

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор _____ В.П. Гергель

« ____ » _____ 2018 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Системный анализ, исследование операций и управление

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

бакалавр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очно-заочная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород
2018

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части ОПОП. Данная дисциплина читается в третьем и четвертом семестрах бакалавриата (Б1.Б.10 – базовая часть).

Дисциплина изучается на основе достигнутого уровня формирования компетенций при изучении дисциплин «Математический анализ 1», «Математический анализ 2» (знать дифференциальное и интегральное исчисление, уметь вычислять производную и дифференциал функции, неопределенный и определенный интеграл, исследовать сходимость числовых и функциональных рядов) и «Алгебра и геометрия», «Дополнительные главы алгебры» (знать основы линейной алгебры, уметь находить собственные числа и вектора матриц, решать системы линейных уравнений).

К дисциплинам, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее, относятся дисциплины «Концепции современного естествознания», «Методы оптимизации», «Физика», «Дополнительные главы физики».

Дифференциальными уравнениями описываются многие динамические процессы и явления, происходящие в природе, технике и обществе.

Целями освоения дисциплины являются:

- формирование и развитие общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности;
- приобретение начальных навыков составления математических моделей реальных объектов в форме обыкновенных дифференциальных уравнений, возникающих в прикладных задачах;
- изучение методов решения и исследования основных типов дифференциальных уравнений;
- приобретение практических навыков применения изученных методов исследования математических моделей в форме дифференциальных уравнений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ОПК-1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; (базовый (средний) этап)</i>	<i>З1 (ОПК-1) <u>Знать</u>: основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры, на которые опирается изучение дисциплины.</i>
<i>ПК-1. Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям; (начальный (низкий) этап)</i>	<i>У1 (ПК-1) <u>Уметь</u> самостоятельно осваивать дополнительный теоретический и практический материал по рекомендуемым источникам (книгам и ссылкам в сети Интернет).</i>
<i>ПК-2. Способность понимать,</i>	<i>З1 (ПК-2) <u>Знать</u>:</i>

<p><i>совершенствовать и применять современный математический аппарат. (начальный (низкий) этап))</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> – общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений (существование и единственность решения задачи Коши, непрерывная зависимость от начальных условий и параметров, дифференцируемость по начальным условиям и параметрам; – теорию линейных дифференциальных уравнений и систем уравнений; – типы и методы решения интегрируемых нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков; – теорию интегралов нормальных систем дифференциальных уравнений; – теорию устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем уравнений; – определение и этапы построения математической модели динамической системы; – качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка. <p><i>У1 (ПК-21) Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – находить общее решение и решение задачи Коши интегрируемых дифференциальных уравнений 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах и приводимые к ним, не разрешенные относительно производной); – находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с переменными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши нелинейных дифференциальных уравнений высших порядков и нелинейных систем уравнений; – находить состояния равновесия автономных динамических систем второго порядка, исследовать их тип и характер устойчивости по первому приближению, строить фазовый портрет. <p><i>В1 (ПК-21) Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – приемами построения математических моделей в разных предметных областях.
---	---

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет

12 зачетных единиц, всего 432 часа, из которых

100 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем:

64 часов занятия лекционного типа,

32 часа занятия семинарского типа (практические занятия),

4 часа мероприятия промежуточной аттестации

332 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе					Самостоятельно
		Контактная работа, часы из них					
Форма промежуточной аттестации по дисциплине							
1. Понятие о дифференциальном уравнении. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений: Обыкновенное дифференциальное уравнение. Дифференциальное уравнение в частных производных. Порядок уравнения. Системы дифференциальных уравнений. Задачи анализа и геометрии, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений.	46	6	4			10	36
2. Дифференциальные уравнения первого порядка: Общее, частное, особое решение. Общий интеграл. Задача Коши. Поле направлений. Метод изоклин. Интегрируемые типы уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах и приводимые к ним). Существование и общие свойства решений уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (существование и единственность решения задачи Коши, продолжаемые и непродолжаемые решения, степень гладкости решений, непрерывная зависимость решений от начальных условий и параметров, дифференцируемость решений по начальным условиям и параметрам). Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	92	16	8			24	68
3. Дифференциальные уравнения высших порядков: Общее решение. Задача Коши. Типы уравнений, интегрируемые в квадратурах. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.	31	4	1			5	26
4. Линейные уравнения высших порядков: Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного уравнения. Общее решение линейного неоднородного уравнения. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Метод Коши. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Гармонический и линейный осцилляторы*.	46	6	3			9	37
В т.ч. текущий контроль	2						
Промежуточная аттестация: зачет							
5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теория интегралов нормальных систем: Каноническая система дифференциальных уравнений. Система в нормальной форме. Общее решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общий интеграл. Первый интеграл. Теория интегралов нормальной системы. Системы в симметрической форме.	54	8	4			12	42
6. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: Фундаментальная система решений. Общее решение линейной однородной системы. Метод Эйлера построения фундаментальной	56	8	4			12	44

системы решений. Общее решение линейной неоднородной системы. Отыскание частного решения линейной неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов для отыскания частного решения неоднородной системы со специальными частями в виде квазиполиномов. Метод комплексных амплитуд. Принцип суперпозиции.								
7. Устойчивость решений дифференциальных уравнений: Определение устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова	36	6	4				10	26
8. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений. Фазовые портреты автономных динамических систем второго порядка: Автономные и неавтономные системы. Автономная система второго порядка и ее фазовое пространство. Связь между фазовыми траекториями и интегральными кривыми. Состояния равновесия, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет. Качественно-численные методы построения фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка*.	57	10	4				14	53
В т.ч. текущий контроль	2							
Промежуточная аттестация: <u>зачет</u>, <u>экзамен</u>								

* Вопросы программы, отмеченные звездочкой (*), излагаются в виде обзора и выносятся на самостоятельную проработку студентами.

4. Образовательные технологии

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций и практических занятий различных видов.

Лекции составляют основу теоретической подготовки студентов и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине.

Лекция-информация ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

Лекция-беседа предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией и является формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей обучаемых. Во время лекции-беседы преподаватель задает вопросы в начале лекции и по ее ходу. Вопросы адресуются всей аудитории. Слушатели отвечают с мест. Если преподаватель замечает, что кто-то из обучаемых не участвует в ходе беседы, то вопрос можно адресовать лично этому слушателю или спросить его мнение по обсуждаемой проблеме. Обучаемый, продумывая ответ на заданный вопрос, получает возможность самостоятельно прийти к тем выводам и обобщениям, которые преподаватель должен был сообщить в качестве новых знаний.

Лекция с заранее запланированными ошибками рассчитана на стимулирование студентов к постоянному контролю предлагаемой информации. В конце лекции проводится разбор сделанных ошибок.

Практические занятия углубляют, расширяют полученные на лекциях знания и направлены на развитие самостоятельности обучающихся. Их основу составляет практическая работа каждого обучаемого по приобретению умений и навыков использования полученных знаний.

Практическое занятие в форме упражнений предполагает выполнение студентами под руководством преподавателя нескольких практических заданий. На таком занятии либо все обучающиеся решают задачи самостоятельно, а преподаватель контролирует их работу и когда у большинства студентов работа застопорилась, дает необходимые пояснения. Либо задачу решает и комментирует свое решение вызванный к доске студент под контролем преподавателя.

Научно – практическое занятие представляет собой выполнение исследовательских заданий по теме «Качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка» и обсуждение результатов исследования. Проводится в интерактивной форме с представлением презентации.

Контрольное практическое занятие обеспечивает текущий контроль усвоения обучающимися учебного материала и проводится в виде письменной контрольной работы по материалам наиболее важных разделов изучаемой дисциплины.

Система электронного обучения. Синхронный курс – Дифференциальные уравнения. Электронный управляемый курс. Н.Новгород, ННГУ, 2014. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ, № 247Е.14.08 на сайте

<http://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=247> с электронным тестированием обучающихся на предмет усвоения изучаемого материала и проверки их самостоятельной работы.

Консультации (индивидуальные, групповые, перед промежуточной аттестацией) являются одной из форм руководства работой студентов и оказания им помощи в самостоятельном изучении учебного материала. Они проводятся преподавателем в часы самостоятельной работы студентов.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- освоение материала, выносимого на самостоятельную проработку;
- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации.

5.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Выполняется самостоятельно обучающимся с использованием материалов лекций, электронного курса на сайте: режим доступа

<http://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=247>, рекомендованной основной и дополнительной литературы. Контроль выполняется в форме электронных тестов в электронном курсе и итогового теста.

5.2. Освоение материала, выносимого на самостоятельную проработку

Раздел «Гармонический и линейный осцилляторы» излагается на лекции в виде обзора и вынесен на самостоятельную проработку студентами по источнику: Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.- Теория колебаний. М.: Наука, 1981. Контроль проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

Раздел «Качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка» излагается на лекции в виде обзора и вынесен на самостоятельную проработку студентами по методическому пособию «Исследование автономных динамических систем второго порядка»: Методическое описание

учебно-лабораторного комплекса/ Сост. Н. В. Киселева, А. В. Артемьев. – Н. Новгород: ННГУ, 2004. – 28с., размещенному на сайте ННГУ по электронному адресу http://www.itmm.unn.ru/files/2016/09/Issled_avtonom_din_sis_2_por.pdf/, режим доступа – свободный. Контроль выполняется на научно – практическом занятии, посвященном этому разделу.

5.3. Выполнение домашних заданий по практическим занятиям

Домашние задания выдаются по задачнику: Филиппов А.Ф.- Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979; М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2009, который включает краткий обзор теоретического материала и примеры решения задач из каждого раздела.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

5.4. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ

В каждом семестре проводятся две аудиторские контрольные работы (на контрольных практических занятиях по материалам тем 1-2, 3-4 лекционного курса в 3 семестре и по материалам тем 5-6, 7-8 в 4 семестре).

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно просмотреть материалы соответствующих лекций и практических занятий, а также самостоятельно решить несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

Разбор контрольных работ и исправление ошибок проводится в часы контроля самостоятельной работы студентов.

5.4. Подготовка к промежуточной аттестации

Фактором успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение всего периода изучения дисциплины. В этом случае подготовка к зачету и экзамену будет концентрированной систематизацией всех полученных знаний, умений и навыков.

Зачет в 3 семестре принимается по итогам текущей успеваемости с учетом результатов двух письменных контрольных работ №1, №2 и итогового теста.

Зачет в 4 семестре принимается по итогам текущей успеваемости с учетом результатов двух письменных контрольных работ №3 и №4.

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену в 4 семестре рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, материалы электронного курса и рекомендованную основную и дополнительную литературу.

Список вопросов, выносимых на экзамен:

1. Основные понятия о ДУ. Обыкновенные ДУ и ДУ в частных производных. Порядок ДУ. ДУ, разрешенные и неразрешенные относительно производной. Системы ДУ.
2. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных ДУ.
3. ДУ 1 порядка, разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши.
4. Геометрическая интерпретация ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Поле направлений. Интегральная кривая. Геометрический смысл задачи Коши. Обыкновенные и особые точки.
5. Качественное исследование ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Изоклины. Линия экстремумов и линия перегибов интегральных кривых.

6. Особые решения ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Способы их отыскания.
7. ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными и приводимые к ним.
8. Однородные ДУ 1 порядка.
9. ДУ 1 порядка, приводимые к однородным.
10. Линейные ДУ 1 порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольной постоянной.
11. ДУ 1 порядка, приводимые к линейным. ДУ Бернулли и Риккати.
12. ДУ 1 порядка в полных дифференциалах.
13. Интегрирующий множитель ДУ 1 порядка. Способы его нахождения. Связь с особыми решениями.
14. Теорема о числе интегрирующих множителей дифференциального уравнения.
15. Интегрирующий множитель для ДУ с разделяющимися переменными.
16. Интегрирующий множитель для однородного ДУ.
17. Интегрирующий множитель для линейного ДУ.
18. Теорема Коши-Пикара для ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
19. Метод последовательных приближений Пикара решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка.
20. Теорема о продолжении решения задачи Коши. Продолжаемые и непродолжаемые решения.
21. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметров.
22. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий.
23. Степень гладкости решения задачи Коши.
24. Дифференцируемость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам.
25. Уравнения 1 порядка, не разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Поле направлений. Постановка задачи Коши.
26. Теорема Коши-Пикара для ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной.
27. Особые решения ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Способы отыскания. Дискриминантная кривая. Огибающая семейства интегральных кривых.
28. Методы интегрирования ДУ 1 порядка, не разрешенных относительно производной.
29. ДУ Лагранжа.
30. ДУ Клеро.
31. ДУ высших порядков. Общее решение. Общий интеграл. Задача Коши. Теорема Коши-Пикара. Теорема Пеано. ДУ высших порядков, интегрируемые в квадратурах.
32. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
33. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема Коши-Пикара. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений линейных однородных уравнений.
34. Линейные ДУ n -го порядка. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении линейного однородного ДУ.
35. Задача о построении линейного однородного ДУ по заданной ФСР.
36. Линейные однородные ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема Коши-Пикара. Метод Эйлера построения ФСР.
37. Линейные неоднородные ДУ n -го порядка. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.
38. Линейные неоднородные ДУ n -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных и метод Коши для отыскания частного решения.
39. Линейные неоднородные ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в виде квазиполинома. Метод неопределенных коэффициентов. Метод комплексных амплитуд.
40. Линейные однородные ДУ n -го порядка с переменными коэффициентами. Приведение к ДУ с постоянными коэффициентами. Однородные ДУ Эйлера.

41. Понижение порядка линейного однородного ДУ n -го порядка с переменными коэффициентами при помощи известного частного решения.
42. Способы поиска частного решения линейного неоднородного ДУ n -го порядка с переменными коэффициентами. Неоднородное ДУ Эйлера.
43. Системы обыкновенных ДУ. Порядок системы. Каноническая и нормальная системы. Решение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши. Приведение ДУ n -го порядка, разрешенного относительно старшей производной, к нормальной системе ДУ n -го порядка.
44. Системы ДУ в нормальной форме. Теорема Коши-Пикара. Теорема Пеано. Метод сведения нормальной системы n дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n -го порядка.
45. Теория интегралов нормальных систем ДУ. Интеграл. Первый интеграл. Необходимое и достаточное условие первого интеграла. Общий интеграл. Решение задачи Коши при наличии общего интеграла.
46. Независимость первых интегралов нормальной системы ДУ. Теоремы о числе первых интегралов нормальной системы ДУ и о числе независимых первых интегралов.
47. Понижение порядка системы ДУ с помощью независимых первых интегралов.
48. Системы ДУ в симметрической форме. Интегрируемые комбинации.
49. Общая теория нормальных систем ДУ и ДУ n -го порядка.
50. Линейные системы ДУ в нормальной форме. Теорема Коши-Пикара. Однородные и неоднородные системы. Свойства решений однородной системы.
51. Линейные однородные системы ДУ в нормальной форме. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении.
52. Задача о построении линейной однородной системы ДУ, имеющей заданную ФСР.
53. Линейные однородные системы ДУ с постоянными коэффициентами. Теорема Коши-Пикара. Метод Эйлера построения ФСР.
54. Неоднородные системы линейных ДУ. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.
55. Неоднородные системы линейных ДУ. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для отыскания частного решения.
56. Линейные неоднородные системы ДУ с постоянными коэффициентами.
57. Устойчивость решений динамических систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.
58. Исследование устойчивости решений динамических систем с помощью функции Ляпунова.
59. Динамическая интерпретация нормальной системы обыкновенных ДУ. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Автономные и неавтономные динамические системы.
60. Состояния равновесия автономной динамической системы, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Оценка уровня формирования компетенции ОПК-1:

Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания (уровень, оценка, %)
Знать: <i>З1 (ОПК-1)</i> основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры, на которые опирается изучение дисциплины.	Полное отсутствие знаний, предусмотренных компетенцией.	Нулевой уровень, «плохо», 0-30%
	Наличие знаний с грубыми ошибками.	Недостаточный уровень, «неудовлетворительно», 31-50%
	Наличие знаний с рядом негрубых ошибок.	Низкий уровень, «удовлетворительно», 51-70 %
	Наличие знаний с рядом заметных погрешностей.	Средний уровень, «хорошо», 71-85 %
	Наличие знаний с незначительными погрешностями.	Уровень выше среднего, «очень хорошо», 86-90 %
	Наличие знаний без ошибок и погрешностей.	Высокий уровень, «отлично», 91-98 %
	Наличие знаний без ошибок и погрешностей, творческий подход к разрешению нестандартных ситуаций.	Очень высокий уровень, «превосходно», 99-100%

Оценка уровня формирования компетенции ПК-1:

Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания (уровень, оценка, %)
Уметь: <i>У1 (ПК-1)</i> самостоятельно осваивать дополнительный теоретический и практический материал по рекомендуемым источникам (книгам и ссылкам в сети Интернет).	Полное отсутствие умений, предусмотренных компетенцией.	Нулевой уровень, «плохо», 0-30%
	Наличие умений с грубыми ошибками.	Недостаточный уровень, «неудовлетворительно», 31-50%
	Наличие умений с рядом негрубых ошибок.	Низкий уровень, «удовлетворительно», 51-70 %
	Наличие умений с рядом заметных погрешностей.	Средний уровень, «хорошо», 71-85 %
	Наличие умений с незначительными погрешностями.	Уровень выше среднего, «очень хорошо», 86-90 %
	Наличие умений без ошибок и погрешностей.	Высокий уровень, «отлично», 91-98 %
	Наличие умений без ошибок и погрешностей, творческий подход к разрешению нестандартных ситуаций	Очень высокий уровень, «превосходно», 99-100%

Оценка уровня формирования компетенции ПК-2:

Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания
------------------------	---------------------	------------------

		(уровень, оценка, %)
<p>Знать: <i>З1 (ПК-2)</i> – общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений (существование и единственность решения задачи Коши, непрерывная зависимость от начальных условий и параметров, дифференцируемость по начальным условиям и параметрам; – теорию линейных дифференциальных уравнений и систем уравнений; – типы и методы решения интегрируемых нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков; – теорию интегралов нормальных систем дифференциальных уравнений; – теорию устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем уравнений; – определение и этапы построения математической модели динамической системы; – качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка.</p> <p>Уметь: <i>У1 (ПК-2)</i> – находить общее решение и решение задачи Коши интегрируемых дифференциальных уравнений 1-го порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах и приводимые к ним, не разрешенные относительно производной); – находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с переменными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; – находить общее решение и решение задачи Коши нелинейных дифференциальных уравнений высших порядков и нелинейных систем уравнений; – находить состояния равновесия автономных динамических систем второго порядка, исследовать их тип и характер устойчивости по первому приближению, строить фазовый портрет.</p> <p>Владеть: <i>В1 (ПК-2)</i></p>	Отсутствие знаний основного теоретического материала. Отсутствие умений решения стандартных задач. Полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Нулевой уровень, «плохо», 0-30%
	Наличие грубых ошибок в изложении основного теоретического материала. Наличие грубых ошибок при решении стандартных задач. Наличие недостаточных навыков.	Недостаточный уровень, «неудовлетворительно», 31-50%
	Знание основного теоретического материала с рядом негрубых ошибок. Умение решать стандартные задачи с рядом негрубых ошибок. Наличие минимальных навыков.	Низкий уровень, «удовлетворительно», 51-70 %
	Знание основного теоретического материала с рядом заметных погрешностей. Умение решать стандартные задачи с рядом заметных погрешностей. Наличие достаточных навыков.	Средний уровень, «хорошо», 71-85 %
	Знание основного теоретического материала с незначительными погрешностями. Умение решать стандартные задачи с незначительными погрешностями. Наличие хороших навыков.	Уровень выше среднего, «очень хорошо», 86-90 %
	Знание основного теоретического материала без ошибок и погрешностей. Умение решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей. Наличие полноценных навыков.	Высокий уровень, «отлично», 91-98 %
	Знание основного и дополнительного теоретического материала без ошибок и погрешностей. Умение решать стандартные и нестандартные задачи без ошибок и погрешностей. Наличие полноценных навыков, творческий подход к разрешению нестандартных ситуаций.	Очень высокий уровень, «превосходно», 99-100%

– приемами построения математических моделей в разных предметных областях.		
--	--	--

6.2. Описание шкал оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в виде двух зачетов и экзамена.

Зачет в 3 семестре принимается по итогам текущей успеваемости с учетом результатов двух письменных контрольных работ (№1: по материалам тем 1-2, №2: по материалам тем 3-4) и итогового теста. Если по ним студент имеет задолженности, то на зачете он должен выполнить дополнительные задания, тип которых соответствует форме его задолженности.

Шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета в 3 семестре:

Оценка	Уровень подготовки
Зачтено	Полностью выполнены все задания письменных контрольных работ №1, №2 и даны не менее 6 правильных ответов на 9 вопросов итогового теста. При наличии задолженностей выполнены дополнительные практические задания без грубых ошибок.
Не зачтено	Наличие задолженностей по письменным контрольным работам №1, №2 и итоговому тесту, выполнение дополнительных практических заданий с грубыми ошибками.

Зачет в 4 семестре принимается по итогам текущей успеваемости с учетом результатов двух письменных контрольных работ (№3: по материалам тем 5-6, №4: по материалам тем 7-8). Если по ним студент имеет задолженности, то на зачете он должен выполнить дополнительные задания, тип которых соответствует форме его задолженности.

Шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета в 4 семестре:

Оценка	Уровень подготовки
Зачтено	Полностью выполнены все задания письменных контрольных работ №3, №4. При наличии задолженностей выполнены дополнительные практические задания без грубых ошибок.
Не зачтено	Наличие задолженностей по письменным контрольным работам №3, №4, выполнение дополнительных практических заданий с грубыми ошибками.

Итоговая оценка уровня овладения компетенциями по дисциплине определяется на промежуточной аттестации в виде экзамена в 4 семестре. Устная часть экзамена заключается в развернутом ответе на два теоретических вопроса курса с предварительной подготовкой и в кратком ответе на дополнительные вопросы без подготовки. Практическая часть экзамена предусматривает решение двух задач из разных разделов курса.

Шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме экзамена:

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Очень высокий уровень подготовки, безупречное владение основным и дополнительным теоретическим материалом, творческий подход к решению нестандартных задач. Освоение материала на 99-100%
Отлично	Высокий уровень подготовки, безупречное владение основным теоретическим материалом, умение решать стандартные задачи без ошибок и погрешностей. Освоение материала на уровне 91-98%.
Очень хорошо	Уровень подготовки выше среднего, владение основным теоретическим материалом с незначительными погрешностями, умение решать стандартные задачи с незначительными погрешностями. Освоение материала на уровне 86-90%.

Хорошо	Средний уровень подготовки, владение основным теоретическим материалом с рядом заметных погрешностей, умение решать стандартные задачи с незначительными погрешностями. Освоение материала на уровне 71-85%.
Удовлетворительно	Низкий уровень подготовки, владение основным теоретическим материалом с рядом негрубых ошибок, умение решать стандартные задачи с рядом негрубых ошибок. Освоение материала на уровне 51-70%.
Неудовлетворительно	Недостаточный уровень подготовки, требуется дополнительное изучение материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора, делает грубые ошибки при решении стандартных задач. Освоение материала на уровне 31-50%.
Плохо	Нулевой уровень подготовки. Студент не отвечает на поставленные вопросы, не понимает терминологию, не знает подходов к решению стандартных задач. Освоение материала на уровне 0-30%.

При пересчете в пятибалльную шкалу устанавливается следующее соответствие оценок: «отлично» соответствует оценкам «превосходно» и «отлично»; «хорошо» – оценкам «очень хорошо» и «хорошо»; «удовлетворительно» соответствует оценке «удовлетворительно»; «неудовлетворительно» – оценкам «неудовлетворительно» и «плохо».

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- тестирование;
- индивидуальное собеседование по теоретическим вопросам экзаменационного билета.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- письменные контрольные работы;
- решение практических задач экзаменационного билета.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

Типовые примеры контрольных работ

Контрольная работа №1.

Задание 1.

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0, \quad y(2) = 0.$$

Построить интегральные кривые уравнения методом изоклин.

Задание 2.

Найти общее решение уравнения, приведя его к линейному дифференциальному уравнению

$$xy^2y' - x^2 - y^3 = 0.$$

Задание 3.

Найти общее решение уравнения, приведя его к уравнению в полных дифференциалах

$$(xy^2 + y)dx - xdy = 0.$$

Задание 4.

Найти общее решение уравнения

$$xy' = y + y'(1 + y')$$

и выделить интегральные кривые, проходящие через точки $I_1(0,0), I_2(1,1), I_3(1,0)$.

Задание 5.

Найти кривые, у которых отношение отрезка, отсекаемого касательной на оси OY , к отрезку, отсекаемому нормалью на оси OX , есть величина постоянная, равная a .

Контрольная работа №2.

Задание 1.

Найти общее решение уравнения

$$yy'' = y'^2 + 15y^2\sqrt{x}$$

Задание 2.

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$y''' - 4y'' + 3y' = 4e^x + 130\sin 2x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 2$$

Задание 3.

Найти общее решение уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

Задание 4.

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$x^2 y'' - 3xy' + 3y = x^2 + 6, \quad y(1) = 0, y'(1) = 1$$

Задание 5.

Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянного тока, дающего напряжение V , сопротивления R , конденсатора емкости C и выключателя, который включается при $t = 0$. Конденсатор до замыкания цепи не заряжен. Найти силу тока в цепи при $t > 0$.

Контрольная работа №3.

Задание 1.

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x-y}{y} \end{cases}$$

Задание 2.

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{x+z} = \frac{dz}{x+y}, \quad y(0) = 1, z(0) = 0.$$

Задание 3.

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \sin t \end{cases}$$

Задание 4.

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1$$

Задание 5.

Материальная точка M единичной массы движется на плоскости xOy , притягиваясь точкой $O(0,0)$ с силой, пропорциональной расстоянию между точками M и O с коэффициентом пропорциональности $k^2 = 4$. Найти закон изменения координат точки M в зависимости от времени, если $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$, и траекторию движения.

Контрольная работа №4.

Задание 1.

Исследовать устойчивость нулевого решения уравнения

$$y'''' + 11y'' + 5y' + 61y = 0$$

Задание 2.

Исследовать устойчивость нулевого решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x - 9y - 1 + x^4 \\ \dot{y} = x + \sin y + y^6 \end{cases}$$

Задание 3.

Написать условие асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения

$$y'''' + y'''' + ay'' + y' + by = 0$$

Задание 4.

Найти состояния равновесия системы, определить их тип и характер устойчивости, построить фазовый портрет

$$\begin{cases} \dot{x} = (x-1)(y-1) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$

Задание 5.

Найти особые точки уравнения, определить их тип и характер устойчивости, построить интегральные кривые

$$y' = \frac{x^2 + y^2 - 2}{x - y}$$

Типовой пример теста

1. Тип - дистрибутивный вопрос.

Определить тип дифференциального уравнения $x^2 y y' + y^2 x = 1$.

1. Однородное уравнение
2. Уравнение Бернулли
3. Уравнение в полных дифференциалах
4. Уравнение Клеро

2. Тип - альтернативный вопрос.

Может ли дифференциальное уравнение $y' = \sqrt{x^2 - y} + x^3$ иметь особые решения?

1. Да
2. Нет

3. Тип - простой вопрос.

Дано дифференциальное уравнение $x^2 - xy' + y = 0$. Найти $y(2)$, если $y(1)=0$

4. Тип - альтернативный вопрос.

Является ли данное уравнение $(x^3 + xy^2)dx + (x^2y + y^3)dy = 0$ уравнением в полных дифференциалах?

1. Да
2. Нет

5. Тип - альтернативный вопрос.

Найти второе последовательное приближение Пикара $y_2(x)$ решения задачи Коши.

$$y' = x + y; y(0) = 1$$

1. $y_2(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 6x^2 + 6x + 6)$
2. $y_2(x) = \frac{1}{6}(-x^3 + 6x^2 - 6x + 6)$

3. $y_2(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 7x)$

4. $y_2(x) = \frac{1}{6}(-x^3 + 7x)$

6. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение уравнения $y + 2y'^2 = xy'$

1. $y = cx - 2c^2$

2. $y = cx + 2c^2$

3. $y = cx - 2c^2; y = \frac{x^2}{8}$

4. $y = cx - 2c^2; y = -\frac{x^2}{8}$

7. Тип - альтернативный вопрос.

Является ли дифференциальное уравнение обобщенным однородным?

$$xyy'' + yy' - x^2y'^3 = 0$$

1. Да

2. Нет

8. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = 2 + e^x \sin x$$

1. $y = c_1 e^x + c_2 e^x \sin x + 2$

2. $y = e^x(c_1 + c_2 x + \sin x) + 2$

3. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + x + e^x \cos x$

4. $y = e^x(c_1 + c_2 x - \sin x) + 2$

9. Тип - альтернативный вопрос.

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x^2 y'' + 6xy' + 4y = 34 \cos(\ln |x|)$$

1. $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|) + 5 \sin(\ln |x|)$

2. $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 5 \sin(\ln |x|)$

3. $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|)$

4. $y = c_1 x^{-1} + c_2 x^{-4} + 3 \cos(\ln |x|) + 5 \sin(\ln |x|)$

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт ИИТММ

Кафедра ГУиДС

Дисциплина Дифференциальные уравнения – ПМИ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

1. Основные понятия о ДУ. Обыкновенные ДУ и ДУ в частных производных. Порядок ДУ. ДУ, разрешенные и неразрешенные относительно производной. Системы ДУ.
2. Состояния равновесия автономной динамической системы, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.
3. Задачи.

Зав. кафедрой _____ Г.В. Осипов

Экзаменатор _____ Н.В. Киселева

Пример практических задач для экзаменационного билета

1. Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$y' - 9x^2 y = (x^5 + x^2)y^{2/3}, \quad y(0) = 0$$

2. При каких значениях параметра a асимптотически устойчиво нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2e^{-x} - \sqrt{4 + ay} \\ \dot{y} = \ln(1 + 9x + ay) \end{cases}$$

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Степанов В.В.- Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959; М.: КомКнига»/URSS, 2006. (26 экз.)
2. Эльсгольц Л.Э.- Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969; М.: Издательство ЛКИ»/URSS, 2008. (104 экз.)
3. Филиппов А.Ф.- Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979; М.: Книжный дом «Либроком»/URSS, 2009. (380 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э.- Теория колебаний. М.: Наука, 1981. (62 экз.)
2. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Издательство «Лань», ISBN 978-5-8114-1176. 2011, 304 стр. – учебное пособие. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: режим доступа <https://e.lanbook.com>, раздел «Дифференциальные уравнения»

в) Интернет-ресурсы

1. Губина Е.В., Кадина Е.Ю., Киселева Н.В., Осипов Г.В. Практикум по дисциплине "Дифференциальные уравнения" (1-я часть). Учебно-методическое пособие. Электронный ресурс: режим доступа <http://www.unn.ru/books/resources.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика» (профиль «Системный анализ, исследование операций и управление»).

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ТУиДС _____ Киселева Н.В.

Рецензент _____

Заведующий кафедрой ТУиДС, д.ф.-м.н. _____ Осипов Г.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от _____ года, протокол № _____.