

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор \_\_\_\_\_

Гергель В.П.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Функциональный анализ**

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

Направление подготовки

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность образовательной программы

Общий профиль

Квалификация (степень)

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Нижний Новгород

2017

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 «Функциональный анализ» относится к вариативной части ОПОП, планируется освоение этой дисциплины на 3 году обучения в 5 семестре. Трудоемкость составляет 4 зачетных единицы, предусмотрено проведение лекционных занятий (34 ч.), практических занятий (34 ч.).

**Целями освоения дисциплины «Функциональный анализ»** являются формирование у студентов общекультурных (ОК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки. Содержание дисциплины направлено на освоение теории и методов функционального анализа.

Изучение функционального анализа весьма полезно с точки зрения основной образовательной программы (ОПОП). При изучении теории и алгоритмов решения задач в этой дисциплине существенно применяются многие наиважнейшие результаты из таких дисциплин, освоенных на предыдущем этапе изучения фундаментальной математики, как математический анализ, дифференциальные уравнения, фундаментальная и компьютерная алгебра, аналитическая геометрия. В частности, освоение указанной дисциплины предполагает достаточно детальное изучение свойств метрических, гильбертовых, банаховых пространств; линейных функционалов и операторов, действующих в этих пространствах. Результаты освоения функционального анализа необходимы для изучения в дальнейшем таких дисциплин, как уравнения математической физики, а также нескольких специальных курсов. Знания, полученные при освоении данной дисциплины, необходимы при практической научной работе, связанной по тематике с теорией и методами функционального анализа.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

<b>Формируемые компетенции</b> (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
<i>ОК-7</i> <b>способность к самоорганизации и самообразованию</b> <b>Базовый этап формирования</b>	<i>З1 (ОК-7) Знать</i> методы самоорганизации и самообразования <i>У1 (ОК-7) Уметь</i> использовать методы самообразования и самоорганизации <i>В1 (ОК-7) Владеть</i> личностной готовностью к самообразованию и самоорганизации

<p align="center"><i>ОПК-1</i></p> <p><i>готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</i></p> <p><i>Базовый этап формирования</i></p>	<p><i>31 (ОПК-1) Знать</i> базовые знания математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p> <p><i>У1 (ОПК-1) Уметь</i> использовать базовые знания математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p> <p><i>В1 (ОПК-1) Владеть</i> опытом использования базовых знаний математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики</p>
<p align="center"><i>ПК-3</i></p> <p><i>способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</i></p> <p><i>Базовый этап формирования</i></p>	<p><i>У1 (ПК-3) Уметь</i> строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата</p> <p><i>31 (ПК-3) Знать</i> основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата</p> <p><i>В1 (ПК-3) Владеть</i> опытом строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата</p>

### 3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа, из которых 68 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (34 часа занятия лекционного типа, 34 часа занятия семинарского типа), 76 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 36 часов подготовки к экзамену).

#### Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы

аттестации по дисциплине		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Консультации	Всего	
Тема 1. Метрические пространства; открытые и замкнутые множества.	11	3	2			5	6
Тема 2. Компактные множества в метрических пространствах; критерий Хаусдорфа.	10	2	2			4	6
Тема 3. Полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений.	13	4	3			7	6
Тема 4. Топологические пространства; примеры. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства.	10	2	2			4	6
Тема 5. Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца.	13	4	3			7	6
Тема 6. Ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение.	10	2	2			4	6
Тема 7. Сопряженное пространство, его полнота.	10	3	2			5	5
Тема 8. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала.	9	2	2			4	5
Тема 9. Общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах.	9	2	2			4	5
Тема 10. Общий вид линейного функционала на гильбертовом пространстве.	10	2	3			5	5
Тема 11. Линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор.	9	2	2			4	5
Тема 12. Самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы.	10	2	3			5	5
Тема 13. Принцип равномерной ограниченности; обратный оператор.	10	2	3			5	5
Тема 14. Спектр и резольвента линейного оператора.	10	2	3			5	5
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	3						
<b>Промежуточная аттестация: зачет, экзамен</b>							

## 4. Образовательные технологии

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Лекция-беседа**, или «диалог с аудиторией», является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Эта лекция предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей обучающихся.

К участию в лекции-беседе можно привлечь различными приемами, так, например, озадачивание слушателей вопросами в начале лекции и по ее ходу. Вопросы могут, быть информационного и проблемного характера, для выяснения мнений и уровня осведомленности по рассматриваемой теме, степени их готовности к восприятию последующего материала. Вопросы адресуются всей аудитории. Слушатели отвечают с мест. Если преподаватель замечает, что кто-то из обучающихся не участвует в ходе беседы, то вопрос можно адресовать лично тому слушателю, или спросить его мнение по обсуждаемой проблеме. Для экономии времени вопросы рекомендуется формулировать так, чтобы на них можно было давать однозначные ответы. С учетом разногласий или единодушия в ответах преподаватель строит свои дальнейшие рассуждения, имея при этом возможность, наиболее доказательно изложить очередное понятие лекционного материала.

Вопросы могут быть как простыми для того, чтобы сосредоточить внимание слушателей на отдельных аспектах темы, так и проблемные. Обучаемый, продумывая ответ на заданный вопрос, получает возможность самостоятельно прийти к тем выводам и обобщениям, которые преподаватель должен был сообщить им в качестве новых знаний, либо понять важность обсуждаемой темы, что повышает интерес, и степень восприятия материала слушателями.

Во время проведения лекции-беседы задаваемые вопросы не должны оставаться без ответов, иначе они будут носить риторический характер, не обеспечивая достаточной активизации мышления обучающихся. Наиболее проблемные вопросы могут быть вынесены на самостоятельную работу студентов, проверку которой преподаватель осуществляет в рамках текущего контроля успеваемости и/или промежуточной аттестации.

Эффективность лекции-беседы в условиях группового обучения снижается из-за того, что не всегда удается каждого обучаемого вовлечь в двусторонний обмен мнениями.

**Лекция-консультация** – по типу «**вопросы—ответы—дискуссия**», является тройным сочетанием: изложение новой учебной информации лектором, постановка вопросов и организация дискуссии в поиске ответов на поставленные вопросы». Поводится в период работы обучающихся над проектной работой.

**Лекция-консультация** по типу «**вопросы—ответы**». Лектор отвечает в течение лекционного времени на вопросы студентов по всем разделу или всему курсу. Проводится перед защитой проектных работ и промежуточной аттестацией.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей.

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении

практических задач, подготовке к семинарам, ответах на вопросы самоконтроля.

Контроль самостоятельной работы - контрольная работа, домашние задания, ответы на вопросы преподавателя.

В самостоятельную работу входит дополнительное самостоятельное углубленное изучение соответствующих разделов книг, учебно-методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе

### **Список контрольных вопросов по дисциплине «Функциональный анализ»**

- 1) Определение метрики и метрического пространства. Примеры метрических пространств:  $\mathbf{R}^n$ ,  $C[a,b]$ ,  $\ell_2$ ,  $m$ .
- 2) Определение предела последовательности в метрическом пространстве. Единственность предела. Что означает сходимости  $E_n$ ,  $D$ ,  $C[a,b]$ ,  $\ell_2$ ,  $m$ . Ограниченность сходящейся последовательности.
- 3) Окрестность. Теорема отделимости в метрическом пространстве.
- 4) Предельная точка. Изолированные точки. Производное множество. Замыкание. Замкнутый шар. Свойства замкнутых множеств. Свойства операции замыкания.
- 5) Открытое множество. Открытый шар. Дополнение замкнутого и открытого множеств. Свойства открытых множеств.
- 6) Примеры замкнутого и открытого множеств.
- 7) Непрерывные отображения метрических пространств.
- 8) всюду плотные множества. Пример. Сепарабельные метрические пространства. Примеры сепарабельного и несепарабельного пространств.
- 9) Нигде не плотные множества. Примеры.
- 10) Фундаментальные последовательности. Полное метрическое пространство. Примеры полных и неполных метрических пространств.
- 11) Теорема о вложенных шарах.
- 12) Сжимающее отображение. Принцип сжимающих отображений.
- 13) Применение принципа сжимающих отображений:
  - а) к доказательству существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения;
  - б) к нахождению корней уравнений;
  - в) к решению систем линейных уравнений.
- 14) Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода.
- 15) Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода. Обобщенный принцип сжимающих отображений.
- 16) Лемма Гейне-Бореля. Компактные множества. Примеры некомпактных множеств в  $C[0;1]$  и  $\ell_2$ .
- 17)  $\varepsilon$ -сеть. Вполне ограниченные множества. Пример. Предкомпактность. Теорема Хаусдорфа. Основной параллелепипед в  $\ell_2$ .
- 18) Равностепенная непрерывность в  $C[a,b]$ . Теорема Арцела. Пример. Свойство непрерывных функций на компакте.
- 19) Линейные пространства.
- 20) Линейные функционалы и операторы.
- 21) Нормированные пространства.

- 22) Банахово и гильбертово пространства.
- 23) Теорема Бэра о категории.
- 24) Ортогональные системы. Теорема об ортогонализации.
- 25) Ряды Фурье.
- 26) Линейные непрерывные функционалы и операторы.
- 27) Пространство операторов. Их сходимости.
- 28) Принцип равномерной ограниченности. Теорема об открытом отображении. Теорема Банаха об обратном операторе.
- 29) Спектр. Резольвента.
- 30) Самосопряженные операторы.
- 31) Вполне непрерывные операторы.
- 32) Применение теории вполне непрерывных операторов к интегральным уравнениям.

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ОК-7: способность к самоорганизации и к самообразованию

Индикаторы Компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> <i>Знать</i> методы самоорганизации и самообразования	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материала с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей
<u>Умения</u> <i>Уметь</i> использовать методы самообразования и самоорганизации	Полное отсутствие умения использовать методы самообразования и самоорганизации	Отсутствие умения использовать методы самообразования и самоорганизации	Умение использовать отдельные приемы и методы самообразования и самоорганизации	Умение использовать отдельные приемы и методы самообразования и самоорганизации	Умение использовать отдельные приемы и методы самообразования и самоорганизации	Умение использовать приемы и методы самообразования и самоорганизации	Умение использовать приемы и методы самообразования и самоорганизации

<b>Навыки</b> <i>Владеть</i> личностной готовностью к самообразованию и самоорганизации	Полное отсутстви е навыков личностн ой готовност и к самообра зованию и самоорга низации	Отсутствие навыков личностной готовности к самообразова нию и самоорганиза ции	Наличие минимальн ых навыков личностной готовности к самообразо ванию и самооргани зации	Посредст венное владение навыками личностн ой готовност и к самообра зованию и самоорга низации	Достаточ ное владение навыкам личностн ой готовност и к самообра зованию и самоорга низации	Хорошее владение навыками личностн ой готовност и к самообра зованию и самоорга низации	Всесторо нное владение навыками личностн ой готовност и к самообра зованию и самоорга низации
Шкала оценок по проценту правильн о выполнен ных контроль ных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

ОПК-1 готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

Индикато ры компетен ции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетв орительно»	«удовлетво рительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично »	«превосх одно»



Знания Знать базовые знания математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Отсутстви е знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материало м с рядом заметных погрешно стей	Знание основного материала с незначите льными погрешно стями	Знание основного материала без ошибок и погрешно стей	Знание основног о и дополни тельным материал а без ошибок и погрешн остей
--	------------------------------------	--	---	---	---	---	---



Навыки Владеть опытом использов ания базовых знаний математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Полное отсутстви е навыков владения опытом использов ания базовых знаний математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Отсутствие навыков использован ия базовых знаний математичес кого анализа, комплексно го и функционал ьного анализа, алгебры, аналитическ ой геометрии, дифференци альной геометрии и топологии, дифференци альных уравнений, дискретной математики и математичес кой логики, теории вероятносте й, математичес кой статистики и случайных процессов, численных методов, теоретическ ой механики	Наличие минимальн ых навыков использова ния базовых знаний математич еского анализа, комплексн ого и функциона льного анализа, алгебры, аналитичес кой геометрии, дифференц иальной геометрии и топологии, дифференц иальных уравнений, дискретно й математик и и математич еской логики, теории вероятност ей, математич еской статистики и случайных процессов, численных методов, теоретичес кой механики	Посредст венное владение навыками использов ания базовых знаний математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Достаточ ное владение навыками использов ания базовых знаний математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Хорошее владение навыками использов ания базовых знаний математи ческого анализа, комплекс ного и функцион ального анализа, алгебры, аналитиче ской геометрии , дифферен циальной геометрии и топологии , дифферен циальных уравнени й, дискретно й математи ки и математи ческой логики, теории вероятнос тей, математи ческой статистик и и случайны х процессов , численны х методов, теоретиче ской механики	Всесторо нное владение навыкам и ис пользова ния базовых знаний математ ического анализа, комплекс ного и функцио нального анализа, алгебры, аналитич еской геомет рии, диффере нциальн ой гео метрии и топологи и, диффере нциальн ых урав нений, дискретн ой математ ики и математ ической логики, теории вероятно стей, математ ической статисти ки и случайн ых про цессов, численн ых методов, теоретич еской механик и
---	--	---	--	--	---	---	---

Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%
--	----------	-----------	-----------	---------	-----------	-----------	------

ПК-3: способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (этап формирования – базовый)

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> <i>Знать</i> основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материала с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей

<u>Умения</u> <i>Уметь</i> строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Полное отсутствие умения строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Отсутствие умения строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата при наличии существенных ошибок	Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата при наличии незначительных ошибок	Умение применять отдельные методы строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата	Умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата и способность принимать решение на этой основе
<u>Навыки</u> <i>Владеть</i> опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий полученного результата	Полное отсутствие навыков владения опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий из полученного результата	Отсутствие навыков владения опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий из полученного результата	Наличие минимальных навыков владения опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий из полученного результата	Посредственное владение опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий из полученного результата	Достаточное владение опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий полученного результата	Хорошее владение опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий полученного результата	Всестороннее владение опытом строгого доказательства утверждений, формулирования результатов, выводов следствий из полученного результата

Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%
--	----------	-----------	-----------	---------	-----------	-----------	------

## 6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде зачета и экзамена, на которых определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен и зачет включают устную и письменную часть. Устная часть заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена и зачета предусматривает разбор практической ситуации (решение задач).

По результатам итоговой аттестации на экзамене выставляются оценки по семибалльной системе.

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ						
	плохо	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

<b>Полнота знаний</b>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<b>Наличие умений</b>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми и ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми и ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<b>Наличие навыков (владение опытом)</b>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
<b>Мотивация (личностное отношение)</b>	Полное отсутствие учебной активности и мотивации	Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставленные задачи качественно отсутствуют	Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремление решать задачи качественно	Учебная активность и мотивация проявляются на среднем уровне, демонстрируется готовность выполнять поставленные задачи на среднем уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на уровне выше среднего, демонстрируется готовность выполнять большинство поставленных задач на высоком уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять все поставленные задачи на высоком уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на очень высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять нестандартные дополнительные задачи на высоком уровне качества



<b>Характеристика сформированности и компетенции</b>	Компетенция в не сформирована. отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач
<b>Уровень сформированности и компетенций</b>	Нулевой	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий	Очень высокий
<b>Баллы, %</b>	0-30	31-50	51-70	71-85	86-90	91-98	99-100

На зачете сначала по результатам итоговой аттестации выставляются предварительные оценки по той же семибалльной системе, что и на экзамене, а затем оценки семибалльной

системы переводятся в оценки двухбалльной системы «зачет-незачет» в соответствии со следующей таблицей:

<b>Оценки семибалльн ой системы</b>	плохо	Неудовлетворител ьно	Удовлетворител ьно	хорош о	очень хорош о	отлич но	превосход но
<b>Оценки двухбалльн ой системы</b>	незач ет	незачет	зачет	зачет	зачет	зачет	зачет

### 6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

По сложности ПКЗ разделяются на простые и комплексные задания.

Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия. К ним можно отнести: простые ситуационные задачи с коротким ответом или простым действием; несложные задания по выполнению конкретных действий. Простые задания применяются для оценки умений. Комплексные задания требуют многоходовых решений как в типичной, так и в нестандартной ситуациях. Это задания в открытой форме, требующие поэтапного решения и развернутого ответа. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

### 6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенций ОК-7, ОПК-1, ПК-3.

#### Контрольная работа №1.

##### Вариант 1.

1. Проверить аксиомы метрики в метрическом пространстве,

$$0, m = n;$$

$$1 + \frac{1}{m+n}, m \neq n.$$

состоящем из натуральных чисел, с метрикой

$$\rho(m, n) = \{$$

2. Доказать полноту пространства  $C[a, b]$  с метрикой

$$\rho(f, g) = \sup_{x \in [a, b]} |f(x) - g(x)|.$$

- Показать, что уравнение имеет единственное решение. Найти приближенное решение уравнения и оценить погрешность:  
 $x^5 + 5x - 3 = 0$ .

## Вариант 2.

- Записать определение и отрицание определения внутренней точки. Для  $A = (0, 1; 1] \cup \left\{\frac{1}{2^n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$  найти множества точек прикосновения, предельных, внутренних, изолированных и граничных точек.
- Доказать, что любое подмножество предкомпактного множества в метрическом пространстве является предкомпактным.
- Доказать, что в евклидовом пространстве выполняется равенство параллелограмма  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$ .

## Контрольная работа № 2.

### Вариант 1

- Докажите, что функционал  $\phi$  является линейным и ограниченным на нормированном пространстве  $X$ , и найдите (или оцените) его норму, если  $X = C[0; 3]$ ,  $\phi(x) = \int_0^3 sx(s)ds$ .
- Найдите резольвенту и спектр, а также собственные значения и собственные функции оператора  $A(x) = \int \sin 2t \cdot \cos s \cdot x(s)ds$  на пространстве  $H = L^2[0, \pi]$ .

### Вариант 2

- Докажите, что функционал  $\phi$  является линейным и ограниченным на нормированном пространстве  $X$ , и найдите (или оцените) его норму, если  $X = \ell_1$ ,  
 $\phi(x) = x_1 + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$
- Найдите резольвенту и спектр, а также собственные значения и собственные функции оператора  $A(x) = \int ts^2 \cdot x(s)ds$  на пространстве  $H = L^2[0, 5]$ .

**Пример вопросов, выносимых на зачет**, для оценивания результатов формирования компетенций ОК-7, ОПК-1, ПК-3.

- С помощью принципа сжимающих отображений решить уравнение  $x^7 + 8x - 3 = 0$ . Оценить погрешность приближённого решения.
- Найти скалярное произведение функций  $y = \sin x$  и  $g = e^x$  в пространстве  $L_2[0, 1]$ .
- Найти норму функционала  $F: C[0, 1] \rightarrow R$ , определяемого формулой  
 $F(y) = \int_0^1 (1 - x^2) y(x) dx$ .

**Пример экзаменационного билета** для оценивания результатов формирования компетенций ОК-7, ОПК-1, ПК-3.

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7.**

1. Плотные множества, сепарабельные пространства, примеры.
2. Линейные функционалы, примеры. Геометрический смысл линейного функционала.
3. Найти расстояние между функциями  $y = \sin^2 x$  и  $g \equiv 1$  в пространстве  $L_2[0, \pi]$ .

Экзаменатор \_\_\_\_\_ О.Е.Галкин  
(подпись)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Литература**

**а) основная литература**

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. 623 с. (93 экз. Ссылка на учетную карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=93244>)
2. Треногин В.А., Писаревский В.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 240 с. (доступно в ЭБС «Консультант студента», режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>).
3. Гуревич А.П., Корнев В.В., Хромов А.П. Сборник задач по функциональному анализу. СПб.: Лань, 2012. 192 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com>).
4. Филимонова Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу. – М.: Лань, 2015. 176 с. (доступно в ЭБС «Лань», режим доступа: <http://e.lanbook.com>).

**б) дополнительная литература**

1. Дерр В.Я. Функциональный анализ. М.: Юрайт, 2012. 464 с. (10 экз. Ссылка на учетную карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=435229>)

2. Леонтьева Т.А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. (доступно в ЭБС «Znanium.com», режим доступа: [www.znanium.com](http://www.znanium.com)).
3. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2014. 560 с. Режим доступа: <http://e.lanbook.com>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://www.lib.unn.ru/ebs.html> [www.znanium.com](http://www.znanium.com) [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com) [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре математической физики и оптимального управления. Для обучения студентов имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор Галкин О.Е.

Рецензент \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании кафедры математической физики и оптимального управления Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ М.И. Сумин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.