

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

(факультет)

УТВЕРЖДАЮ:

Декан ВШОПФ _____ К.И. Рыбаков

« ____ » _____ 2016 г.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 Физика

Направленность образовательной программы
профиль: Фундаментальная физика

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2016

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в модуль «Математика», который относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины, модули» ОПОП. Дисциплина является обязательной для освоения в третьем семестре второго года обучения в бакалавриате, соответственно.

Целями освоения дисциплины являются:

- формирование у студентов современного представления о том, что как вся математика в целом, так и дифференциальные уравнения в частности – это язык физики, позволяющий строить системы дифференциальных уравнений как математические модели физических процессов, и путем решения и исследования этих систем получать ответы на вопросы физики.
- формирование у студентов общепрофессиональных и профессиональных компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 «Физика».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (этап освоения – базовый)	<i>З1 (ОПК-2) Знать</i> основные положения теории дифференциальных уравнений, как-то: теоремы существования и единственности решения Задачи Коши, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметров, теорию линейных систем, методы исследования состояний равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений. <i>У1 (ОПК-2) Уметь</i> пользоваться теоретическими знаниями в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений и их систем, рисовать фазовые портреты автономных систем второго порядка. <i>В1 (ОПК-2 Владеть</i> навыками решения и исследования дифференциальных уравнений как-то: некоторых классов нелинейных уравнений первого и высших порядков, линейных уравнений произвольного порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, всего 180 часа, из которых 82 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 48 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия), 2 часа мероприятия промежуточной аттестации), 36 часов подготовка к экзамену, 62 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Введение	13	5	6		11	2
Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	21	4	7		11	10
Дифференциальные уравнения высших порядков	21	4	7		11	10
Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка	21	4	7		11	10
Системы n линейных дифференциальных уравнений	21	4	7		11	10
Нелинейные системы дифференциальных уравнений	21	4	7		11	10
Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости	24	4	7		14	10
в т.ч.текущий контроль			8			
Промежуточная аттестация – Экзамен					2	36

Текущий контроль успеваемости осуществляется в виде решений и последующей проверки домашних контрольных работ, а также в рамках занятий практического и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии

При изучении дисциплины используются современные образовательные технологии. Предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, тренинги по решению практических задач) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) по дисциплине проходит в форме лекций и практических занятий, а также в виде коллективных и индивидуальных консультаций. На занятиях лекционного типа используются мультимедийные средства поддержки образовательного процесса, часть занятий проводятся в виде лекций с проблемным изложением материала. На занятиях практического типа разбираются решения задач различной степени сложности, проводятся обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в данной области. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

Самостоятельная работа включает в себя выполнение домашних контрольных работ и теоретическую подготовку к занятиям по материалам лекций и рекомендованной литературе, приведенной в конце данной программы. Кроме того, студенты имеют возможность принимать участие в семинарах с представителями российских и зарубежных научных организаций, проводимых в Федеральном исследовательском центре Института прикладной физики Российской академии наук.

Формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине является экзамен, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента – неотъемлемая часть подготовки высококвалифицированного специалиста в соответствующей области. Ее цель – формирование у студентов способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, решение домашних контрольных работ с последующей проверкой навыков решения задач.

Проработка лекционного материала осуществляется еженедельно после проведения аудиторных занятий в рамках часов, отведенных студентам на самостоятельную работу. Кроме того, работа с лекционным и дополнительным материалом (рекомендованной литературой, приведенной в конце данной программы) проводится в период сессии при подготовке к экзамену по дисциплине.

Выполнение домашних контрольных работ осуществляется еженедельно или раз в две недели в соответствии с графиком изучения соответствующего лекционного материала и проведения практических занятий по соответствующей тематике.

Задачи для выполнения самостоятельных контрольных работ по каждому разделу дисциплины составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка тестовых заданий. Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

Типовые задачи, предлагаемые студентам в качестве домашних контрольных работ:

Задание 1.

Нарисуйте графики двух функций $y = x^2$ и $y = \frac{3}{4}x^2 - x - 1$ на одном рисунке. Яв-

ляются ли эти функции решениями дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = 2x + \sqrt{x^2 - y}$?

Задание 2.

Найти все функции $y = y(x)$, удовлетворяющие дифференциальному уравнению $2xyy' = 2x^3 + y^2$. Найти и нарисовать интегральные кривые, проходящие через точки а) $(0;1)$ б) $(\sqrt{2};0)$ в) $(-1;-1)$.

Задание 3.

Существуют ли у дифференциального уравнения $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$ решения, ограниченные при $x \rightarrow +\infty$, неограниченные? Укажите их.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине,
включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«незачет»		«зачет»				
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> основные положения теории дифференциальных уравнений, как-то: теоремы существования и единственности решения Задачи Коши, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметров, теорию линейных систем, методы исследования состояний равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений.	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u> Уметь пользоваться теоретическими знаниями в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений и их систем, рисовать фазовые портреты автономных систем второго порядка.	Полное отсутствие умения применять теоретические знания в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений	Неумение применять теоретические знания в процессе решения простейших дифференциальных уравнений (демонстрация грубых ошибок, противоречащих основным законам)	Умение применять основные теоретические знания в процессе решения типовых дифференциальных уравнений с негрубыми ошибками	Умение пользоваться всеми изученными методами решения типовых дифференциальных уравнений с негрубыми ошибками	Умение пользоваться всеми изученными методами решения типовых дифференциальных уравнений с незначительными погрешностями	Умение пользоваться всеми изученными методами решения дифференциальных уравнений, в том числе в задачах повышенной сложности с незначительными погрешностями	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u> Владеть навыками	Полное отсутствие владения	Не владение аппаратом теоретическим	Владение стандартным аппаратом	Владение стандартным аппаратом	Владение стандартным аппаратом	Владение стандартным аппаратом	Продемонстрированы

решения и исследования дифференциальных уравнений как-то: некоторых классов нелинейных уравнений первого и высших порядков, линейных уравнений произвольного порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами	аппаратом теории дифференциальных уравнений	рии дифференциальных уравнений (демонстрация грубых ошибок, противоречащих основным понятиям и утверждениям)	ратом теории дифференциальных уравнений по основным разделам курса с негрубыми ошибками	ратом теории дифференциальных уравнений по всем разделам курса с негрубыми ошибками	ратом теории дифференциальных уравнений по всем разделам курса с незначительными погрешностями	ратом теории дифференциальных уравнений и его применение для задач повышенной сложности с незначительными погрешностями	рован творческий подход к решению нестандартных задач
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и в последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает решение двух задач по различным разделам курса.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит исчерпывающие, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение уверенно применять на практике приобретенные навыки, владение в полной мере методиками решения задач. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит почти полные, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение методиками решения задач.

	Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше
Очень хорошо	<p>Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями; неполно отвечает на дополнительные вопросы; приводит достаточно аргументированные и почти полные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами; или исчерпывающее решение приводится только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена с заметными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.</p>
Хорошо	<p>В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит почти полные решения всех сформулированных в билете задач с некоторыми недочетами; или исчерпывающее решение приведено только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена со значительными погрешностями. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, достаточной четкостью в выражении мыслей и не всегда полной обоснованностью выводов, демонстрирующих, в целом, знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.</p>
Удовлетворительно	<p>Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит неполные, слабо аргументированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы не отличаются стройной логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, что говорит о не достаточно полном понимании общефизических и профессиональных дисциплин, умении применять на практике лишь некоторые приобретенные навыки, владении не всеми изученными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.</p>
Неудовлетворительно	<p>Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора; приводит решения сформулированных в билете задач с грубыми недочетами, что говорит о недостатке знаний по общефизическим и профессиональным дисциплинам, отсутствии умения применять на практике приобретенные навыки, не владение методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.</p>
Плохо	<p>Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы, демонстрирует полное непонимание сформулированных в билете задач.</p> <p>Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.</p>

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- устные и/или письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающие одну или несколько задач.

По сложности ПКЗ разделяются на простые (стандартные) и комплексные задания. Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия, применяются для оценки умений. Комплексные задания (задания повышенной сложности) требуют поэтапного решения и развернутого ответа с применением нестандартных подходов к решению. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

- 1) Дифференциальное уравнение первого порядка на плоскости. Постановка задачи. Геометрический смысл решения задачи Коши. Продолжаемость решений.
- 2) Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Постановки задачи. Сведение уравнения высшего порядка к системе.
- 3) Типы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах.
- 4) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на плоскости.
- 5) Продолжение решений вплоть до границы.
- 6) Зависимость решений задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения от параметров и начальных условий.
- 7) Теорема существования и единственности решения задачи *Коши* для систем дифференциальных уравнений первого порядка.
- 8) Теорема существования и единственности решения задачи *Коши* для дифференциального уравнения n -ого порядка на плоскости.
- 9) Интегральная формула Коши.
- 10) Типы уравнений высших порядков, разрешимых в квадратурах. Случаи понижения порядка.
- 11) Теорема существования решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.
- 12) Структура общего решения линейного дифференциального уравнения. Связь с вронскианами. Формула Остроградского - Лиувилля.

- 13) Линейная зависимость и независимость функций. Вронскианы. Линейная независимость некоторых конкретных систем функций.
- 14) Фундаментальная система решений для однородного линейного дифференциального уравнения.
- 15) Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для неоднородного линейного дифференциального уравнения.
- 16) Теорема существования решения задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.
- 17) Фундаментальная матрица для системы линейных дифференциальных уравнений. Формула Остроградского – Лиувилля - Якоби. Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
- 18) Понижение порядка системы линейных дифференциальных уравнений.
- 19) Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- 20) Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами с квазиполиномами в качестве свободных членов.
- 21) Неоднородные системы с постоянными коэффициентами и квазиполиномиальными свободными членами.
- 22) Фазовое пространство, фазовая траектория, фазовый портрет динамической системы. Строение фазовой траектории.
- 23) Производная в силу системы. Первые интегралы. Теорема о существовании независимых первых интегралов.
- 24) Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева.
- 25) Устойчивость положения равновесия линейной системы.
- 26) Устойчивость по линейному приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева.
- 27) Устойчивость положения равновесия автономной системы.
- 28) Фазовый портрет автономной системы в окрестности состояния равновесия.
- 29) Линейная классификация состояний равновесия двумерной динамической системы.
- 30) Существование и единственность решения задачи Коши для линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.

Типовые задачи для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Для оценки сформированности компетенции ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей:

Задание 1.

Нарисуйте графики двух функций $y = x^2$ и $y = \frac{3}{4}x^2 - x - 1$ на одном рисунке. Яв-

ляются ли эти функции решениями дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = 2x + \sqrt{x^2 - y}$?

Задание 2.

Найти все функции $y = y(x)$, удовлетворяющие дифференциальному уравнению $2xyy' = 2x^3 + y^2$. Найти и нарисовать интегральные кривые, проходящие через точки а) $(0;1)$ б) $(\sqrt{2};0)$ в) $(-1;-1)$.

Задание 3.

Существуют ли у дифференциального уравнения $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$ решения, ограниченные при $x \rightarrow +\infty$, неограниченные? Укажите их.

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Дифференциальные уравнения»

а) основная литература:

1. Демидович Б.П. и др. Дифференциальные уравнения. СПб.: «Лань», 2008. 288 с.
Режим доступа: ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/book/126>
2. Тихонов А.Н. и др. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2002. 256 с.
Режим доступа: ЭБС «Консультант студента»
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html>
3. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: «Высшая школа», 1989. 382 с. – 30 экз.
4. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: «Наука», 1987. 157 с. – 28 экз.
5. Баутин Н.Н. и др. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: «Наука», 1976. 496 с. – 30 экз.
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 240 с. – 30 экз.

б) дополнительная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н.Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2007, перевод с английского И.С.Емельяновой. 421 с. – 30 экз.
2. Андронов А.А. и др. Теория колебаний, М.: «Наука», 1981. 568 с. – 30 экз.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 331 с. – 30 экз.

4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Издательство Московского университета, 1984. 295 с. – 30 экз.
5. Камке Э. - Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. - 576 с. . – 26 экз.
6. Краснов М.Л. и др. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: «Высшая школа», 1978. 287 с. – 30 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

2) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека “Единое окно”

http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12.49

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению 03.03.02 «Физика», профиль «Фундаментальная физика».

Автор _____ доцент Дружкова Т.А.

Рецензент _____

Заведующий кафедрой _____

Программа одобрена на заседании методической комиссии факультета «Высшая школа общей и прикладной физики»

от _____ года, протокол № _____.

Председатель методической комиссии _____ Фейгин А.М.