

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

## **Рабочая программа дисциплины**

Теория представлений

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки / специальность  
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы  
Общий профиль

Форма обучения  
очная

Нижегород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дискретные динамические системы» относится к к дисциплинам по выбору ОПОП бакалавриата по направлению подготовки **01.03.01 Математика**. Код дисциплины Б1.В.ДВ.06.01.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.06.01 «Дискретные динамические системы» относится к части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-5</b>  <i>Обладает навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования</i>	ПК-5.1: Знает уровень подготовки и психологию обучающихся при организации учебного процесса.	Знает основные понятия и утверждения дисциплины «Дискретные динамические системы», такие, как понятие о динамической системе, о типичном свойстве дискретной динамической системы, о топологической сопряженности дискретных динамических систем, о структурной устойчивости, Омега-устойчивости дискретных динамических систем.	Решение задач
	ПК-5.2: Умеет применять методы анализа научно-технической информации	Умеет проводить качественное исследование дискретных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере.	Решение задач

	ПК-5.3: Имеет практический опыт решения задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач	Владеет математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области	Коллоквиум
--	---	---	------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>_4_ ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>45</b>
- занятия лекционного типа	22
- занятия семинарского типа	22
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>99</b>
<b>Промежуточная аттестация –экзамен /зачет</b>	<b>зачет</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий по семестрам)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	

1.Потоки и диффеоморфизмы. Конструкция надстройки. Определение дискретной динамической системы. Примеры.		5	5		10	24
2.Типичные свойства дискретных динамических систем. Диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла.		6	6		12	25
3.Топологическая сопряженность. Инварианты топологической сопряженности.		5	5		10	25
4. Классическая теория гомеоморфизмов окружности. Число вращения.		6	6		12	25
Текущий контроль (КСР)	1				1	
<b>Итого</b>	<b>1</b>	<b>22</b>	<b>22</b>		<b>45</b>	<b>99</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках **занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций**

Промежуточная аттестация проходит в **традиционных форма (зачет)**.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся \_Виды самостоятельной работы:

1. Освоение теоретического материала, работа над конспектами лекций с использованием основной литературы и дополнительной литературы, указанной в п.6.
2. Подготовка к семинарам, собеседованиям, практическим работам по решению задач с использованием литературы, указанной в п.6, с решением задач, сформулированных на лекциях, ответами на контрольные вопросы.
3. Выполнение исследовательских работ (см. п.5.2.4).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающего от ответа						
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(ЗАПОЛНИТЬ согласно оценочным средствам табл.2)

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Докажите полноту пространства $C([a, b])$ , $r \geq 0$ .	ПК-5
2. Приведите примеры всюду плотных; граничных; нигде не плотных множеств в $\mathbb{R}^2$ , укажите множество 1-ой категории в $\mathbb{R}^2$ .	ПК-5
3. Постройте 1-ый и 2-ой континуумы Серпинского. Докажите их связность.	ПК-5
4. Сформулируйте определение дискретной динамической системы. Приведите пример дискретных динамических систем, образующих множество 2-ой категории Бэра в $C^1(S^1)$ .	ПК-5
5. Сформулируйте определение топологической сопряженности дискретных динамических систем, приведите примеры топологически сопряженных систем, заданных на прямой.	ПК-5
6. Какие омега-предельные множества имеет тент-отображение? Существуют ли у тент-отображения счетные омега-предельные множества? Имеет ли тент-отображение гомоклинические точки? Укажите отображение, топологически сопряженное с тент-отображением.	ПК-5
7. Сформулируйте определение и приведите примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых дискретных динамических систем.	ПК-5
8. Докажите структурную устойчивость диффеоморфизмов окружности Морса-Смейла.	ПК-5
9. Докажите лемму Пью о замыкании для диффеоморфизмов	ПК-5

<p>окружности.</p> <p>10. Докажите существование числа вращения для диффеоморфизма окружности, сохраняющего ориентацию.</p> <p>11. Исследуйте динамические свойства диффеоморфизма окружности с рациональным числом вращения.</p>	<p><i>ПК-5</i></p> <p><i>ПК-5</i></p>
<p>12. Установите свойства сохраняющего ориентацию диффеоморфизма окружности с иррациональным числом вращения. Какой особенностью обладает омега- предельное множество диффеоморфизма окружности с иррациональным числом вращения?</p>	<p><i>ПК-5</i></p>

#### 5.2.4. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Что такое граф периодической орбиты непрерывного отображения отрезка в себя?
2. Укажите граф, связанный с тент-отображением и содержащий информацию о периодах его периодических траекторий.
3. Периодические орбиты каких периодов имеет сохраняющий ориентацию (меняющий ориентацию) гомеоморфизм окружности?
4. Существуют ли гомеоморфизмы окружности, имеющие периодические орбиты периодов 3 и 5 одновременно?
5. Существуют ли эндоморфизмы окружности с периодическими орбитами периодов 3 и 5? Приведите необходимые объяснения.
6. Как класс гладкости диффеоморфизма окружности влияет на структуру его неблуждающего множества?
7. Сформулируйте определение и приведите пример дискретной динамической системы, заданной в стандартном единичном квадрате.
8. Что такое отображение сдвига на пространстве односторонних последовательностей и единиц? Приведите пример отображения окружности в себя, допускающего описание с помощью такого гомеоморфизма сдвига.
9. Приведите пример непрерывного отображения отрезка или окружности, имеющего нигде не плотное омега-предельное множество.
10. Существуют ли счетные омега-предельные множества у гомеоморфизмов окружности, у растягивающих эндоморфизмов окружности? Ответ обоснуйте.

#### 5.2.5. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Докажите, что тент-отображение имеет периодические точки всех периодов.
2. Докажите, что омега-предельные точки непрерывного отображения отрезка являются неблуждающими.
3. Докажите лемму о замыкании для непрерывного отображения окружности.
4. Докажите, что число вращения сохраняющего ориентацию гомеоморфизма окружности

является инвариантом топологической сопряженности.

5. Могут ли два гомеоморфизма окружности с равными числами вращения не быть топологически сопряженными. Ответ обоснуйте.

6. Укажите пример отображения отрезка, не являющегося топологически транзитивным. Проведите необходимые доказательства.

7. Могут ли два сжатия на прямой не являться топологически сопряженными. Ответ обоснуйте.

8. Какими особенностями обладают сохраняющие ориентацию гомеоморфизмы окружности с нулевым числом вращения?

9. Докажите существование числа вращения у гомеоморфизма окружности, не имеющего периодических точек.

10. Докажите, что множество чисел  $\{(n\alpha) \bmod 1\}$  всюду плотно на отрезке  $[0, 1]$ .

#### 5.2.4. Темы курсовых работ, эссе, рефератов

1. Разветвленные континуумы как аттракторы косых произведений в плоскости (ПК-5, защита работы).

2. О  $C0$ -Омега-взрывах в простейших гладких косых произведениях отображений интервала (ПК-5, защита работы).

3. Исследование окрестности гладких простейших косых произведений в плоскости (ПК-5, защита работы).

4. Простейшие гладкие косые произведения на торе (ПК-5, защита работы).

5. Исследование Омега-взрывов в простейших косых произведениях на торе (ПК-5, защита работы).

#### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Пуанкаре А. *О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями*. М.-Л.: ОГИЗ, 1947. Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

2. Немыцкий В.В., Степанов В.В. *Качественная теория дифференциальных уравнений*. М.-Л.: ОГИЗ, 1947. Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

3. Плисс В.А. *Нелокальные проблемы теории колебаний*. М.-Л.: Наука, 1964.

Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

б) дополнительная литература:

4. Аносов Д.В. (ред.) *Гладкие динамические системы (Сборник переводов, Математика в зарубежной науке №4)*. М.: Мир, 1977. Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

5. Левитан Б.М. *Почти-периодические функции*. М.: ГИТТЛ, 1953.

Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>



6. *Сибирский К.С. Введение в топологическую динамику. Кишинев, 1970.* Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

7. *Хьюзмоллер Д., Расслоенные пространства. М.: Мир, 1970* Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

8. *Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И., Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНТИ, 1985.*

*Библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>*

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

библиотека MathNet.ru <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению 01.03.01 Математика

Автор (ы) \_\_\_\_\_ Л.С. Ефремова \_\_\_\_\_

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.В. Калинин \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.