МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное   
образовательное учреждение высшего образования**   
**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет   
им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением ученого совета ННГУ

протокол от

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Уравнения математической физики |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 01.03.02. Прикладная математика и информатика |

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Математическое моделирование и вычислительная математика |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

 2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина Б1.О.25 «Уравнения математической физики» относится к обязательной части

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.25 «Уравнения математической физики» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика |

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| --- | --- | --- | --- |
| **Индикатор достижения компетенции**\*(код, содержание индикатора) | **Результаты обучения  по дисциплине\*\*** |
| *ОПК-3*  *Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в профессиональной деятельности* | *ОПК-3.1.* | Знает основные положения, терминологию, математические модели математической физики. | *Собеседование* |
|  | *ОПК-3.2.* | **Умеет** определять методы математического исследования в зависимости от поставленных задач. | *Контрольная работа* |
|  | *ОПК-3.3.* | **Владеет навыками** применения базовых знаний и современного математического аппарата математической физики при решении теоретических и прикладных задач. | *Контрольная работа* |

1. **Структура и содержание дисциплины**
   1. **Трудоемкость дисциплины**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **очная форма обучения** | |
| **Общая трудоемкость** | **8** | **з.е.** |
| **Часов по учебному плану** | **288** | |
| **в том числе** |  | |
| **аудиторные занятия (контактная работа):** |  | |
| **- занятия лекционного типа** | **64** | |
| **- занятия семинарского типа** | **64** | |
| **- занятия лабораторного типа** |  | |
| **- текущий контроль (КСР)** | **4** | |
| **самостоятельная работа** | **116** | |
| **Промежуточная аттестация – экзамены (5,6 сем.)** | **72** | |

* 1. **Содержание дисциплины**

| **Очная форма обучения** | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Наименование разделов и тем дисциплины** | **Всего (часы)** | в том числе | | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | **СР**1**, часы** |
| **ЗЛеТ**2 | **ЗСеТ**3 | **ЗЛаТ**4 | **Всего** |
|  | Классификация уравнений с частными производными | 8 | 2 | 2 |  | 4 | 4 |
|  | Вывод основных уравнений гиперболиче-ского типа, изучаемых в матфизике | 8 | 2 | 2 |  | 4 | 4 |
|  | Метод характеристик для одномерного волнового уравнения | 30 | 3 | 12 |  | 15 | 15 |
|  | Задачи Коши и Гурса | 24 | 3 | 8 |  | 11 | 13 |
|  | Обобщенные функции и их применение в математической физике | 12 | 4 | 2 |  | 6 | 6 |
|  | Классификация уравнений с n независи-мыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения | 16 | 8 |  |  | 8 | 8 |
|  | Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндриче-ские функции | 22 | 4 | 6 |  | 10 | 12 |
| 8. | Метод Фурье (метод разделения переменных) | 36 | 4 | 12 |  | 16 | 20 |
| 9. | Уравнения параболического типа | 24 | 8 | 2 |  | 10 | 14 |
| 10. | Уравнения эллиптического типа | 22 | 6 | 2 |  | 8 | 14 |
| 11. | Теория потенциалов. | 10 | 4 |  |  | 4 | 6 |
|  | Текущий контроль (КСР) | 4 |  |  |  |  | 4 |
|  | ИТОГО | 216 | 48 | 48 | 0 | 96 | 120 |
|  | 1 Самостоятельная работа обучающегося.  2 Занятия лекционного типа.  3 Занятия семинарского типа.  4 Занятия лабораторного типа. |  |  |  |  |  |  |
|  |  | | | | | | |

Краткое содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Классификация уравнений с частными производными.

Понятие дифференциального уравнения с частными производными, его классиче-ского решения. Нелинейные, квазилинейные, линейные уравнения. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду.

Раздел 2. Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизи-ке.

Вывод уравнений малых поперечных колебаний струны, продольных колебаний стержня. Постановка начальной и начально-краевой задач. Условия согласования в начально-краевой задаче.

Раздел 3. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения.

Решение начальной задачи для одномерного волнового уравнения. Формула Далам-бера. Понятие области зависимости, области определенности, области влияния. Решение неоднородного уравнения. Устойчивость решения к входным данным. Понятие о корректно поставленной задаче. Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны. Решение задач методом продолжений. Отражение на закрепленных и свободных концах. Решение задач о распространении краевого режима.

Раздел 4. Задачи Коши и Гурса.

Задача Коши для уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Теорема Коши-Ковалевской.(без док-ва) Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Существования и единственность классического решения. Постановка задачи Гурса для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

Раздел 5. Обобщенные функции и их применение в математической физике.

Определение обобщенной функции. Примеры. Действия с обобщенными функци-

ями. Понятие обобщенного решения дифференциального уравнения.

Раздел 6. Классификация уравнений с n независимыми переменными. Начальная за-дача для трехмерного волнового уравнения.

Получение решения методом сферического среднего. Физическая интерпретация формулы Пуассона, принцип Гюйгенса. Решение начальной задачи методом Дюамеля. Запаздывающий потенциал. Метод спуска. Постановка начально-краевой задачи для трехмерного и двумерного волнового уравнения.

Раздел 7. Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.

Свойства собственных значений и собственных функций. Теорема Стеклова (без док-ва). Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Функция Неймана.

Раздел 8. Метод Фурье (метод разделения переменных).

Реализация метода на примере решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Интеграл энергии. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от начальных данных. Обоснование метода разделения переменных для смешанной задачи для волнового уравнения. Цилиндрические функции, их использование при решении задач с осевой симметрией.

Раздел 9. Уравнения параболического типа.

Задача о распространении тепла. Постановки начальной и начально-краевой задач. Решение начальной задачи методом преобразования Фурье. Фундаментальное решение, его свойства. Решение начальной задачи в трехмерном пространстве. Принцип максимума и минимума. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных. Решение начально-краевых задач методом разделения переменных. Понятие функции Грина.

Раздел 10. Уравнения эллиптического типа.

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Основные постановки задач для уравнения Пуассона. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных. Метод функции Грина для решения задачи Дирихле. Построение функции Грина методом конформных отображений. Построение функции Грина методом отражений.

Раздел 11. Теория потенциалов.

Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Применение потенциалов к решению краевых задач.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамены).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

* повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
* самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
* подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
* подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамены).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации   
   по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий)*, *контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачёту*.

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

| **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Знания | Умения | Навыки |
| **плохо** | **не зачтено** | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа |
| **неудовлетворительно** | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. |
| **удовлетворительно** | **зачтено** | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами |
| **хорошо** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами. |
| **очень хорошо** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. |
| **отлично** | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. |
| **превосходно** | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| --- | --- | --- |
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| незачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**
     1. **Контрольные вопросы**

| *№* | *Вопрос* | *Код формируемой компетенции* |
| --- | --- | --- |
|  | Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производ-ными второго порядка с двумя независимыми переменными. | *ОПК-3* |
|  | Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа. | *ОПК-3* |
|  | Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравне-ния гиперболического типа. | *ОПК-3* |
|  | В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Выведите формулу Даламбера. | *ОПК-3* |
|  | Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение функции Бесселя. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение функции Бесселя. | *ОПК-3* |
|  | Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с п независимыми переменными. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства. | *ОПК-3* |
|  | Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних. | *ОПК-3* |
|  | Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона. | *ОПК-3* |
|  | Рассмотрите метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Приведите обоснование полученного решения. | *ОПК-3* |
|  | Докажите теорему единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Докажите теорему о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных | *ОПК-3* |
|  | Определите фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Пере-числите его свойства. | *ОПК-3* |
|  | Выведите уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи для уравнения теплопроводности. | *ОПК-3* |
|  | Докажите основные свойства гармонических функций. | *ОПК-3* |
|  | Выведите интегральное представление для гармонических функций. | *ОПК-3* |
|  | Определите функцию Грина задачи Дирихле. Докажите ее свойства. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение потенциала двойного слоя. Перечислите его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле. | *ОПК-3* |
|  | Сведите решение задачи Неймана к решению интегрального уравнения, ис-пользуя потенциал простого слоя. | *ОПК-3* |
|  | Дайте определение объемного потенциала. Докажите его свойства. | *ОПК-3* |
|  | Решите задачу Дирихле для шара. | *ОПК-3* |
|  | Решите начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа. | *ОПК-3* |
|  | Сформулируйте и докажите теорему единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности. | *ОПК-3* |
|  | Докажите теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных первой начально-краевой задачи для уравнения параболического ти-па. |  |

* + 1. **Типовые задания/задачи для оценки   
       сформированности компетенции   ОПК-3**

**Вариант №1 домашней контрольной работы в 5 семестре:**

1. Используя формулу Даламбера, найти решение задачи:
2. Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке x=π/2. Начальные функции имеют вид:
3. Построить профиль полуограниченной струны с жестко закрепленным концом x=0 в момент времени t=5c/2a , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале ( c , 4c ) и имеет форму ломаной с вершинами в точках (c,0),(2c,2h),(3c,h),(4c,0). Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки x=5c/2.
4. Полуограниченной струне со свободным концом x=0 в начальный момент времени t=0 с помощью поперечного удара передается импульс I в точках . Найти отклонения точек струны в момент времени
5. Найти решение начально-краевой задачи:
6. Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой (х=0) свободен , а другой (x=π) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:
7. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце x=0 и подверженной на конце действию силы. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех

**Вариант №1 домашней контрольной работы в 6 семестре**

1. К струне, один конец которой (x=0) свободен, а другой (x=l) закреплен жестко, с момента времени t=0 приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью f(x,t)=Asinωt. Найти колебания струны в среде без сопротивления; исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.

2. Найти стационарную температуру в круглом цилиндре с радиусом основания и высотой , если температуры нижнего и верхнего оснований равны соответственно и , а боковая поверхност цилиндра теплоизолирована.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.– М.: Наука 1984. 38 экз, 1974 –31 экз.

2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. –М.: Наука, 1977. 61 экз. [(http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/TihonovSamarskij1977ru.djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/TihonovSamarskij1977ru.djvu), 1966 – 4 экз., 1972 – 4 экз., 2004 – 4 экз.

3. Сборник задач по уравнениям математической физики. Под редакцией Владимирова В.С.–М.: Наука,1982. 81 экз., 1974 – 43 экз., 2001 – 3 экз., 2003 – 1 экз., 2004 – 10 экз.

4. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения .- Н.Новгород: изд. ННГУ, 2014.-72с. <http://www.unn.ru/books/met_files/onewaveeq.pdf>

б) дополнительная литература:

1. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. Ч.1 – М.: МГУ, 1976 110 с. 1 экз. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.–252с

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.– М.: Наука, 1988. 83 экз., 1967 – 1 экз., 1971 – 2 экз., 1976 – 34 экз., 1981 – 14 экз.

3. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Минск, 1974. 4 экз. 1964 1 экз. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Smirnov1964ru.djvu>)

4. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике.– М.: Наука, 1979. [(http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/BudakSamarskijTixonov1979ru.djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/BudakSamarskijTixonov1979ru.djvu), 1980.–688с. 143 экз., 1956 – 2 экз., 2003 – 11 экз., 2004 – 99 экз.

5. Задача Коши для уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменны-ми. Составители: Денисова Н.А., Морозов С.Ф.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 1996. (кафедра МФОУ).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 671.14.06

2. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 987.15.06

1. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 01.03.02 Прикладная математика и информатика

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Автор(ы) |  | к.ф.-м.н., доцент  Денисова Н.А. |
| Рецензент(ы) |  |  |
| Заведующий кафедрой  теоретической, компьютерной и экспериментальной механики |  | д.ф.-м.н., профессор  Игумнов Л.А. |

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 24.02.2021 года, протокол № 5.