МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета
ННГУ
(протокол от 16.06.2021 г. №8)

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Оптимизация линейных управляемых систем

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2018 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП Дисциплина относится к вариативной части основной образовательной программы (ОПОП), является курсом по выбору (Б1.В.ДВ.02.02) и изучается в 5 семестре обучения в бакалавриате по направлению «Математика».

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) вариативная часть	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 *Оптимизация линейных управляемых систем* относится к вариативной части ОПОП направления подготовки *01.03.01. Математика*

Это введение в современную математическую теорию оптимального управления. Изучение теории и методов решения задач оптимального управления необходимо для полноценного освоения ОПОП. При изучении современной математической теории оптимального управления используются результаты из таких, освоенных на предыдущих годах обучения, дисциплин фундаментальной математики, как математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, геометрия, теория функций вещественного переменного. Знания, полученные при освоении данной дисциплины, необходимы при практической работе, так или иначе связанной с применением математических методов и методов математического моделирования.

Целью освоения дисциплины «Оптимизация линейных управляемых систем» является знакомство с теорией линейных управляемых систем дифференциальных уравнений и теорией оптимизации таких систем.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций**

ОПК-1 **готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.** Базовый этап.	*З1 (ОПК-1)* *знания*: базовые знания в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации *У1 (ОПК-1)* *умения и навыки:* умения использовать базовые знания в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации *В1 (ОПК-1)* *владение опытом* использования базовых знаний в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации
ОПК-4 **способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.** Базовый этап.	*З1 (ОПК-4)* Знание методов анализа и использования на практике математических алгоритмов конечномерной и бесконечномерной оптимизации *У1 (ОПК-4)* Умение находить, анализировать, реализовывать и использовать на практике математические алгоритмы конечномерной и бесконечномерной оптимизации *В1 (ОПК-4)* Опыт нахождения, анализа, реализации и использования на практике математических алгоритмов конечномерной и бесконечномерной оптимизации
ПК-2 **способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.** Базовый этап.	*З1 (ПК-2)* Знания методов математически корректной постановки естественнонаучных задач, знание постановок классических задач математики *У1 (ПК-2)* Умение применять методы математически корректной постановки естественнонаучных задач, умение ставить классические задачи математики *В1 (ПК-2)* Опыт применения математически корректной постановки естественнонаучных задач, постановки классических задач математики
ПК-3 **способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.** Базовый этап.	*З1 (ПК-3)* Знание основ строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата *У1 (ПК-3)*Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата *В1 (ПК-3)* Опыт строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 33 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (16 часов занятия лекционного типа, 16 часов занятия практического типа, 1 час промежуточной аттестации), 39 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины , **форма промежуточной аттестации по дисциплине**	**Всего (часы)**	**В том числе**					
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы **из них**					**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**		**Всего**	
Тема 1. Линейные управляемые системы. Управляемые системы линейных дифференциальных уравнений. Терминология. Различные классы допустимых управлений и соответствующие классы решений. Измеримые управления и абсолютно непрерывные решения. Формула Коши решения задачи Коши. Фундаментальная матрица.	4	1	1			2	2
Тема 2. Множества достижимости. Свойства множеств достижимости в случае, когда множество допустимых значений управления выпуклый компакт: ограниченность, выпуклость, замкнутость. Экстремальные управления. Критерии экстремальности. Построение множеств достижимости с помощью экстремальных управлений. Непрерывная зависимость множеств достижимости от времени в метрике Хаусдорфа. Множества управляемости, их связь с множествами достижимости.	14	3	3			6	8

Тема 3. Задача быстрейшего перевода линейной системы из одного заданного состояния в другое. Теорема существования решения задачи быстродействия и ее доказательство. Принцип максимума Понтрягина как общее необходимое условие оптимальности для задачи быстродействия и его доказательство. Примеры решения конкретных задач: простейшая задача быстродействия; задача о быстрейшем успокоении гармонического осциллятора; задача о быстрейшем прекращении кувыркания космического аппарата; обобщение простейшей задачи быстродействия (целевая точка не обязательно совпадает с началом координат фазовой плоскости).	15	3	3			6	9
Тема 4. Некоторые свойства задачи быстрейшего перевода линейной системы из одного заданного состояния в другое. Принцип максимума как необходимое и достаточное условие оптимальности при условии общности положения. Общая схема решения линейной задачи быстродействия с помощью принципа максимума. Теоремы о числе переключений оптимального управления. Теорема единственности оптимального управления. Теорема существования оптимального управления. Решение задачи синтеза оптимального управления для линейных систем второго порядка.	13	3	3			6	7
Тема 5. Другие задачи быстродействия. Задача быстрейшего перевода линейной системы из заданного состояния в заданный компакт. Теорема существования решения и ее доказательство. Принцип максимума Понтрягина и его доказательство. Различные способы описания целевого компакта. Задача быстрейшего перевода линейной системы из одного заданного компакта в другой. Примеры решения конкретных задач.	13	3	3			6	7

Тема 6. Задачи оптимального управления с фиксированным временем. Интегральные функционалы и функционалы типа Больца. Простейшая задача оптимального управления линейной системой с функционалом качества типа Больца, необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума. Общая задача оптимального управления линейной системой с функциональными ограничениями типа равенства и неравенства, необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума. Примеры решения конкретных задач.	12	3	3			6	6
В т.ч. текущий контроль	2						
Промежуточная аттестация – зачет							

Текущий контроль успеваемости проходит на коллоквиуме. Итоговый контроль осуществляется на зачете.

4. Образовательные технологии

Используются образовательные технологии в форме лекций, коллоквиумов, домашних работ.
Лекционные занятия в основном проводятся в форме «лекция-информация», при необходимости переходящей в форму «лекция-беседа».
Коллоквиумы включают практические задания и проводятся в форме беседы со студентами.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов (выполнение домашних практических заданий, подготовка к коллоквиуму, экзамену и зачету) обеспечивается доступной студентам основной и дополнительной литературой, а также доступными им интернет-ресурсами (см. ниже раздел **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**).
В частности, для подготовки к экзамену по темам 2 - 5 студентам можно воспользоваться следующими интернет-ресурсами:

1. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими

подробными примерами и упражнения для самостоятельного выполнения.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования (согласно Карте компетенций по направлению 010301 Математика)

ОПК-1 **Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности**

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания базовые знания в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения умения использовать базовые знания в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации	Полное отсутствие умения	Отсутствие умения	Умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	Умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы	Умение использовать приемы	Умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе

Навыки *Владеть* опытом использования базовых знаний в области математического программирования, вариационного исчисления и методов оптимизации	Полное отсутствие навыков	Отсутствие опыта	Наличие минимальных навыков	Посредственное владение навыками	Достаточное владение навыками	Хорошее владение навыками	Всестороннее владение навыками
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ОПК-4 ***Способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем***

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания Знание методов анализа и использования на практике математических алгоритмов конечномерной и бесконечномерной оптимизации	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения Умение находить, анализировать, реализовывать и использовать на практике математические алгоритмы конечномерной и бесконечномерной оптимизации	Полное отсутствие умения	Отсутствие умения	Умение использовать отдельные приемы при наличии значительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы	Умение использовать приемы	Умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе

Навыки *Владеть* опытом нахождения, анализа реализации использования практике математических алгоритмов конечномерной бесконечномерной оптимизации	Полное отсутствие навыков	Отсутствие навыков	Наличие минимальных навыков	Посредственное владение навыками	Достаточное владение навыками	Хорошее владение навыками	Всестороннее владение навыками
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ПК-2 Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания *Знать* методы математически корректной постановки естественнонаучных задач, знание постановок классических задач математики	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения Умение применять методы математически корректной постановки естественнонаучных задач, умение ставить классические задачи математики	Полное отсутствие умения	Отсутствие умения	Умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	Умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы	Умение использовать все основные приемы	Свободное владение приемами
Навыки Опыт применения математически корректной постановки естественнонаучных задач, постановки классических задач математики	Полное отсутс навыков	Отсутствие навы	Наличие минимал навыков	Посредственное владение опытом	Достаточное владение опытом	Хорошее влад опыта	Всестороннее владение навыка
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ПК-3 **Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата**

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания Знание основ строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительным материала без ошибок и погрешностей
Умения Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Полное отсутствие умения	Отсутствие умения	Умение использовать отдельные приемы при наличии серьезных ошибок	Умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	Умение использовать отдельные приемы	Умение использовать все основные приемы	Умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Навыки Опыт стрококазательства утверждений, формулировки результатов, вы следствий полученного результ	Полное отсутствие навыков владения опытом	Отсутствие нав владения опытом	Наличие минималь-ных навыков	Посредственное владение опытом	Достаточное владение опытом	Хорошее влад вла опытом	Всестороннее владение навыка
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде зачета, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Зачет включает теоретическую и практическую части. Теоретическая часть заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть зачета предусматривает разбор практической ситуации (решение задачи).

Оценка	Уровень подготовки
Зачтено	От минимально достаточного до высокого. Выполнение контрольных заданий 60% и больше.
Не зачтено	Подготовка недостаточная, требуется дополнительное изучение материала. Выполнение контрольных заданий менее 60%.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по

дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии: индивидуальное собеседование, письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии: решение задач и коллоквиум.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Коллоквиум (темы 1 - 3).
Примеры вариантов коллоквиума:

Вариант 1:

1) Критерии экстремальности управления.
   (**оценка компетенции ОПК-1**)
2) Задача о быстрейшем успокоении гармонического осциллятора. Решение. Синтез оптимального управления.
   (**оценка компетенции ОПК-4**)

Вариант 2:

1) Непрерывная зависимость множества достижимости от времени.
   (**оценка компетенции ОПК-1**)
2) Задача о быстрейшем прекращении кувыркания космического аппарата. Решение. Синтез оптимального управления.
   (**оценка компетенции ОПК-4**)

Зачет

Примеры вариантов заданий на зачете:

Вариант 1:

1) Теоремы о числе переключений оптимального управления.
   (**оценка компетенции ПК-2**)
2) Задача Чаплыгина о самолете как задача оптимального управления.
   (**оценка компетенции ПК-3**)

Вариант 2:

1) Принцип максимума как необходимое и достаточное условие оптимальности при условии общности положения.
   (**оценка компетенции ПК-2**)
2) Задача о повороте вала электродвигателя на максимальный угол.
   (**оценка компетенции ПК-3**)

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Математическая теория оптимальных процессов. / Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. - М.: Наука. 1976. (**В ФБ ННГУ 58 экз.**)
2. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука. 1969. (**В ФБ ННГУ 34 экз.**)

б) дополнительная литература:

3. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1988. (**В ФБ ННГУ 214 экз.**)
4. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука. 1979. (**В ФБ ННГУ 79 экз.**)
5. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры, задачи: учебное пособие. М.: Наука. 1984. (**В ФБ ННГУ 155 экз.**)
6. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
7. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Фонд электронных изданий ННГУ. Режим доступа: http://www.unn.ru/books/resources.html

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению (профилю) 010301 Математика.

Автор _____ Сумин В.И.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ Сумин В.И.

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от _____ года, протокол № _____.