МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор _____ Гергель В.П.

«____» _____ 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Численные методы безусловной конечномерной оптимизации

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2017

1. **Место и цели дисциплины в структуре ОПОП** Относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока 1 ОПОП (Б1.В.ДВ.04.02), предназначена для освоения на 3 году обучения в 6 семестре.

Целями освоения дисциплины «Численные методы безусловной конечномерной оптимизации» являются формирование у студентов общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки. Содержание дисциплины направлено на освоение основных численных методов конечномерной оптимизации, выработку у них навыков решения типовых задач и программирования базовых алгоритмов в системе MATLAB, включая визуализацию работы программ и оформления результатов их работы в виде письменных отчетов.

2. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию Базовый этап	*З1 (ОК-7)* знания: знание методов самоорганизации и самообразования *У1 (ОК-7)* умения и навыки: умение использовать методы самоорганизации и самообразования *В1 (ОК-7)* владение опытом и личностная готовность к профессиональному совершенствованию: личностная готовность к самоорганизации и самообразованию
ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности Базовый этап	*З1 (ОПК-1)* знания: знание численных методов конечномерной оптимизации *У1 (ОПК-1)* умения и навыки: умение использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации *В1 (ОПК-1)* владение опытом и личностная готовность к профессиональному совершенствованию: опыт использования базовых знаний численных методов конечномерной оптимизации
ОПК-3	*З1 (ОПК-3)* знания: знание методов и принципов

способность к самостоятельной научно-исследовательской работе Базовый этап	самостоятельной научно-исследовательской работы *У1 (ОПК-3)* умения и навыки: умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы *В1 (ОПК-3)* владение опытом и личностная готовность к профессиональному совершенствованию: Опыт применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы
ОПК-4 способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем Базовый этап	*З1 (ОПК-4)* знания: знание методов анализа, программной реализации и использования на практике математических алгоритмов, в том числе с применением современных вычислительных систем *У1 (ОПК-4)* умения и навыки: умение находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем *В1 (ОПК-4)* владение опытом и личностная готовность к профессиональному совершенствованию: опыт нахождения, анализа, программной реализации и использования на практике математических алгоритмов, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-4 способность публично представлять собственные и известные научные результаты Базовый этап	*З1 (ПК-4)* знания: Знание методов публичного представления собственных и известных научных результатов *У1 (ПК-4)* умения и навыки: Умение публично представлять собственные и известные научные результаты *В1 (ПК-4)* владение опытом и личностная готовность к профессиональному совершенствованию: Опыт публичного представления собственных и известных научных результатов

3. Структура и содержание дисциплины «Численные методы безусловной конечномерной оптимизации»

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 34 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (16 ч. занятий лекционного типа, 16 ч. занятий семинарского типа, 2 ч. мероприятия промежуточной аттестации), 110 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 45 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, **форма промежуточной аттестации по дисциплине**	**Всего (часы)**	В том числе					
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					**Самостоятельная**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Консультации**	**Всего**	
Тема 1. Постановки прикладных задач и их формализация.	14	2	2			4	10
Тема 2. Классификация численных методов оптимизации.	20	2	2			4	16
Тема 3. Ядро системы MATLAB.	20	2	2			4	16
Тема 4. Программирование в системе MATLAB.	22	3	3			6	16
Тема 5. Методы одномерной минимизации.	26	3	3			6	18
Тема 6. Градиентные методы.	21	2	2			4	17
Тема 7. Методы Ньютона и Ньютона-Рафсона.	21	2	2			4	17
в т.ч. текущий контроль	2						
Промежуточная аттестация экзамен							

4. Образовательные технологии

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий, проектных работ.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме **Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию -

Практические занятия включают элемент **Лекция-беседа**, или «диалог с аудиторией», - наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Эта лекция предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей обучаемых.

Лекция-консультация по типу **«вопросы—ответы»**. Лектор отвечает в течение лекционного времени на вопросы студентов по всем разделу или всему курсу. Проводится перед защитой проектных работ и промежуточной аттестацией.

Практические занятия. Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей нескольких домашних практических работ. На практических занятиях выделяется время для проведения презентации и обсуждения проектных работ.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач, заданных на дом, самостоятельном выполнении при контроле со стороны преподавателя заданий в аудитории, подготовке к семинарам, ответах на вопросы самоконтроля.

Контроль самостоятельной работы - домашние задания, ответы на вопросы преподавателя, написание отчетов по лабораторным работам.

В частности, важной составляющей изучения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся при подготовке к лабораторным работам по дисциплине с целью их наиболее эффективного проведения. При этой подготовке обучающиеся дополнительно самостоятельно изучают те разделы теоретического материала, которые являются базовыми при проведении очередной лабораторной работы. Это дополнительное самостоятельное изучение, прежде всего, основано на углубленном самостоятельном изучении соответствующих разделов книг, учебно-методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе 6.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

Темы лабораторных работ:

1. Метод дихотомии.
2. Метод половинного деления.
3. Метод золотого сечения.
4. Метод Фибоначчи.
5. Построение сеточного графика и линий уровня функции двух переменных.
6. Градиентный метод с фиксированным шагом и с дроблением шага.
7. Градиентный метод с функциональным выбором шага.
8. Метод наискорейшего спуска.
9. Метод Ньютона.
10. Метод Ньютона-Рафсона.

Примечание. Каждый студент получает индивидуальные задания по каждой из приведенных выше тем, самостоятельно пишет программу, реализующую соответствующий метод в системе MATLAB, и минимизирует с его помощью конкретную функцию из индивидуального задания, после чего пишет письменный отчет и защищает его на семинарском занятии.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* методы самоорганизации и самообразования	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения *Уметь* использовать методы самоорганизации и самообразования	Полное отсутствие указанного умения	Отсутствие указанного умения	Умение использовать отдельные приемы самоорганизации и самообразования при наличии существенных ошибок	Умение использовать отдельные приемы самоорганизации и самообразования при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы самоорганизации и самообразования	Умение использовать приемы самоорганизации и самообразования	Умение использовать приемы самоорганизации и самообразования и способность принимать решение на этой основе
Навыки *Владеть* опытом самоорганизации и самообразования	Полное отсутствие навыков владения указанным опытом	Отсутствие навыков владения указанным опытом	Наличие минимальных навыков владения указанным опытом	Посредственное владение указанным опытом	Достаточное владение указанным опытом	Хорошее владение указанным опытом	Всесторонне владение указанным опытом
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ОПК-1: готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и

случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* численные методы конечномерной оптимизации	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения *Уметь* использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации	Полное отсутствие указанного умения	Отсутствие указанного умения	Умение использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации при наличии существенных ошибок	Умение использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные численные методы конечномерной оптимизации	Умение использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации	Умение использовать базовые знания численных методов конечномерной оптимизации и способность принимать решение на этой основе
Навыки *Владеть* опытом использования базовых знаний численных методов конечномерной оптимизации	Полное отсутствие навыков владения указанным опытом	Отсутствие навыков владения указанным опытом	Наличие минимальных навыков владения указанным опытом	Посредственное владение указанным опытом	Достаточное владение указанным опытом	Хорошее владение указанным опытом	Всесторонне владение указанным опытом
Шкала оценок по проценту правильно выполненных	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

контрольных заданий							

ОПК-3: способность к самостоятельной научно-исследовательской работе

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения *Уметь* применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Полное отсутствие указанного умения	Отсутствие указанного умения	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы при наличии существенных ошибок	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы при наличии незначительных ошибок	Умение применять отдельные методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы и способность принимать решение на этой основе
Навыки *Владеть* опытом применения методов принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	Полное отсутствие навыков владения указанным опытом	Отсутствие навыков владения указанным опытом	Наличие минимальных навыков владения указанным опытом	Посредственное владение указанными навыками	Достаточное владение указанными навыкам и	Хорошее владение указанными навыкам и	Всестороннее владение указанными навыкам и
Шкала	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий							

ОПК-4: способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* методы анализа, программной реализации и использования на практике математических алгоритмов, в том числе с применением современных вычислительных систем	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения *Уметь* находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы	Полное отсутствие указанного умения	Отсутствие указанного умения	Умение находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том	Умение находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том	Отдельные умения находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические	Умение находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том	Умение находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритм

, в том числе с применением современных вычислительных систем			числе с применением современных вычислительных систем при наличии существенных ошибок	числе с применением современных вычислительных систем при наличии незначительных ошибок	алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	числе с применением современных вычислительных систем	ы, в том числе с применением современных вычислительных систем и способность принимать решение на этой основе
Навыки *Владеть* опытом нахождения, анализа, программной реализации использовани на практ математическ алгоритмов, том числе применением современных вычислительн систем	Полное отсутствие навыков владения указанным опытом	Отсутствие навыков владения указанным опытом	Наличие минимальных навыков владения указанным опытом	Посредственное владение указанными навыками	Достаточное владение указанными навыкам и	Хорошее владение указанными навыкам и	Всестороннее владение указанными навыкам и
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ПК-4: способность публично представлять собственные и известные научные результаты

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* методы	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в	Знание основного материала	Знание основного материало	Знание основног о	Знание основног о	Знание основног о и

публичного представления собственных и известных научных результатов		основном материале	с рядом негрубых ошибок	м с рядом заметных погрешностей	материала с незначительными погрешностями	материала без ошибок и погрешностей	дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения *Уметь* публично представлять собственные и известные научные результаты	Полное отсутствие указанного умения	Отсутствие указанного умения	Умение публично представлять собственные и известные научные результаты при наличии существенных ошибок	Умение публично представлять собственные и известные научные результаты при наличии незначительных ошибок	Отдельные умения публично представлять собственные и известные научные результаты	Умение публично представлять собственные и известные научные результаты	Умение публично представлять собственные и известные научные результаты и способность принимать решение на этой основе
Навыки *Владеть* опытом публичного представления собственных и известных научных результатов	Полное отсутствие навыков владения указанным опытом	Отсутствие навыков владения указанным опытом	Наличие минимальных навыков владения указанным опытом	Посредственное владение указанным опытом	Достаточное владение указанным опытом	Хорошее владение указанным опытом	Всесторонне владение указанным опытом
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает устную и письменную часть. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает разбор практической ситуации (решение задачи).

Экзамен в семестре 6

Превосходно	Свободное владение численными методами конечномерной оптимизации, входящими в материал курса
Отлично	Подготовка, уровень которой существенно выше среднего, с очень незначительными погрешностями
Очень хорошо	В целом хорошая подготовка с незначительными ошибками
Хорошо	Хорошая подготовка (знание численных методов конечномерной оптимизации и понимание взаимосвязи между ними, умение их применять), но с некоторыми ошибками
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям (знание основных численных методов конечномерной оптимизации, умение применять их в стандартных ситуациях)
Неудовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения экзамена
Плохо	Подготовка совершенно недостаточная

6.3. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций**

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:
- индивидуальное собеседование,
- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания.
- задания лабораторных работ.

6.4. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ЗА 6 СЕМЕСТР

1. Классификация численных методов оптимизации и общие понятия. Типы сходимости (по функции, по аргументу). Скорость сходимости (линейная, сверхлинейная, квадратичная). Критерии останова.
2. Минимизация функций одной переменной. Унимодальные функции. Основное свойство непрерывных унимодальных функций. Общая схема методов минимизации унимодальных функций. Показатель эффективности метода.
3. Метод дихотомии (основная идея и обоснование итерационных формул; показатель эффективности).
4. Метод половинного деления (основная идея и обоснование итерационных формул; показатель эффективности).
5. Метод золотого сечения (основная идея и обоснование итерационных формул; показатель эффективности; вывод пропорции золотого сечения).
6. Метод Фибоначчи (основная идея и обоснование итерационных формул; показатель эффективности).
7. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
8. Метод квадратичной интерполяции.
9. Метод кубической интерполяции.
10. Метод ломаных.
11. Модифицированный метод ломаных.
12. Градиентные методы (в частности, простейший с фиксированным шагом, и метод наискорейшего спуска). Овражный эффект (объяснение с помощью геометрической иллюстрации).
13. Три теоремы о сходимости градиентных методов (одна – с док-вом).
14. Методы Ньютона (идея метода; алгоритм; теорема о сходимости; достоинства и недостатки) и Ньютона-Рафсона.
15. Понятие A-сопряженной системы векторов. Доказать, что A-сопряженная система линейно независима.
16. Метод сопряженных направлений для минимизации квадратичных функций.
17. Метод сопряженных градиентов для минимизации квадратичных функций.
18. Методы сопряженных градиентов (Полака-Рибьера и Флетчера-Ривса) для минимизации гладких функций произвольного вида.

Пример экзаменационного билета

Билет №1

1. Классификация численных методов оптимизации и общие понятия. Типы сходимости (по функции, по аргументу). Скорость сходимости (линейная, сверхлинейная, квадратичная). Критерии останова.

2. Найти итерационную последовательность метода наискорейшего спуска в задаче $f(x) = 2(x_1)^2 + (x_2)^2 \to \min,\ x = (x_1, x_2) \in R^2$, взяв начальную точку $x^{(0)} = (1/2, 1)$.

6.5. **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1988 (215).

б) дополнительная литература:

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука. 1983 (14).
2. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука. 1986 (4).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. http://www.lib.unn.ru/ebs.html
2. MATLAB

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор _____ Чернов А.В.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой_____Сумин М.И.

Программа одобрена методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского
от _____ года, протокол № _____.