МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор _____ Гергель В.П.

«____» _____ 2016 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Асимптотические методы и специальные функции
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
Бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
общий
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
Бакалавр математики
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2017

1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору *вариативной* части программы бакалавриата по направлению **Математика и компьютерные науки** (Б1.В.ДВ.8.2) и изучается в 8-м семестре. Изучение теории и методов решения задач асимптотического анализа весьма полезно с точки зрения основной образовательной программы (ОПОП). При изучении современных алгоритмов теории и решения задач асимптотического анализа существенно применяются многие наиважнейшие результаты из такой, освоенной на предыдущем этапе обучения, дисциплины фундаментальной математики, как математический анализ. Более никакие особые требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающихся, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин, не предусматриваются. Знания, полученные при освоении данной дисциплины, необходимы при практической научной работе, связанной по тематике с теорией асимптотических методов.

Целью освоения дисциплины «Асимптотические методы и специальные функции» является изучение основ асимптотических методов и основных специальных функций, а также обучение навыкам практического применения указанных методов для решения конкретных прикладных задач, развитие творческого мышления студентов и пробуждение у них интереса к доказательству новых теорем. В частности, освоение указанной дисциплины предполагает достаточно детальное изучение комплексного анализа

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций**
ОК-7 ***способность к самоорганизации и самообразованию*** ***Завершающий этап***	*З1 (ОК-7)* ***Знать*** методы самоорганизации и самообразования *У1 (ОК-7)* ***Уметь*** использовать методы самообразования и самоорганизации *В1 (ОК-7)* ***Владеть*** личностной готовностью к самообразованию и самоорганизации
ОПК-1 – ***готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики,***	*У1 (ОПК-1)* ***Уметь*** использовать фундаментальные знания в области асимптотического анализа в будущей профессиональной деятельности *З1 (ОПК-1)* ***Знать*** фундаментальные понятия асимптотического анализа *В1 (ОПК-1)* ***Владеть*** фундаментальными методами асимптотического анализа

теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности ***Завершающий этап***	
ПК-3 – ***способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата*** ***Завершающий этап***	*У1 (ПК-3)* ***Уметь*** строго доказывать утверждения, формулировать результаты, выводить следствия из полученного результата *З1 (ПК-3)* ***Знать*** основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата *В1 (ПК-3)* ***Владеть*** опытом строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата
ПК-1 – ***способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области*** ***Завершающий этап***	*У1 (ПК-1)* ***Уметь*** определять общие формы и закономерности в области асимптотического анализа *З1 (ПК-1)* ***Знать*** принципы определения общих форм и закономерностей асимптотического анализа *В1 (ПК-1)* ***Владеть*** опытом определения общих форм и закономерностей асимптотического анализа

3. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единицы, всего 144 ч., из которых 50 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (24 ч. занятий лекционного типа, 12 ч. занятий семинарского типа, 12 ч. занятий лабораторного типа, 2 ч. мероприятия промежуточной аттестации), 94 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. включая 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Всего (часы)**		В том числе											
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них										**Самостоятельная работа обучающегося, часы**	
			Занятия лекционного типа		**Практические занятия**		**Занятия лабораторного типа**		**Консультации**		**Всего**			
	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная
Тема1. Асимптотический			4		1		1				6		6	

ряд, его свойства. Примеры. .Интегральная показательная функция														
Тема 2 Применение асимптотических методов для оценки конечных сумм, интегралов ,корней уравнений			3		2		2				7		14	
Тема 3. Метод Лапласа.			2		1		3				6		12	
Тема 4. Метод стационарной фазы. Формула Стирлинга			3		2		2				7		14	
Тема 5. Метод перевала.			2		2		1				5		12	
Тема 6. Асимптотическое поведение решений д у второго порядка на бесконечности.			3		2		2				9		10	
Тема 7 Сингулярные краевые задачи. Простейшая бисингулярная задача.			3		1		1				5		14	
Тема 8.Дифференциальные уравнения с быстроосциллирующими коэффициентами .			4		1		1				6		12	
В т.ч. текущий контроль	2													
Промежуточная аттестация экзамен														

5. Образовательные технологии

Форма занятий: лекции, практические занятия и лабораторные работы. При самостоятельной работе и при подготовке к экзамену студенты могут воспользоваться также указанной литературой.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач, подготовке к семинарам, ответах на вопросы самоконтроля.

Контроль самостоятельной работы - контрольная работа, домашние задания.

7. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

7.1. **Перечень компетенций выпускников** образовательной программы согласно Карте компетенций по направлению 020301 Математика и компьютерные науки

Код компетенции	**Этап формирования**	**Составляющие компетенций**		
		знания	**умения и навыки**	**владение опытом**
ОК-7	завершающий	З1(ОК-7)	У1(ОК-7)	В1(ОК-7)
ОПК-1	завершающий	З1(ОПК-1)	У1(ОПК-1)	В1(ОПК-1)
ПК-1	завершающий	З1(ПК-1)	У1(ПК-1)	В1(ПК-1)
ПК-3	завершающий	З1(ПК-3)	У1(ПК-3)	В1(ПК-3)

7.2. **Описание шкал оценивания**

6.2.1. Критерии и шкала для интегрированной оценки уровня сформированности компетенций

Индикаторы компетенции	**Оценка сформированности компетенций**						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
Полнота знаний	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительным материала без ошибок
Наличие умений	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Владение опытом	полное отсутствие	отсутствие навыков	наличие минимальных	посредственное владени	достаточное владени	хорошее владение	всестороннее владение

	навыков		навыков	е навыкам и	е навыкам и	навыкам и	навыкам и
Мотивация (личностное отношение)	отсутств ие	недостат очно	минимал ьно	средний уровень	выше среднего	высокий уровень	очень высокий
Уровень сформирован ности компетенций	нулевой	низкий	ниже среднего	средний	выше среднего	высокий	очень высокий
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0–20	20–50	50–7 0	70–80	80–90	90– 99	100

Характеристика сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенций	**Характеристика сформированности компетенции**
очень высокий	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для применения творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач.
высокий	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.
выше среднего	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.
средний	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.
ниже среднего	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.
низкий	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение
нулевой	Компетенция не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач. Требуется повторное обучение

6.2.2. Критерии и шкалы для оценки уровня подготовки обучающегося

Оценивание результатов обучения проводится по семибалльной шкале (на экзамене)

Оценка по семибалльной шкала	Уровень подготовки	Уровень сформированности компетенций
превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент демонстрирует творческий поход к решению нестандартных задач, дал полный ответ на все теоретические вопросы билета, правильно выполнил практическое задание. 100 % выполнение заданий	очень высокий
отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный ответ на теоретические вопросы билета, выполнил практическое задание. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение заданий на 90% и больше.	высокий
очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение заданий от 80 до 90%.	выше среднего
хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы. Студент работал на практических занятиях. Выполнение заданий от 70 до 80%.	средний
удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. Выполнение заданий от 50 до 70%.	ниже среднего
неудовлетворительно	Подготовка недостаточная. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение заданий от 20 до 50%.	низкий
плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий.	нулевой

	Выполнение заданий менее 20 %.	

Положительные экзаменационные оценки (превосходно – удовлетворительно) могут быть выставлены без опроса обучающегося − по результатам работы в течение семестра и текущего контроля успеваемости. О возможности выставления экзаменационных оценок без опроса объявляется обучающимся до начала экзамена.

7.3. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине,** характеризующие этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии: практические контрольные задания, включающие одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

Контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется: уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине; уровень понимания студентами изученного материала; способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач. Экзамен включает теоретическую и практическую часть. Теоретическая часть заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании. Практическая часть предусматривает разбор практической ситуации (решение задачи).

7.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Список контрольных вопросов для проведения промежуточной аттестации (принимаются неформализованные ответы, правильность которых оценивается преподавателем).

1) Асимптотика корней уравнений
2) Формула Бурмана–Лагранжа
3) Асимптотические оценки сумм
4) Асимптотический ряд
5) Дифференцирование и интегрирование ас рядов
6) Канторово множество. Лестница Кантора.
7) Метод Лапласа.
8) Метод стационарной фазы
9) Лемма Ватсона.
10) Метод перевала.
11) Асимптотика функции Эйри.
12) Комбинирование методов перевала и стационарной фазы.
13) Вычислить асимптотику функции Эйри–Фока
14) Метод контурного интегрирования.
15) Общее л д у второго порядка Преобразования Лиувилля
16) Сингулярная задача

Лабораторные работы

1. Численно убедиться в справедливости асимптотических соотношений

1. $\int_0^{\infty} \frac{x^n e^{-x\sqrt{n}}}{(1+x^2)^n}\,dx \sim e^{-n\ln 2-\sqrt{n}}\sqrt{\frac{2\pi}{n}} \qquad (n\to+\infty).$

2. $\int_0^{\infty} \frac{x^n n^{-x}}{(1+x^2)^n}\,dx \sim 2^{-n}\sqrt{\frac{2\pi}{n^3}} \qquad (n\to+\infty).$

3. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\lambda^2 x^2+x}}{x^2+\lambda x^4+1}\,dx \sim \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \qquad (\lambda\to+\infty).$

4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\lambda x^4-x^2}}{1+x^4+\lambda x^6}\,dx \sim \lambda^{-1/4}\Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \qquad (\lambda\to+\infty).$

2. Численно убедиться в справедливости асимптотических соотношений

1 $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^n x\,dx \sim \frac{1}{2n} \qquad (n\to+\infty).$

2. $\int_0^{\pi/2} \cos^{2n} x\,dx \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{n}} \qquad (n\to+\infty).$

3. $\int_0^{\pi} \sin^n x\,dx \sim \sqrt{\frac{2\pi}{n}} \qquad (n\to+\infty).$

4. $\int_0^{1} \frac{dx}{(1+x^2)^n} \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{n}} \qquad (n\to+\infty).$

5. $\int_0^{\infty} \frac{x^n dx}{(1+x^2)^n} \sim 2^{-n}\sqrt{\frac{2\pi}{n}} \qquad (n\to+\infty).$

6. $\int_0^{\infty} e^{-\frac{\lambda}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)}\,dx \sim e^{-\lambda}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \qquad (\lambda\to+\infty).$

7. $\int_0^{\pi} e^{-\lambda\sin x}\sin 2m\,x\,dx \sim \frac{4m}{\lambda^2} \qquad (\lambda\to+\infty).$

8. $\int_0^{\pi} e^{\lambda\sin x}\cos^4 x\,dx \sim \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda^5}}\,e^{\lambda} \qquad (\lambda\to+\infty).$

Варианты контрольных работ:

Вариант 1

1. Вычислить асимптотику корней уравнения tgx=1/x .
2. Вывести формулу Стирлинга.

Вариант 2

1. Обосновать метод контурного интеграла.
2. Вывести формулу Римана для дзета- функции..

Вариант 3

1 Вычислить асимптотику функции Бесселя

2 Вычислить асимптотику нулей функции Бесселя

Пример экзаменационного билета

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра математической физики и оптимального управления

Дисциплина Асимптотические методы и специальные функции

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №12

1. Асимптотика преобразования Лапласа
2. Структура линий уровня гармонических функций

Зав. кафедрой _____ Сумин М.И.

Экзаменатор _____ Андрианов В.Л.

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Сидоров Ю.В., Федорюк М.Ф., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М .: Наука , 1989. (36 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы ТФКП , Москва: Наука, 1972. (54 экз.)

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор _____ Андрианов ВЛ.

Рецензент _____

Заведующий кафедрой_____ М.И. Сумин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от _____ года, протокол № _____.