доказательств при решении теоретических задач

3. Структура и содержание дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология»

Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, всего 252 ч., из которых 131 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (64 ч. занятий лекционного типа, 64 ч. занятий семинарского типа, 3 ч. мероприятия промежуточной аттестации), 121 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч включая 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Часов						Самостоятельная работа обучающегося
			Всего	В том числе					
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	лабораторного	Консультации	Всего	
Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная				
1.	Теория гладких кривых. Анализ вектор-функций одного переменного. Определение гладкой кривой. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Формулы для вычисления и геометрический смысл кривизны и кручения. Теорема существования и единственности гладкой кривой с заданными характеристиками.	4	24	8	8			16	8
2.	Теория гладких поверхностей. Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Теорема о неявном задании. Касательное пространство и касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма и площадь поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема о кривизне кривой на поверхности. Теорема Менье. Нормальная кривизна поверхности в данном направлении. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена,	4	83	24	24			48	35

	символы Кристоффеля. Формулы Гаусса-Кодацци. Теорема Бонне. Абсолютный дифференциал векторного поля вдоль кривой. Параллельный перенос вектора вдоль кривой на поверхности его свойства. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения. Теорема Клеро. Механическая интерпретация геодезических линий.								
	В т.ч. текущий контроль	4	2						
	Промежуточная аттестация: зачет	4							
3.	Общая топология. Топологические пространства и подпространства. Базы, критерии базы. Метрические топологии. Классификация точек относительно подмножества. Непрерывные отображения, гомеоморфизмы. Фундаментальность открытых и конечных замкнутых покрытий. Аксиомы отделимости и счетности, сепарабельность. Связность и линейная связность. Компактность пространства и подмножества. Теорема о замкнутом подмножестве компакта. Замкнутость компакта в хаусдорфовом пространстве. Критерий компактности в арифметическом пространстве. Произведение топологических пространств. Сохранение хаусдорфовости, связности, линейной связности и аксиом счетности при умножении топологических пространств. Компактность произведения компактных пространств. Фактор-топология, фактор-пространство.	5	78	12	20			32	46
4.	Введение в гомотопическую топологию. Гомотопии и гомотопические эквивалентности. Гомотопический тип топологического пространства. Фундаментальная группа, независимость от начальной точки, гомотопическая инвариантность. Клеточные разбиения. Алгоритм вычисления фундаментальной группы клеточного пространства. Применения фундаментальной группы.	5	36	10	6			16	20
5.	Многообразия. Топологические многообразия. Классификация одномерных многообразий. Представление поверхности правильным семейством многоугольников. Ориентируемость. Канонические многоугольники и канонические поверхности. Классификация двумерных замкнутых многообразий.	5	28	10	6			16	12
	В т.ч. текущий контроль	5	2						
	Итоговая аттестация: экзамен	5							

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии.

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий, проектных работ.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекции-информации. Они ориентированы на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельном решении задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверке знания теоретического материала, полученного на лекциях.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Учебники и учебные пособия (п.7)

Учебно-методические разработки кафедры:

1. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984.
2. Д.А. Гудков, А.Б. Корчагин. Дифференциальная геометрия: Гладкие кривые и поверхности. Метод. разработка. Горький: Изд-во ГГУ. 1989.
3. Е.И. Яковлев. Лекции по гомотопической топологии. Метод. разработка. Н. Новгород, Изд-во ННГУ. 2000.
4. А.В. Баландин, Н.И. Жукова, Е.И. Яковлев. Задачи по общей топологии. Метод. разработка. Н. Новгород, Изд-во ННГУ. 2002.
5. Н.И. Жукова, А.В. Багаев. Геодезические линии на поверхностях. Учебно-методическое пособие. Н.Новгород: Изд-во ННГУ. 2008.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОПК-1 готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	полное	наличие	знание	знание	знание	знание	знание

<i>Знать</i> основные понятия, проблемы, методы и результаты дифференциальной геометрии и топологии, области их применения	отсутствие знаний материала	грубых ошибок в основном материале	основного материала с рядом негрубых ошибок	основного материала с рядом заметных погрешностей	основного материала с незначительными погрешностями	основного материала без ошибок и погрешностей	основного и дополнительным материалом без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> <i>Уметь</i> четко формулировать теоремы, решать теоретические и вычислительные задачи, обнаруживать связи со смежными темами из других разделов математики	полное отсутствие умений	грубые ошибки при формулировке теорем и решении задач	умение формулировать теоремы и решать вычислительные задачи с рядом негрубых ошибок	умение формулировать теоремы и решать вычислительные задачи при наличии заметных погрешностей	умение формулировать теоремы и решать вычислительные и теоретические задачи при наличии несущественных погрешностей	умение четко формулировать теоремы и решать теоретические и вычислительные задачи без ошибок и погрешностей	умение четко формулировать теоремы и решать теоретические и вычислительные задачи без погрешностей, обнаруживать связи со смежными темами из других разделов математики
<u>Навыки</u> <i>Владеть</i> навыками решения задач по курсу дифференциальной геометрии и топологии, опытом их применения	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков решения большинства типов задач	наличие навыков решения только части вычислительных задач	наличие навыков решения большинства вычислительных задач	наличие навыков решения большинства вычислительных и теоретических задач	владение навыкам решения всех вычислительных и большинства теоретических задач	владение навыкам решения всех вычислительных и теоретических задач, наличие опыта их применения в смежных областях

Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 10 %	11 – 30 %	31 – 50 %	51-70 %	71 – 85 %	86 – 99 %	100%
--	----------	-----------	-----------	---------	-----------	-----------	------

ПК-3 способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u> <i>Знать</i> терминологию, аппарат и методы математических доказательств, используемые в дифференциальной геометрии и топологии	полное отсутствие знаний	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> <i>Уметь</i> формулировать результаты решения задач, обосновывать решения, обнаруживать их следствия, связи с ранее решенными задачами и возможные обобщения	полное отсутствие умений	грубые ошибки при формулировке результатов решения задач, полное неумение обосновывать решения	умение формулировать результаты решения задач и обосновывать их с негрубыми ошибками	умение формулировать результаты решения задач и обосновывать их с заметными погрешностями	умение формулировать результаты решения задач и обосновывать их при наличии несущественных погрешностей	умение четко формулировать результаты решения задач и обосновывать их без погрешностей, обнаруживать их следствия, связи с ранее решенными задачами	умение четко формулировать результаты решения задач и обосновывать их без погрешностей, обнаруживать их следствия, связи с ранее решенными задачами и возможными

							ые обобщен ия
<u>Навыки</u> Владеть навыками строгих математич еских доказатель ств при решении теоретиче ских задач	полное отсутствие навыков	отсутств ие навыков обоснова ния решения большин ства типов задач	наличие навыков обоснова ия решения только части задач с негрубыми ошибками	наличие навыков обоснова ия решения большинст ва задач с существен ными погрешнос тями	наличие навыков обоснова ния решения большин ства задач с несущест венными погрешн остями	владение навыкам и обоснова ния решения всех теоретич еских задач с несущест венными погрешн остями	владение навыкам и обоснова ния решения всех теоретич еских задач без погрешн остей
Шкала оценок по проценту правильно выполнен ных контрольн ых заданий	0 – 10 %	11 – 30 %	31 – 50 %	51-70 %	71 – 85 %	86 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Зачет в 4 семестре

Зачтено	выполнены задания самостоятельных и контрольных работ за семестр
Незачтено	не выполнены задания самостоятельных и контрольных работ за 4 семестр

Экзамен в 5 семестре

Превосходно	свободное владение основным материалом и владение дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями
Отлично	свободное владение основным материалом
Очень хорошо	достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями
Хорошо	владение основным материалом с рядом заметных погрешностей
Удовлетворительно	владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок
Неудовлетворительно	владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка

Плохо	отсутствие владения материалом
-------	--------------------------------

Оценки «превосходно», «отлично», «очень хорошо», «хорошо», «удовлетворительно» считаются положительными.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- тестирование;
- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов)

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются: устный опрос, решение практических задач.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Вопросы для оценки сформированности знаний по компетенции ОПК-1

1. Пределы и непрерывность вектор-функций. Правила дифференцирования.
2. Определение гладкой кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость.
3. Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация кривых.
4. Кривизна и кручение гладкой кривой.
5. Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.
6. Первая квадратичная форма гладкой поверхности.
7. Площадь поверхности.
8. Вторая квадратичная форма поверхности.
9. Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности.
10. Формула Эйлера; главные кривизны и главные направления поверхности.
11. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула для вычисления гауссовой кривизны.
12. Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение поверхности относительно касательной плоскости.
13. Асимптотические линии и линии кривизны.
14. Геодезические линии и их уравнения.
15. Ковариантная производная векторного поля вдоль кривой на поверхности.
16. Параллельный перенос касательного вектора к поверхности вдоль кривой.
17. Топология, открытые и замкнутые множества, окрестности. Сравнение топологий.
18. Подпространство топологического пространства.
19. База топологии, база окрестностей точки.

20. Функция расстояния, метрическое пространство. Шар, метрическая топология.
21. Внутренность, граница, замыкание подмножества.
22. Пределы последовательностей.
23. Аксиомы отделимости.
24. Непрерывность отображений. Гомеоморфизм.
25. Аксиомы счетности.
26. Связность пространства и подмножества. Сохранение связности при непрерывных отображениях.
27. Разбиение пространства на компоненты связности.
28. Пути, обратные пути, произведение путей. Линейная связность.
29. Компактность пространства и подмножества. Сохранение компактности при непрерывных отображениях.
30. Критерий компактности в арифметическом пространстве.
31. Топологическое произведение.
32. Фактор-топология, фактор-пространство.
33. Многообразия.
34. Классификация одномерных многообразий.
35. Классификация двумерных замкнутых многообразий.
36. Гомотопии и гомотопические эквивалентности.
37. Фундаментальная группа.
38. Гомотопическая инвариантность фундаментальной группы.
39. Клеточные пространства.
40. Алгоритмы вычисления фундаментальной группы клеточного пространства.

Вопросы и задания для оценки сформированности знаний по компетенции ПК-3

1. Доказать теорему о натуральной параметризации кривых.
2. Вывести формулы Френе.
3. Получить формулы для вычисления кривизны и кручения.
4. Доказать теорему существования и единственности кривой с заданными кривизной и кручением.
5. Доказать теорему о касательном пространстве к гладкой поверхности.
6. Вывести формулы для вычисления длин, углов и площадей на поверхности.
7. Доказать теорему Менье.
8. Вывести формулу Эйлера.
9. Вывести формулы для вычисления главных кривизн и направлений.
10. Получить формулу для вычисления гауссовой кривизны.
11. Обосновать классификацию точек поверхности по знаку гауссовой кривизны.
12. Вывести уравнения линий кривизны.
13. Получить производные формулы Гаусса и Вейнгартена.
14. Обосновать формулы для вычисления символов Кристоффеля.
15. Вывести Формулы Гаусса-Кодацци.
16. Получить уравнения геодезических линий.
17. Доказать теорему существования и единственности для геодезических линий.
18. Показать, что геодезические являются наименее искривленными кривыми на поверхности.

19. Доказать теорему Клеро.
20. Вывести свойства параллельных векторных полей вдоль кривой.
21. Доказать критерии базы в пространстве и множестве.
22. Вывести свойства внутренности, границы и замыкания подмножества.
23. Получить связи между аксиомами отделимости.
24. Доказать эквивалентность непрерывности отображений в целом и в точке.
25. Обосновать фундаментальность открытых и конечных замкнутых покрытий.
26. Доказать теорему Линделефа.
27. Доказать связность объединения пересекающихся связных множеств.
28. Обосновать связность замыкания связного множества.
29. Показать связность интервала и отрезка в обычной топологии.
30. Доказать линейную связность объединения пересекающихся линейно связных множеств.
31. Обосновать сохранение компактности при непрерывных отображениях.
32. Доказать теорему о замкнутом подмножестве компакта.
33. Обосновать замкнутость компакта в хаусдорфовом пространстве.
34. Вывести критерий компактности в арифметическом пространстве.
35. Доказать хаусдорфовость произведения хаусдорфовых пространств.
36. Обосновать сохранение связности при умножении топологических пространств.
37. Доказать компактность произведения компактных пространств.
38. Обосновать классификацию двумерных замкнутых многообразий.
39. Показать, что фундаментальная группа не зависит от начальной точки.

Задания для оценки сформированности умений и навыков по компетенции ОПК-1

1. Вычислить длину кривой, заданной вектор-функцией $\vec{r}(t) = \left\{ t, \sqrt{2} \ln t, \frac{1}{t} \right\}$, между точками $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$ и $\left(2, \sqrt{2} \ln \left[\frac{2, 1}{2} \right] \right)$.
2. Пусть $C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = \frac{x^2}{2}, z = \frac{xy}{3} \right\}$ и $\mathbf{a} = \left(\frac{1, 1}{3} \right)$. Найти базис Френе кривой C в точке \mathbf{a} .
3. Найти кривизну эллипса с осями 2 и 4 в его вершинах.
4. Доказать, что кривая $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 = 2z, y^2 = 2z\}$ является плоской.
5. Найти уравнение касательной плоскости в точке $\mathbf{a} = (0, 2, 1)$ к поверхности, заданной вектор-функцией $\vec{r}(u, v) = \left\{ v \cos u, v \sin u, \frac{2}{v} \right\}$.
6. Вычислить полную кривизну поверхности $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3xy = z\}$ в точке $\mathbf{a} = (0, 0, 0)$.
7. Найти главные направления поверхности $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x^2 - y = 0\}$ в точке $\mathbf{a} = (0, 0, 2)$.

8. При каких значениях параметров A, B, C поверхность $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 - 2z = 0\}$ не содержит асимптотических линий?
9. Найти внутренность и границу множества $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 < x < 1\}$ в топологическом пространстве (\mathbb{R}^2, τ_T) .
10. Найти пределы последовательности $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ в пространстве $(\mathbb{R}, \tau_{(a, +\infty)})$.
11. Исследовать на непрерывность отображение $[f: (\mathbb{R}, \tau_S) \rightarrow (\mathbb{R}, \tau_D), S = 0]$, определенное формулой $f(x) = |x|$.
12. Является ли отображение $f: (\mathbb{R}, \tau_{\text{пр}}) \rightarrow (\mathbb{R}, \tau_{\text{пр}})$, определенное формулой $f(x) = x^2$, гомеоморфизмом?
13. Удовлетворяет ли симметричная топология τ_S на \mathbb{R} аксиоме отделимости Хаусдорфа?
14. Компактны ли подмножества $[0, +\infty)$, $[0, 1)$ и $[0, 1]$ в пространстве $(\mathbb{R}, \tau_{\delta\delta})$?

Задания для оценки сформированности умений и навыков по компетенции ПК-3

1. Пусть $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ – непрерывная функция на топологическом пространстве X , на \mathbb{R} задана обычная топология. Докажите, что множество $U = \{x \in X | f(x) > 0\}$ открыто в X , а множество $F = \{x \in X | f(x) \geq 0\}$ замкнуто. Является ли второе из них замыканием первого?
2. Пусть $S^0 = \{-1, 1\}$ – подпространство прямой \mathbb{R} с обычной топологией. Докажите, что топологическое пространство X несвязно тогда и только тогда, когда существует непрерывная сюръекция $f: X \rightarrow S^0$.
3. Докажите, что непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово является замкнутым. Получите как следствие критерий гомеоморфности таких пространств.
4. Выяснить, являются ли гомеоморфными интервал $(0, 1)$, полуинтервал $[0, 1)$ и отрезок $[0, 1]$, рассматриваемые как подпространства прямой \mathbb{R} с обычной топологией.
5. Докажите, что топология Зарисского на \mathbb{R} не является метрической. Выяснив причину, придумайте сами другой пример пространства с неметризуемой топологией.
6. В курсе математического анализа плоская область называется односвязной, если ее граница состоит из одной компоненты связности. Это определение равносильно тому, что фундаментальная группа области тривиальна. Можно ли данное утверждение распространить на область трехмерного пространства?

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)
2. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. - Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. (63 экз.)
3. Постников М.М. - Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия. - М.: Наука, 1988. - 496 с. (258 экз.)
4. Александрян Р. А., Мирзаханян Э. А. - Общая топология. - М.: Высшая школа, 1979. - 336 с. (56 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)
2. Д.А. Гудков. Начала топологии. Метод. разработка. Ч.1-8. Горький: Изд-во ГГУ.- 1981-1984. (20 экз. каждая часть)
3. Введение в топологию. Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. - М.: Высшая школа, 1980. - 295 с. (68 экз.)
4. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ: сб. задач. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В. Г., Михайловский В. И. - Киев: Вища школа, 1982. - 375 с. (35 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

<http://www.unn.ru/e-library/>

<http://www.unn.ru/books/resources>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор д.ф.-м.н., проф. _____ Е.И. Яковлев

Рецензент (ы) _____

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. _____ М.И. Кузнецов

Программа одобрена на заседании методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от _____ г., протокол № _____.