МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
(протокол от 16.06.2021 г. №8)

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Дискретные динамические системы

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2018 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Курс «Дискретные динамические системы» относится к дисциплинам по выбору ОПОП бакалавриата по направлению подготовки **01.03.01 Математика.** Преподается в 8 семестре. Индекс дисциплины **Б1.В.ДВ.11.01.** Форма отчетности — зачет.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) вариативная часть	Дисциплина Б1.В.ДВ.11.01 *Дискретные динамические системы* относится к вариативной части ОПОП направления подготовки *01.03.01. Математика*

2. Целями освоения дисциплины являются:

- создать фундаментальный аппарат для решения задач профессиональной подготовки будущего математика – специалиста по дифференциальным уравнениям и динамическим системам.

- сформировать важнейшие навыки по теории дискретных динамических систем, необходимые в профессиональной деятельности.

- создать фундаментальный аппарат для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности математика – специалиста по дифференциальным уравнениям и динамическим системам.

Содержание дисциплины направлено на достижение указанных выше целей и решение указанных выше задач.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников).

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-1 Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и	**Уметь:** У1 (ОПК-1) 1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач оптимального управления, используя современные образовательные и информационные технологии; 2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников 3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы 4. Собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и

математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности Завершающий этап	профессиональным проблемам **Владеть:** В1 (ОПК-1) 1. Владеть навыками ведения аналитической деятельности 2. Владеть различными формами математического мышления, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры **Знать**: З1 (ОПК-1)– общую постановку задач теории дискретных динамических систем, связанных с дифференциальными уравнениями.
ПК-3 Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата Завершающий этап	**Знать:** З1 (ПК-3) понятия и утверждения дисциплины «Дискретные динамические системы»: Понятие о динамической системе. Теорему Бэра. Понятие типичного свойства дискретной динамической системы. Примеры граничных, нигде не плотных множеств, множеств первой категории, всюду плотных множеств. Примеры множеств первой категории полной меры. Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма. Теорему о типичности гладких диффеоморфизмов окружности Морса - Смейла Основные инварианты топологической сопряженности. Основные свойства tent-отображения. Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых дискретных динамических систем: Определение числа вращения диффеоморфизма окружности. Основные свойства диффеоморфизмов окружности с рациональным числом вращения Основные свойства диффеоморфизмов окружности с иррациональным числом вращения Теорему и пример Данжуа. **Уметь:** У1 (ПК-3) проводить качественное исследование дискретных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере **Владеть :** В1 (ПК-3) математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области

3. Структура и содержание дисциплины «Дискретные математические модели»

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 45 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (22 часа занятия лекционного типа, 22 часа занятия семинарского типа, 1 час промежуточной аттестации), 63 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем	**Всего (часы**	**в том числе**	
		контактная работа (работа во	**Самост**

дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	)	взаимодействии с преподавателем), часы из них					оятельная работа студента часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа		Всего контактных часов	
1) Введение в теорию дискретных динамических систем. Исторический аспект. Поток, отображение сдвига, отображение последования на секущей Пуанкаре как объекты, связанные с автономными системами дифференциальных уравнений. Конструкция надстройки. Примеры. Динамическая система с дискретным временем как дискретная группа (полугруппа) преобразований фазового пространства **M** ($M \subset R^n$, $n \geq 1$, M - компакт). Примеры. Пространство $C^r(M)$, $r \geq 0$)	8	2	2			4	4
2) Подход к изучению дискретных динамических систем, основанный на понятии «типичности». Множества всюду плотные; граничные; нигде не плотные; 1-ой категории. Теорема Бэра. Следствия. Примеры. Связь меры и категории. Примеры. Понятие типичного свойства дискретной динамической системы.	12	2	2			4	8
3) Понятие фрактального множества. Примеры. Понятие о	10	2	2			4	6

размерности Хаусдорфа, вычисление размерности Хаусдорфа классических фрактальных множеств: канторова дисконтинуума, континуумов Серпинского.							
4) Топологическая сопряженность дискретных динамических систем. Примеры топологически сопряженных дискретных динамических систем. Построение сопрягающего гомеоморфизма. Основные инварианты топологической сопряженности. Классификация траекторий по свойству возвращаемости: периодические, рекуррентные, устойчивые по Пуассону траектории. Примеры. Асимптотическое описание поведения траекторий дискретной динамической системы: α- (ω -)предельные точки и множества, неблуждающие (блуждающие) точки и множества. Примеры.	16	4	4			8	8
5) Классические теоремы о неподвижных точках. Принцип Боля-Брауэра. Пример применения. Отображения, удовлетворяющие условию Липшица. Применения принципа сжатых отображений к решению функциональных уравнений. Гиперболические линейные отображения. Динамические свойства гиперболических линейных отображений. Гиперболические неподвижные точки. Теорема Гробмана-Хартмана. Локальная устойчивость гиперболических неподвижных точек. Гиперболические изоморфизмы в пространстве $GL(R^n)$ (обратимых линейных отображений R^n).	12	2	2			4	8
6) Понятие структурной устойчивости, Омега-устойчивости, статистической	16	4	4			8	8

устойчивости. Примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых , статистически устойчивых дискретных динамических систем: диффеоморфизмы окружности Морса-Смейла; гиперболические автоморфизмы тора, Омега-устойчивые косые произведения в плоскости и на торе, статистически устойчивые одномерные отображения.							
7) Основные понятия символической динамики. Гомеоморфизм сдвига, основные свойства. Примеры применения. Подкова Смейла.	10	2	2			4	6
8) О понятии аттрактора. Аттракторы в смысле Конли, странные аттракторы, аттрактор в смысле Милнора, странный нехаотический аттрактор.	10	2	2			4	6
9) Введение в одномерную динамику. Понятие об одномерных моделях. Примеры. Теорема А.Н. Шарковского. Примеры применения. Бифуркации в семействе логистических отображений. Универсальность Фейгенбаума. Мультифрактальная структура квазиаттрактора Фейгенбаума.	13	2	2			4	9
В т.ч. текущий контроль	2						
Промежуточная аттестация: зачет							

4. Образовательные технологии

Используются образовательные технологии в форме лекций и практических занятий. Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекции-информации. Лекция ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателя нескольких практических заданий.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1 Виды самостоятельной работы студентов

Выполнение домашних практических заданий.

5.2 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля

1. Пуанкаре А. Избранные труды. Т.1-3. М.: Наука,1971г.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm

2. Леонов Г.А. Странные аттракторы и классическая теория устойчивости движения. 2002.
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/solutions/interesting/Leonov2002.pdf

5.3 Вопросы для контроля:

1. Приведите примеры автономных систем дифференциальных уравнений с указанием отображения сдвига по траекториям; допускающих секущую Пуанкаре. Во втором случае постройте отображение последования на секущей Пуанкаре.
2. Докажите полноту пространства $C^r(M)$, $r \geq 0$.
3. Приведите примеры всюду плотных; граничных; нигде не плотных множеств в R^n, $n \geq 1$; укажите множество 1-ой категории в R^n, $n \geq 1$.
4. Сформулируйте определение дискретной динамической системы. Приведите пример дискретных динамических систем, образующих множество 1-ой категории в $C^1(S^1)$.
5. Сформулируйте определение топологической сопряженности дискретных динамических систем, приведите примеры топологически сопряженных систем.
6. Какие омега-предельные множества имеет тент-отображение? Существуют ли у тент-отображения счетные омега-предельные множества? Имеет ли тент-отображение гомоклинические точки? Укажите отображение, топологически сопряженное с тент-отображением.
7. Сформулируйте определение и приведите примеры структурно устойчивых, Омега-устойчивых дискретных динамических систем.
8. Докажите структурную устойчивость диффеоморфизмов окружности Морса-Смейла.
9. Докажите лемму Пью о замыкании для диффеоморфизмов окружности.
10. Докажите существование числа вращения для диффеоморфизма окружности, сохраняющего ориентацию.
11. Исследуйте динамические свойства диффеоморфизма окружности с рациональным числом вращения.
12. Установите свойства сохраняющего ориентацию диффеоморфизма окружности с иррациональным числом вращения. Какой особенностью обладает омега- предельное множество диффеоморфизма окружности с иррациональным числом вращения?

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их

формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Оценка уровня формирования компетенции ОПК-1

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
Знать: *31 (ОПК-1)– постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач.* ***У Уметь:*** *У1 (ОПК-1)* *1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач оптимального управления, используя современные образовательные и информационные технологии;* *2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников* *3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы* *4. Собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам* ***Владеть:*** *В1 (ОПК-1)* *1. Владеть навыками ведения аналитической деятельности* *2. Владеть математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры*	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень формирования компетенции. 0-19 баллов - «Плохо»
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции. 20-49 баллов – «неудовлетворительно»
	Знать постановку задач теории дискретных динамических систем, связанных с обыкновенными дифференциальными уравнениями. **Уметь** У1 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** *навыками ведения аналитической деятельности, математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры* .	Удовлетворительный уровень формирования компетенции. 50-59 баллов «Удовлетворительно»
	Знать постановку задач теории дискретных динамических систем, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями. **Уметь**У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции. 60-79 баллов «Хорошо»
	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
	Знать постановку задач теории дискретных динамических систем, связанных с обыкновенными дифференциальными уравнениями. **Уметь**У1 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции 80-89 баллов «Очень хорошо»
	Знать основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции 90-99 баллов «Отлично»
	Знать основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1. Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции 100 баллов «Превосходно»

Оценка уровня формирования компетенции ПК-3

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания

Знать: *З1 (ПК-3) понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы» ***Уметь:*** *У1 (ПК-3)* проводить качественное исследование дискретных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере ***Владеть :*** *В1 (ПК-3)* математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень формирования компетенции. 0-19 баллов - «Плохо»
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции. 20-49 баллов – «неудовлетворительно»
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы» с рядом негрубых ошибок.: **Уметь**У1 с рядом негрубых ошибок. **Владеть** математическим аппаратом теории дискретных динамических систем, методами и приемами исследования основных элементов динамики, доказательствами утверждений в этой области	Удовлетворительный уровень формирования компетенции. 50-59 баллов «Удовлетворительно»
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы» с рядом заметных погрешностей. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** большинством основных навыков, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции. 60-79 баллов «Хорошо»
	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
	Знать *понятия и утверждения дисциплины* «Дискретные динамические системы» с незначительными погрешностями. **Уметь** У1 без ошибок и погрешностей. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции 80-89 баллов «Очень хорошо»
	Знать основные определения и утверждения, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции 90-99 баллов «Отлично»
	Знать основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1. Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции 100 баллов «Превосходно»

Карта компетенций для оценивания умений и навыков

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовле	«удовлетво	«хорошо»	«очень	«отлично»	«превосхо

		творительно»	рительно»		хорошо»		дно»
Умения У1 (ОПК-1) У1 (ПК-3) У2 (ПК-3) У3 (ПК-3)	отсутствует способность решения стандартных задач	наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками	способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями	способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач	способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
Навыки В1 (ОПК-1) В1 (ПК-3) В2 (ПК-3)	полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией	отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией	наличие минимального необходимого множества навыков	наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях	наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях	наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях	Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях

6.2. Описание шкал оценивания

Зачтено	Ставится в том случае, если студент справился с требованиями учебного плана: знает изученный теоретический материал, владеет основными понятиями, умеет доказывать теоремы и решает задачи по темам, изложенным в лекционном курсе.
Незачтено	Ставится в том случае, если студент не справился с требованиями учебного плана: не владеет основными понятиями теории дискретных динамических систем, не знает формулировок основных теорем курса.

6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде <u>знаний</u> используются следующие процедуры и технологии:

- собеседование,
- коллоквиум.

Для оценивания результатов обучения в виде <u>умений</u> и <u>владений</u> используются следующие процедуры и технологии:

- собеседование,
- курсовая работа.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Примерная тематика курсовых работ и критерии их оценки

1. Разветвленные континуумы как омега-предельные множества косых произведений в плоскости.
2. Динамика простейших .косых произведений отображений интервала.

3. О некоторых классах топологически транзитивных косых произведений в плоскости.

Работы предполагают освоение нового теоретического материала, имеют исследовательский характер.
При полном удовлетворении этим требованиям ставится оценка -- **«превосходно»;**
при полном освоении теоретического материала, но недостаточно самостоятельном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«отлично»;**
при полном освоении теоретического материала, но недостаточно самостоятельном и несколько незавершенном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«очень хорошо»;**
при неполном освоении теоретического материала, несамостоятельном и незавершенном решении исследовательских задач ставится оценка -- **«хорошо»;**
при полном освоении теоретического материала и отсутствии исследования ставится оценка – **«удовлетворительно»;**
при неполном освоении теоретического материала и отсутствии исследования ставится оценка – **«неудовлетворительно»;**
если студент не работал по предложенной теме, то ставится оценка **«плохо».**

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.
http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Дискретные динамические системы»
а) основная литература:

1. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.-Л.:ОГИЗ, 1947.

Библиотека MathNet.ru ***http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm***

2. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.-Л.:ОГИЗ, 1947.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

3..Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. М.-Л.: Наука, 1964.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

б) Дополнительная литература:

1**.** Аносов Д.В.(ред.) Гладкие динамические системы (Сборник переводов, Математика в зарубежной науке №4). М.: Мир, 1977.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

2. Левитан Б.М. Почти-периодические функции. М.: ГИТТЛ, 1953.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

3. Сибирский К.С. Введение в топологическую динамику. Кишинев, 1970.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

4. Хьюзмоллер Д., Расслоенные пространства. М.: Мир, 1970.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

5. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И., Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНИТИ, 1985.

Библиотека MathNet.ru http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению **01.03.01 Математика**

Автор к.ф.-м.н., доцент Ефремова Л.С.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от _____ года, протокол № _____.