

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования**

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института ИТММ

_____В.П. Гергель

«_____» _____ 20__ г.

Рабочая программа дисциплины

Теория чисел

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2017

Место и цели дисциплины в структуре ОПОП. Дисциплина «Теория чисел» (Б1.Б.13) относится к базовой части блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП ВО бакалавриата, обязательна для освоения на 4 году обучения в 7 семестре. Трудоемкость составляет 3 зачетных единицы.

1. Целями освоения дисциплины являются формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01. – Математика и компьютерные науки. Содержание дисциплины направлено на освоение фундаментальных понятий и результатов теории делимости в кольце целых чисел, теории сравнений, теории цепных дробей, квадратичных вычетов, первообразных корней и индексов, о распределении простых чисел, формирование умений и навыков в решении задач из этих разделов теории чисел; развитие навыков в постановке и решении практических задач, знакомство с основными вычислительными алгоритмами теории чисел.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

<i>Формируемые компетенции</i> (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	<i>Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций</i>
<i>ОПК-3</i> Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе (завершающий этап)	<i>З1 (ОПК-3) знания:</i> знания основных понятий и результатов теории чисел. <i>У1 (ОПК-3) умения и навыки:</i> умения решать основные задачи теории чисел. <i>В1 (ОПК-3) владение:</i> владение основными вычислительными алгоритмами теории чисел.
<i>ПК-2</i> Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (завершающий этап)	<i>З1(ПК-2) знания:</i> знание основных классических задач теории чисел. <i>У1(ПК-2) умения и навыки:</i> умения решать классические задачи теории чисел <i>В1(ПК-2) владение:</i> владение основными классическими алгоритмами теории чисел
<i>ПК-3</i> Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (завершающий этап)	<i>З1 (ПК-3)знания:</i> знание основ строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата <i>У1 (ПК-3) умения и навыки:</i> умение строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата <i>В1 (ПК-3) владение:</i> владение опытом строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата

3. Структура и содержание дисциплины «Теория чисел»

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 50 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (16 ч. занятий лекционного типа, 32 ч. занятий семинарского типа, 2 ч. мероприятия промежуточной аттестации), 94

ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Семестр	Часов						
			Всего	В том числе					Самостоятельная работа обучающегося
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					
				Лекционного занятия	Семинарского занятия	Лабораторного занятия	Консультации	Всего	
1.	Делимость в кольце целых чисел. Свойства делимости в кольцах. Группа обратимых элементов кольца. Деление с остатком целых чисел. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Простые числа. Решето Эратосфена. Факториальность кольца целых чисел. Целая и дробная части числа. Порядок простого множителя в $n!$.	7	21	3	4			7	14
2.	Теория сравнений. Классы вычетов по $\text{mod } m$. Кольцо классов вычетов. Поле классов вычетов по простому модулю. Обратимые элементы кольца классов вычетов. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Теорема Вильсона. Решение сравнений 1-й степени. Мультипликативность функции Эйлера. Китайская теорема об остатках. Основные мультипликативные теоретико-числовые функции: функция Мебиуса, сумма делителей натурального числа, количество делителей. Формула обращения Мебиуса.	7	23	3	6			9	14
3.	Цепные дроби. Алгоритм Евклида и разложение рационального числа в цепную дробь. Разложение в цепную дробь вещественного числа. Свойства подходящих дробей. Квадратичные иррациональности и периодические цепные дроби. Решение уравнений 1-й степени в целых числах. Применение цепных дробей к решению сравнений 1-й степени. Наилучшие приближения рациональными числами.	7	36	4	10			14	22
4.	Квадратичные вычеты. Квадратичные вычеты и невычеты по $\text{mod } p$. Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности Гаусса.	7	22	2	6			8	14
5.	Первообразные корни и индексы. Кольца Z_m с циклической группой обратимых элементов. Свойства индексов. Решение степенных сравнений.	7	22	2	6			8	14
6.	Распределение простых чисел. Неравенства Чебышева. Асимптотический закон распределения простых чисел.	7	18	2				2	16
	В т.ч. текущий контроль	7	2						
	Промежуточная аттестация: экзамен	7							

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа, групповых или индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии.

Занятия проводятся в форме лекций и практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекция-информация. Такая форма занятий ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельное решение задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверку знания теоретического материала, полученного на лекциях.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Обсуждение итогов самостоятельных и контрольных работ.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1981;

- 1972; Лань, 2009;

Библиотека «Лань»: https://e.lanbook.com/book/46?category_pk=909#authors

2. Бухштаб А.А. Теория чисел. Лань, 2015

Библиотека «Лань»: https://e.lanbook.com/book/65053?category_pk=909#authors

Примеры домашних практических заданий:

1. На станцию прибыло 500 т угля в 18 вагонах. В вагонах было по 15, 20, и 30 т угля. Сколько вагонов было по 15 т, сколько по 20 и сколько по 30 т ?
2. Какие две цифры следует приписать к числу 32, чтобы полученное число делилось на 3 и на 7?
3. Решить систему сравнений
$$\begin{aligned}4x &\equiv 3(7) \\ 5x &\equiv 4(6).\end{aligned}$$
4. Вычислить символы Лежандра (22/13), (426/491), (151/587).
5. При помощи символа Лежандра выяснить, какие из следующих сравнений разрешимы: $X^2 \equiv 5(19)$, $X^2 \equiv 5(29)$, $X^2 \equiv 2(97)$, $X^2 \equiv 151(587)$.
6. Доказать, что произведение двух последовательных натуральных чисел при делении на 13 не может давать в остатке 1.
7. Составить таблицу индексов по модулю 9, по модулю 25.
8. Решить сравнение $3X^5 \equiv 4(25)$.
9. Разложить рациональные числа в цепные дроби $127/52$, $1,23$, $95122/53808$.
10. Свернуть непрерывные дроби $\langle 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \rangle$, $\langle 5, 4, 3, 2, 1 \rangle$, $\langle a, a, a, a, a \rangle$.
11. При помощи цепных дробей сократить дробь $1491/2247$.
12. Разложить в периодические дроби квадратичные иррациональности $5^{1/2}$, $(2 - 3^{1/2})/5$.
13. Найти квадратичную иррациональность, которая разлагается в следующую периодическую цепную дробь $\langle (2, 3) \rangle$, $\langle 1, 2, 3, (4) \rangle$.

Контрольные вопросы:

1. Найти каноническое разложение числа 18! (ПК-2)

2. Найти разложение в конечную цепную дробь число $162/93$. (ПК-3)
3. Найти значение бесконечной периодической дроби $\langle -1; 1, 1, (1, 2) \rangle$. (ПК-3)
4. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера числа 539. (ОПК-3)
5. Решить сравнение $39x \equiv 17 \pmod{92}$ (ОПК-3)
6. Решить систему сравнений

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 4 \pmod{5} \\ 5x &\equiv 6 \pmod{7} \\ 7x &\equiv 8 \pmod{9}. \end{aligned}$$
 (ОПК-3)
7. С помощью символа Лежандра выяснить разрешимо сравнение или нет $x^2 \equiv 21 \pmod{29}$. (ПК-3)
8. Найти примитивный корень и составить таблицу индексов по модулю 14. (ПК-3)

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Дисциплина направлена на развитие четырех компетенций:

- Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК-3), завершающий этап;
- Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2), завершающий этап;
- Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3), завершающий этап.

ОПК-3 Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
ЗНАТЬ: основные понятия и результаты теории чисел.	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
УМЕТЬ решать основные задачи теории чисел.	Отсутствие минимальных умений. Невозможность	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные	Продемонстрированы все основные умения, решены все	Продемонстрированы все основные умения, решены все

	оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	основные умения. Имели место грубые ошибки.	негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
ВЛАДЕТ основными вычислительными алгоритмами теории чисел.	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы творческий подход к решению нестандартных задач
Мотивация (личностное отношение)	Полное отсутствие учебной активности и мотивации	Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставленные задачи качественно отсутствуют	Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремление решать задачи качественно	Учебная активность и мотивация проявляются на среднем уровне, демонстрируется готовность выполнять поставленные задачи на среднем уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на уровне выше среднего, демонстрируется готовность выполнять большинство поставленных задач на высоком уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять все поставленные задачи на высоком уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляются на очень высоком уровне, демонстрируется готовность выполнять нестандартные дополнительные задачи на высоком уровне качества
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в не сформирована. отсутствуют знания,	Компетенция в полной мере не сформирована.	Сформированность компетенции соответствует	Сформированность компетенции в целом соответствует	Сформированность компетенции в целом соответствует	Сформированность компетенции полностью	Сформированность компетенции превышает

нции	умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Имеющих знания, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	минимальным требованиям. Имеющих знания, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практически х (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практически х (профессиональных) задач.	ю соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	ет стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных профессиональных задач.
Уровень сформированности компетенций	Нулевой	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий	Очень высокий

ПК-2 Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
ЗНАТЬ: основные классические задачи теории чисел	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающе	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	гося от ответа						
УМЕТЬ решать классиче ские задачи теории чисел.	Отсутстви е минималън ых умений. Невозмож ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающе гося от ответа	При решении стандартн ых задач не продемонс трированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонс трированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнен ы все задания но не в полном объеме.	Продемонст рированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонст рированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонст рированы все основные умения, реш ены все основные задачи с отдельными несуществе нным недоче тами, выполнены все задания в полном объеме.	Проде монст риров аны все основ ные умени я., Решен ы все основ ные задачи . Выпол нены все задани я, в полно м Объем е без недоч етов
ВЛАДЕТ Б основны ми классиче скими алгоритм ами теории чисел.	Отсутстви е владения материало м. Невозмож ность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающе гося от ответа	При решении стандартн ых задач не продемонс трированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минималън ый набор навыков для решения стандартн ых задач с некоторым и недочетам и	Продемонст рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонст рированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонст рированы навыки при решении нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	Проде монст риров ан творче ский подхо д к решен ию нестан дартн ых задач
Мотивац ия (личност ное отношен ие)	Полное отсутствие учебной активност и и мотивации	Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставлен ные задачи качественн о отсутству ют	Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремлени е решать задачи качественн о	Учебная активность и мотивация проявляютс я на среднем уровне, демонстрир уется готовность выполнять поставленн ые задачи на среднем уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляютс я на уровне выше среднего, демонстрир уется готовность выполнять большинств о поставленн ых задач на	Учебная активность и мотивация проявляютс я на высоком уровне, демонстрир уется готовность выполнять все поставленн ые задачи на высоком	Учебн ая актив ность и мотив ация прояв ляютс я на очень высок ом уровн е,

					высоком уровне качества	уровне качества	демонстрируется готовность выполнять нестандартные дополнительные задачи на высоком уровне качества
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению

							сложных профессиональных задач.
Уровень сформированности компетенций	Нулевой	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий	Очень высокий

ПК-3 Способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
Знание основ строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
УМЕТЬ строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводиться следствия из полученного	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельным и несущественным недочетом, выполнены все задания в	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в

результат а						полном объеме.	полном Объеме без недочет ов
ВЛАДЕТ опытом строгого доказател ства утвержде ний, формули ровки результат ов, вывода следстви й из полученн ого результат а	Отсутстви е владения материало м. Невозмож ность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающе гося от ответа	При решении стандартн ых задач не продемонс трированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальн ый набор навыков для решения стандартн ых задач с некоторым и недочетам и	Продемонст рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонст рированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонс трированы навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстри рован творчес кий подход к решени ю нестанд артных задач
Мотивац ия(личн остное отношен ие)	Полное отсутствие учебной активност и и мотивации	Учебная активность и мотивация слабо выражены, готовность решать поставлен ные задачи качественн о отсутству ют	Учебная активность и мотивация низкие, слабо выражены, стремлени е решать задачи качественн о	Учебная активность и мотивация проявляютс я на среднем уровне, демонстрир уется готовность выполнять поставленн ые задачи на среднем уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляютс я на уровне выше среднего, демонстрир уется готовность выполнять большинств о поставленн ых задач на высоком уровне качества	Учебная активность и мотивация проявляют ся на высоком уровне, демонстри руется готовность выполнять все поставлен ные задачи на высоком уровне качества	Учебна я активно сть и мотива ция проявля ются на очень высоко м уровне, демонст рируетс я готовно сть выполн ять нестанд артные дополн ительн ые задачи на высоко м уровне качеств а

Характеристика сформированности компетенции	Компетенция в не сформирована. отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных профессиональных задач.
Уровень сформированности компетенций	Нулевой	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий	Очень высокий

6.2. Описание шкал оценивания

Экзамен в 7 семестре

Превосходно	свободное владение основным и дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями
Отлично	свободное владение основным материалом без ошибок и погрешностей
Очень хорошо	достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями

Хорошо	владение основным материалом с рядом заметных погрешностей
Удовлетворительно	владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок
Неудовлетворительно	владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка
Плохо	отсутствие владения материалом

Оценки «превосходно», «отлично», «очень хорошо», «хорошо», «удовлетворительно» считаются положительными.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания.

Типы практических контрольных заданий:

- задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий,
- установление последовательности действий (описание алгоритма выполнения действия).

Критерии оценок выполнения контрольной работы и домашнего практического задания

(каждая задача оценивается в 2 балла)

Решена полностью	2
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	1,5
Решена задача наполовину	1
Сделан первый этап в решении задачи	0,5
Нет решения	0

Суммарная оценка выполнения контрольной работы и домашнего практического задания

Количество баллов	Оценка
9,5 -10	Превосходно

8,5 - 9	Отлично
7,5 - 8	Очень хорошо
6-7	Хорошо
3,5 - 5,5	Удовлетворительно
2 – 3	Неудовлетворительно
0 – 1,5	Плохо

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Примерные задания для контрольных работ в семестре

Первая контрольная работа:

Вариант 1.

1. Найти каноническое разложение числа C_{20}^{12} (ПК-2)
2. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера для числа 840.(ОПК-3)
3. Разложить в конечную цепную дробь число $\frac{162}{93}$, а затем вычислить все подходящие дроби. (ПК-3)
4. Найти значение бесконечной периодической цепной дроби $\langle -1; 1,1, (1,2) \rangle$. ПК-3)
5. Разложить в периодическую цепную дробь число $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. (ПК-3)

Вариант 2.

1. Найти каноническое разложение числа $18!$ (ПК-2)
2. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера для числа 993. (ОПК-3)
3. Разложить в конечную цепную дробь число $-\frac{121}{88}$, а затем вычислить все подходящие дроби. (ПК-3)
4. Найти значение бесконечной периодической цепной дроби $\langle 0, (1, 4, 1, 1) \rangle$. (ПК-3)
5. Разложить в периодическую цепную дробь число $\frac{\sqrt{7}}{3}$. (ПК-3)

Вариант 3.

1. Найти каноническое разложение числа C_{25}^{10} (ПК-2)
2. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера для числа 354. (ОПК-3)
3. Разложить в конечную цепную дробь число $\frac{336}{297}$, а затем вычислить все подходящие дроби. (ПК-3)
4. Найти значение бесконечной периодической цепной дроби $\langle -3, 1, (6, 2) \rangle$. (ПК-3)
5. Разложить в периодическую цепную дробь число $\sqrt{6}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. (ПК-3)

Вариант 4.
<ol style="list-style-type: none"> 1. Найти каноническое разложение числа C_{30}^{15} (ПК-2) 2. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера для числа 539. (ОПК-3) 3. Разложить в конечную цепную дробь число $-\frac{51}{90}$, а затем вычислить все подходящие дроби. (ПК-3) 4. Найти значение бесконечной периодической цепной дроби $\langle 0, (8, 2) \rangle$. (ПК-3) 5. Разложить в периодическую цепную дробь число $\frac{\sqrt{2} + 3}{4}$. (ПК-3)

Вторая контрольная работа:

1. Решить сравнение первой степени $39x \equiv 17 \pmod{92}$ (ОПК-3)
2. Решить систему сравнений $3x \equiv 4 \pmod{5}$
 $5x \equiv 6 \pmod{7}$
 $7x \equiv 8 \pmod{9}$ (ОПК-3)
3. С помощью символа Лежандра выяснить разрешимо сравнение или нет $x^2 \equiv 21 \pmod{29}$ (ПК-3)
4. Найти примитивный корень и составить таблицу индексов по модулю 14 (ПК-3)
5. Решить сравнение $19x^7 \equiv 23 \pmod{14}$ (ПК-3)

Вопросы к экзамену:

1. Свойства делимости в кольце. Деление с остатком в кольце целых чисел. (ПК-2, ПК-3)
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Выражение наибольшего общего делителя (a,b) через a и b. Наименьшее общее кратное. (ПК-2, ПК-3)
3. Свойства взаимно простых чисел. (ПК-3)
4. Факториальность кольца целых чисел (Основная теорема арифметики). Разложение на простые множители наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного. (ОПК-3, ПК-2, ПК-3)
5. Кольцо классов вычетов по модулю m. Свойства сравнений. Решение сравнений 1-степени. (ОПК-3, ПК-2, ПК-3)
6. Группа обратимых элементов кольца. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. (ПК-2, ПК-3)
7. Китайская теорема об остатках. Мультипликативность функции Эйлера. Вычисление функции Эйлера. Формула Гаусса. (ПК-2, ПК-3)
8. Китайская теорема об остатках. Решение системы сравнений по взаимно простым модулям. (ОПК-3, ПК-2)
9. Мультипликативные арифметические функции. Функция Мебиуса, формула обращения. (ПК-3)

10. Конечные подгруппы в мультипликативной группе поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля. (ПК-3)
11. Первообразные корни по модулю m . Индексы. (ПК-3)
12. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра и его свойства. (ОПК-3, ПК-2, ПК-3)
13. Лемма Гаусса. Символ Лежандра (2/p). (ОПК-3, ПК-2, ПК-3)
14. Квадратичный закон взаимности. (ОПК-3, ПК-2, ПК-3)
15. Целая и дробная части числа. Кратность, с которой простое p входит в разложение $n!$ на простые множители. (ОПК-3)
16. Разложение рационального числа в цепную дробь с целыми неполными частными. Разложение вещественного числа в цепную дробь. (ОПК-3, ПК-2)
17. Подходящие дроби и их свойства. (ОПК-3, ПК-3)
18. Решение линейных уравнений в целых числах. (ОПК-3, ПК-2)
19. Бесконечные периодические цепные дроби и квадратичные иррациональности. (ОПК-3, ПК-2)
20. Приближение вещественных чисел рациональными числами и цепные дроби. (ОПК-3, ПК-2)
21. Закон распределения простых чисел Чебышева, асимптотический закон распределения простых чисел (без доказательства). (ОПК-3, ПК-2)

Билет к экзамену по дисциплине «Теория чисел»:

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра АГДМ
Дисциплина теория чисел

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Свойства делимости в кольце. Деление с остатком в кольце целых чисел.
2. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра и его свойства.
3. Решить сравнение первой степени $39x \equiv 17 \pmod{92}$

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор _____

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972;
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М. Просвещение, 1966.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

б) Дополнительная литература:

1. Серр Ж.-П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

в) Интернет-ресурсы:

1. ЭБС «Eqworld»: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Авторы: д.ф.-м.н., проф. _____ Кузнецов М.И.

к.ф.м.-н., доц. _____ Муляр О.А.

Рецензент (ы) _____

Зав кафедрой, д.ф.-м.н., проф. _____ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института Информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского от _____ г., протокол № _____.