

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Химический факультет

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«16» июня 2021 г. № 8

**Рабочая программа дисциплины**

**Математика**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**04.03.01 «Химия»**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Химия и материаловедение**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2021 год

## Лист актуализации

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

04 июня 2021 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры

---

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры

---

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры

---

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры

---

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части Блока 1 ОПОП по направлению подготовки 04.03.01 «Химия» (Б1.Б.02.01), является обязательной для освоения студентами очной формы обучения в 1–3 семестрах.

Необходимой базой для освоения дисциплины «Математика» являются курсы математики (алгебры и геометрии), преподаваемые в средних общеобразовательных школах или в средних специальных учебных заведениях. Для успешного и полного освоения разделов математики и получения навыков математического анализа необходимы знания свойств математических объектов, понимание их взаимосвязи, умение определять закономерности. Освоение высшей математики требует знания фундаментальных разделов элементарной математики.

Знания и навыки, приобретенные в курсе изучения математики, необходимы для успешного освоения всех дисциплин базовой и вариативной части профессионального цикла и успешного проведения исследовательской работы.

Дисциплина «Математика» является основой для изучения таких областей знания как физика, физическая химия, материаловедение.

### Целями освоения дисциплины «Математика» являются:

- системное освоение базовых теоретических положений, постановок основных задач и методов их решения;
- приобретение навыков практического применения изученных методов для решения прикладных задач, развитие творческого мышления.

### Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий традиционных разделов высшей математики (аналитическая геометрия, элементы высшей алгебры, векторная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей);
- формирование умения применять основные приёмы и методы решения типовых задач. В частности, по математическому анализу уметь строить графики функций с использованием методов высшей математики; вычислять пределы последовательностей и функций; вычислять производные и применять их к исследованию функций; вычислять неопределённые, определённые, кратные, криволинейные интегралы и применять их к решению геометрических, механических и физических задач; представлять функции в виде степенных рядов;
- формирование навыков применения понятий и конструкций основ математики к решению конкретных задач, типичных для естественнонаучных дисциплин.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1 Способен	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее	<i>Владеть навыками выделения базовых составляющих поставленной задачи</i> <i>Уметь проводить анализ и план решения</i>	Устный опрос, контрольная работа, экзамен,

осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	базовые составляющие	<i>поставленной задачи</i>  <i>Знать методы решения поставленной задачи</i>	зачёт
	УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	<i>Владеть навыками применения известной информации для решения поставленной задачи</i>  <i>Уметь преобразовывать и применять известную информацию к решению поставленной задачи</i>  <i>Знать приёмы и методы преобразования и классификации при анализе решения поставленной задачи</i>	
	УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	<i>Владеть навыками поиска информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов</i>  <i>Уметь осуществлять поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов</i>  <i>Знать приёмы поиска информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов</i>	
	УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата	<i>Владеть навыками анализа полученного результата решения поставленной задачи</i>  <i>Уметь объяснять факты, представляющие результат решения поставленной задачи, и трактовать их в связи с общей теорией данной области знаний</i>  <i>Знать признаки отличия фактов от интерпретаций</i>	
	УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки	<i>Владеть методами решения поставленной задачи</i>  <i>Уметь находить рациональный приём решения поставленной задачи</i>  <i>Знать методы решения поставленной задачи</i>	

<p>ОПК-3</p> <p>Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием с использованием современной вычислительной техники</p>	<p>ОПК-3.1.</p> <p>Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности</p>	<p><i>Владеть навыками построения теоретических и эмпирических моделей при решении задач прикладного характера с применением к химии</i></p> <p><i>Уметь строить математические модели к прикладным задачам</i></p> <p><i>Знать формулы, применяемые к построению математических моделей</i></p>	<p>Устный опрос, контрольная работа, экзамен, зачёт</p>
	<p>ОПК-3.2.</p> <p>Использует стандартное программное обеспечение при решении задач химической направленности</p>	<p><i>Владеть навыками работы с программным обеспечением</i></p> <p><i>Уметь получать и обрабатывать результаты с помощью программного обеспечения</i></p> <p><i>Знать стандартное программное обеспечение</i></p>	
<p>ОПК-4</p> <p>Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач</p>	<p>ОПК-4.1.</p> <p>Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности</p>	<p><i>Владеть теоретическими знаниями и практическими навыками решения математических задач</i></p> <p><i>Уметь выбирать метод решения поставленной задачи</i></p> <p><i>Знать основные понятия, формулы и законы математики.</i></p>	<p>Устный опрос, контрольная работа, экзамен, зачёт</p>
	<p>ОПК-4.2.</p> <p>Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик</p>	<p><i>Владеть навыками обработки данных с последующей интерпретацией полученных результатов</i></p> <p><i>Уметь исследовать числовые характеристики и качественные свойства объекта при помощи аппроксимации</i></p> <p><i>Знать фундаментальные основы математики для решения задач</i></p>	
	<p>ОПК-4.3.</p> <p>Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений</p>	<p><i>Владеть физическими основами методов исследования для интерпретации полученных в результате химического эксперимента данных</i></p> <p><i>Уметь применять знания в области физики, математики и химии для описания наблюдаемых явлений</i></p> <p><i>Знать рамки применимости теоретических знаний и практических навыков для решения тех или иных исследовательских задач</i></p>	

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>16</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>576</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>192</b>
- занятия семинарского типа	<b>184</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>92</b>
<b>Промежуточная аттестация – Экзамен (1–3 семестры)</b>	<b>108</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	
Раздел 1. Элементы высшей алгебры	27	12	10	22	5
Раздел 2. Векторная алгебра	22	10	8	18	4
Раздел 3. Аналитическая геометрия	47	20	18	38	9
Раздел 4. Математический анализ	300	118	122	240	60
Раздел 5. Дифференциальные уравнения	48	20	18	38	10
Раздел 6.	24	12	8	20	4

Теория вероятностей и элементы математической статистики					
<b>Итого</b>	<b>468</b>	<b>192</b>	<b>184</b>	<b>376</b>	<b>92</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в виде комплексного экзамена в устной форме в виде ответа обучающегося на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой), решении практических задач и последующим собеседованием в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ

### **3.2.1. Элементы высшей алгебры**

Операции над матрицами. Свойства определителей и методы их вычисления. Ранг матрицы. Обратная матрица и решение матричных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Правило Крамера. Метод Гаусса. Однородные системы линейных уравнений.

### **3.2.2. Векторная алгебра**

Сложение векторов и его свойства. Вычитание векторов. Умножение вектора на число и его свойства.

Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов. Необходимое и достаточное условие компланарности трёх векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Первая и вторая теоремы разложения.

Координаты вектора. Линейные операции над векторами, выраженные через координаты векторов: умножение вектора на число, сложение векторов.

Проекция вектора на ось и её свойства. Основные теоремы о проекциях. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве.

Длина и направление вектора. Условие коллинеарности двух векторов. Расстояние между двумя точками пространства. Деление отрезка в данном отношении.

Скалярное произведение двух векторов. Его алгебраические и геометрические свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.

Векторное произведение векторов. Его алгебраические и геометрические свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.

Смешанное произведение трёх векторов. Его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов. Необходимое и достаточное условие компланарности трёх векторов.

### **3.2.3. Аналитическая геометрия**

#### **3.2.3.1. Аналитическая геометрия на плоскости.**

Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения первой степени. Уравнение прямой линии в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

### **3.2.3.2. Аналитическая геометрия в пространстве.**

Уравнение поверхности и линии в пространстве. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой.

Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку и параллельной заданному вектору. Параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две данные точки.

Угол между двумя прямыми линиями. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

### **3.2.3.3. Линии второго порядка на плоскости.**

Окружность. Эллипс. Эксцентриситет, директрисы и фокальные радиусы эллипса.

Гипербола и её асимптоты. Эксцентриситет, директрисы и фокальные радиусы гиперболы. Сопряжённая гипербола. Равнобочная гипербола.

Парабола. Эксцентриситет и директрисы параболы. Форма параболы.

Преобразование координат: параллельный перенос системы координат, поворот её осей. Общий случай преобразования координат.

### **3.2.3.4. Поверхности второго порядка в пространстве.**

Понятие об уравнении поверхности. Уравнение поверхности вращения. Сфера. Эллипсоид.

Гиперболоиды: однополостный и двуполостный.

Параболоиды: эллиптический и гиперболический.

Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.

## **3.2.4. Математический анализ**

### **3.2.4.1. Введение в математический анализ.**

Действительные числа. Абсолютная величина действительного числа. Свойства абсолютных величин.

Понятие функции, область задания, область изменения. Способы задания функции. Обратные функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции.

### **3.2.4.2. Предел числовой последовательности.**

Границы числовых множеств. Свойства границ. Ограниченность сходящейся последовательности. Сходимость монотонных ограниченных последовательностей (определение, признак сходимости).

Переход к пределу в неравенствах. Правило вычисления пределов. Число  $e$ . Натуральные логарифмы. Связь логарифмов с разными основаниями, модуль перехода.

### **3.2.4.3. Предел функции.**



Геометрический смысл определения предела функции. Единственность предела функции. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел. Достаточное условие существования предела функции. Односторонние пределы.

Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Определение предела по Гейне.

#### **3.2.4.4. Непрерывность функции в точке.**

Определение непрерывности функции через приращения. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке.

Непрерывность элементарных функций. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Другие важные пределы.

#### **3.2.4.5. Бесконечно малые функции и их свойства.**

Теорема о связи функции, имеющей предел, с бесконечно малой. Теоремы о бесконечно малых.

Теоремы о переходе к пределу в равенствах. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о двух сопровождающих.

#### **3.2.4.6. Бесконечно большие функции.**

Связь бесконечно больших и неограниченных функций. Связь бесконечно больших и бесконечно малых функций.

Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Главная часть бесконечно малых. Теорема о замене в отношении бесконечно малых эквивалентными.

Теоремы о непрерывных функциях. Теорема о непрерывности сложной функции. Предел и непрерывность рациональных функций. Точки разрыва и их классификация.

#### **3.2.4.7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

**Задачи, приводящие к понятию производной:**

задача о скорости химической реакции, скорость диффузии. Определение производной. Производные некоторых функций.

#### **3.2.4.8. Геометрический смысл производной.**

Уравнения касательной и нормали к кривой. Физический смысл производной.

Непрерывность функции, имеющей производную. Правила вычисления производных. Производная сложной функции.

#### **3.2.4.8. Производная обратной функции.**

Геометрический смысл теоремы о производной обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций.

#### **3.2.4.9. Гиперболические функции и их производные.**

Таблица производных. Производная степенно-показательной функции. Односторонние производные. Бесконечные производные.

#### **3.2.4.10. Определение дифференциала функции в точке.**

Связь между дифференцируемостью и существованием производной в точке. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы дифференциала. Основные формулы и правила вычисления дифференциалов. Приложения дифференциалов к приближённым вычислениям. Производные от функций, заданных параметрически.

#### **3.2.4.11. Производные и дифференциалы высших порядков.**

Связь дифференциалов с производными. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.

Ограниченность непрерывной функции. Первая теорема Вейерштрасса. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вторая теорема Вейерштрасса.

Теоремы о средних значениях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталя.

#### **3.2.4.12. Исследование функций с помощью производных.**

Условие постоянства функции. Условия монотонности функции. Максимум и минимум функции. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба функции. Достаточные условия существования точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема исследования графика функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

#### **3.2.4.13. Интегральное исчисление функции одной переменной.**

##### **Понятие первообразной и неопределённого интеграла.**

Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов. Интегрирование методом замены переменного. Интегрирование по частям. Некоторые интегралы, содержащие квадратный трёхчлен в знаменателе.

#### **3.2.4.14. Комплексные числа.**

Действия над ними. Геометрическое изображение, тригонометрическая форма. Возведение комплексного числа в степень, формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Многочлены комплексной плоскости. Теорема Безу.

#### **3.2.4.15. Разложение многочлена на линейные множители.**

Простые и кратные корни. Признак кратного корня. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях многочлена. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные, квадратичные множители с действительными коэффициентами. Разложение рациональных дробей на простейшие.

#### **3.2.4.16. Методы интегрирования.**

Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная подстановка. Интегрирование от степеней синуса и косинуса одного аргумента. Интегралы от произведений синуса и косинуса разных аргументов. Интегралы от степеней тангенса и котангенса. Интегрирование иррациональных выражений. Подстановки Эйлера. Интегрирование биномиального дифференциала.

#### **3.2.4.17. Площадь криволинейной трапеции.**

Определение определённого интеграла и необходимое условие его существования. Достаточные условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.

#### **3.2.4.18. Геометрический и механический смысл определённого интеграла.**

Масса стержня. Работа, совершаемая переменной силой. Свойства определённых интегралов. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о производной по верхнему пределу.

#### **3.2.4.19. Формула Ньютона-Лейбница.**

Геометрическая иллюстрация. Замена переменного в определённом интеграле. Интегрирование по частям в определённом интеграле. Интегрирование чётных и нечётных функций.

#### **3.2.4.20. Понятие квадратуры.**

Вычисление площади плоской области в декартовых координатах. Уравнение некоторых кривых в параметрической форме. Площадь криволинейной трапеции. Полярная система координат. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.

#### **3.2.4.21. Длина дуги кривой.**

Длина дуги в прямоугольных координатах. Производная и дифференциал длины дуги кривой. Длина дуги кривой в случае, когда уравнение кривой задано в параметрической форме. Длина дуги кривой в полярных координатах.

Вычисление объёма тела по площади параллельных сечений. Объём тела вращения. Площадь поверхности тела вращения.

#### **3.2.4.22. Координаты центра тяжести.**

Центр тяжести плоской линии. Центр тяжести плоской фигуры. Вычисление силы давления воды на вертикальную треугольную пластинку.

#### **3.2.4.23. Несобственные интегралы первого рода.**

Геометрический смысл несобственного интеграла. Применение основной формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов. Простейшие свойства несобственных интегралов первого рода. Признаки сходимости несобственного интеграла первого рода в случае положительной функции. Частный признак сравнения. Главное значение несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла. Интегрирование по частям для бесконечного промежутка. Несобственные интегралы второго рода. Признаки сходимости.

#### **3.2.4.24. Функции многих переменных.**

Эвклидово пространство. Точки, множества, области, границы. Понятие функции двух переменных. Геометрический смысл функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства. Теоремы Вейерштрасса.

Понятие частной производной. Частные производные функции двух переменных. Геометрическая интерпретация.

Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции двух и более переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных. Правила вычисления дифференциалов. Применение полного дифференциала в приближённых вычислениях. Производная сложной функции. Полная производная. Инвариантность формы полного дифференциала.

Скалярные и векторные поля. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению. Производная по направлению кривой. Градиент. Связь между градиентом и производной в данной точке по любому направлению. Свойства градиента. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

Производные высших порядков. Теорема о независимости порядка дифференцирования смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных. Отличие от функции одного переменного. Неявные функции. Производная от функции, заданной неявно.

#### **3.2.4.25. Кратные интегралы.**

Задачи, приводящие к двойным интегралам. Задача об объёме цилиндрикоиды. Задача о массе пластинки. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла. Тройной интеграл и его свойства.

Вычисление двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области. Двойной интеграл в полярных координатах.

Замена переменных в двойном интеграле. Отображение областей. Криволинейные координаты. Полярные координаты. Постановка задачи о замене переменных в двойном интеграле. Обобщённые полярные координаты.

Сведение тройного интеграла по параллелепипеду к повторному. Сведение тройного интеграла по криволинейной области к повторному. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Понятие трёхкратного интеграла и его свойства. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах.

Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма тела. Вычисление площади поверхности. Координаты центра масс пластинки. Моменты инерции пластинки.

Некоторые применения тройных интегралов в физике и геометрии: вычисление объёмов, нахождение массы тела по плотности, момент инерции, вычисление координат центра масс.

#### **3.2.4.26. Криволинейные интегралы первого рода.**

Вычисление криволинейного интеграла первого рода. Свойства криволинейных интегралов. Нахождение массы материальной кривой по её плотности. Вычисление координат центра масс материальной кривой. Вычисление моментов инерции материальной кривой. Криволинейные интегралы первого рода в пространстве.

#### **3.2.4.27. Криволинейные интегралы второго рода.**

Определение. Работа силового поля. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Зависимость криволинейного интеграла второго рода от ориентации кривой. Криволинейные интегралы второго рода вдоль пространственных кривых. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Связь с вопросом о полном дифференциале.

#### **3.2.4.28. Поверхностные интегралы.**

Вычисление поверхностных интегралов. Сведение поверхностного интеграла второго рода к двойному интегралу. Приложения поверхностных интегралов первого и второго рода.

Формула Стокса. Применение формулы Стокса к исследованию криволинейных интегралов в пространстве. Формула Остроградского.

Скалярные и векторные поля. Элементы теории поля. Потенциальное поле. Дивергенция вектора. Физический смысл дивергенции. Соленоидальное векторное поле. Циркуляция векторного поля. Ротор вектора. Физический смысл ротора. Безвихревые векторные поля.

#### **3.2.4.29. Ряды.**

Сумма ряда. Остаток ряда. Арифметические действия над рядами. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (теоремы сравнения). Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости ряда.

#### **3.2.4.30. Знакопеременные ряды.**

Теорема Лейбница. Оценка остатка ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Умножение рядов.

#### **3.2.4.31. Функциональные ряды.**

Признак Вейерштрасса. Почленное интегрирование рядов. Почленное дифференцирование рядов.

#### **3.2.4.32. Степенные ряды.**

Интервал сходимости. Теорема Абеля. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование степенных рядов. Почленное интегрирование степенного ряда. Ряды по степеням  $x$ -а. Ряд Тейлора. Теоремы о представлении функции степенным рядом. Примеры разложения функций в ряды Маклорена.

#### **3.2.4.33. Понятие тригонометрического ряда.**

Ряды Фурье. Теорема Дирихле. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций. Ряд Фурье для функции с периодом  $2l$ . Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Неравенство Бесселя. Равенство Ляпунова-Парсеваля. Ряд Фурье в комплексной форме.

#### **3.2.5. Дифференциальные уравнения.**

Понятие дифференциального уравнения. Порядок. Решение. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании решения. Интегральные кривые. Геометрический смысл интегрирования дифференциального уравнения. Задача Коши.

Уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка. Способ вариации произвольного постоянного. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Огибающая семейства кривых.

#### **3.2.5.1. Дифференциальные уравнения высших порядков.**

Частное решение и задача Коши дифференциального уравнения второго порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

### **3.2.5.2. Дифференциальные линейные однородные уравнения.**

Свойства решений уравнений второго порядка. Неоднородные линейные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных для решения неоднородных линейных уравнений второго порядка.

### **3.2.5.3. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.**

Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем.

### **3.2.6. Теория вероятностей и элементы математической статистики.**

#### **3.2.6.1. Основные понятия теории вероятностей.**

Определение вероятности. Относительная частота. Геометрические вероятности.

Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теорема умножения вероятностей. Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса. Вероятность появления хотя бы одного события.

#### **3.2.6.2. Основные формулы комбинаторики.**

Размещения, перестановки, сочетания.

#### **3.2.6.3. Дискретные и непрерывные случайные величины.**

Законы распределения дискретных случайных величин. Понятие и свойства математического ожидания дискретной случайной величины. Понятие и свойства дисперсии случайной величины. Среднее квадратическое отклонение.

#### **3.2.6.4. Непрерывные случайные величины.**

Интегральная функция распределения. Дифференциальная функция распределения. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Биномиальное распределение. Равномерное распределение. Закон нормального распределения.

#### **3.2.6.5. Задачи математической статистики.**

Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная. Репрезентивная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.

Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, эффективные и состоятельные оценки. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Отклонение от общей средней. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Выборочное среднее квадратическое отклонение.

Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции. Линейная корреляция.

Понятие о выборочной регрессии и методе наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции.

Статистическая гипотеза. Нулевая конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает работу в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, с доступом к ресурсам Интернет для подготовки к собеседованию и контрольным работам.

К формам текущего контроля успеваемости дисциплины относится следующее:

- Собеседование
- Контрольные работы по темам: «Аналитическая геометрия», «Пределы и непрерывность функции», «Производная», «Построение графиков», «Табличное интегрирование», «Приложения определённого интеграла», «Функции двух переменных», «Дифференциальные уравнения», «Приложения двойных и тройных интегралов», «Криволинейные и поверхностные интегралы», «Числовые ряды».
- Коллоквиумы по темам разделов 4,5.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проходит в форме, **экзамена**.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающего от ответа						
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

При изучении дисциплины «Математика» студенты получают следующие знания, умения и владения в рамках освоения компетенций **УК-1, ОПК-3, ОПК-4:**

**УК-1.1.** Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.

**УК-1.2.** Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи.

**УК-1.3.** Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.

**УК-1.4.** При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата.

**УК-1.5.** Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

**ОПК-3.1.** Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности.



**ОПК-3.2.** Использует стандартное программное обеспечение при решении задач химической направленности.

**ОПК-4.1.** Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности.

**ОПК-4.2.** Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик.

**ОПК-4.3.** Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений.

Промежуточный контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде комплексного экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме в виде ответа обучающегося на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и решении практических задач с последующим собеседованием в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ.

**Для проведения промежуточного контроля сформированности компетенции используется ответ по билету на экзамене.**

#### **Шкала оценки при промежуточной аттестации**

<b>Оценка</b>	<b>Уровень подготовки</b>
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 6.2.1 Контрольные вопросы

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
<b>Тема 1. Элементы высшей алгебры</b> Операции над матрицами. Свойства определителей и методы их вычисления. Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений.	<b>УК-1</b>
<b>Тема 2. Векторная алгебра</b> Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. . Необходимое и достаточное условие компланарности трёх векторов. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение двух векторов. Его алгебраические и геометрические свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Векторное произведение векторов. Его алгебраические и геометрические свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.	<b>УК-1</b>
<b>Тема 3. Аналитическая геометрия.</b> Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения первой степени. Уравнение прямой линии в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две данные точки. . Парабола. Эксцентриситет и директрисы параболы. Форма параболы Гиперболоиды: однополостный и двуполостный. Параболоиды: эллиптический и гиперболический. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.	<b>ОПК-4</b>

<p><b>Тема 4. Математический анализ.</b></p> <p>Понятие функции, область задания, область изменения. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции.</p> <p>Непрерывность функции в точке. Определение непрерывности функции через приращения. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке.</p> <p>Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Главная часть бесконечно малых. Теорема о замене в отношении бесконечно малых эквивалентными.</p> <p>Задачи, приводящие к понятию производной: задача о скорости химической реакции, скорость диффузии. Определение производной. Производные некоторых функций. Правила вычисления производных. Производная сложной функции.</p> <p>Определение дифференциала функции в точке. Приложения дифференциалов к приближённым вычислениям. Производные от функций, заданных с помощью параметра.</p> <p>Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба функции. Достаточные условия существования точки перегиба.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная подстановка.</p> <p>Интегрирование от степеней синуса и косинуса одного аргумента. Интегралы от произведений синуса и косинуса разных аргументов.</p> <p>Интегралы от степеней тангенса и котангенса. Интегрирование иррациональных выражений.</p> <p>Масса стержня. Работа, совершаемая переменной силой.</p> <p>Центр тяжести плоской линии. Центр тяжести плоской фигуры.</p> <p>Вычисление силы давления воды на вертикальную треугольную пластинку.</p> <p>Понятие частной производной. Частные производные функции двух переменных. Геометрическая интерпретация.</p> <p>Применение полного дифференциала в приближённых вычислениях. Производная сложной функции. Полная производная.</p> <p>Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.</p> <p>Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных.</p> <p>Задачи, приводящие к двойным интегралам. Задача об объёме цилиндрида. Задача о массе пластинки.</p> <p>Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма тела. Вычисление площади поверхности. Координаты центра масс пластинки.</p>	<p><b>ОПК-4</b></p>
--	---------------------

<p>Моменты инерции пластинки.</p> <p>Некоторые применения тройных интегралов в физике и геометрии: вычисление объёмов, нахождение массы тела по плотности, момент инерции, вычисление координат центра масс.</p> <p>Нахождение массы материальной кривой по её плотности.</p> <p>Вычисление координат центра масс материальной кривой.</p> <p>Вычисление моментов инерции материальной кривой. Криволинейные интегралы первого рода в пространстве.</p> <p>. Работа силового поля. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.</p> <p>Приложения поверхностных интегралов первого и второго рода.</p> <p>Скалярные и векторные поля. Элементы теории поля. Потенциальное поле. Дивергенция вектора. Физический смысл дивергенции.</p> <p>Соленоидальное векторное поле. Циркуляция векторного поля.</p> <p>Ротор вектора. Физический смысл ротора. Безвихревые векторные поля.</p> <p>Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (теоремы сравнения). Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак сходимости ряда.</p> <p>Теорема Лейбница. Оценка остатка ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость</p>	
<p><b>Тема 5. Дифференциальные уравнения.</b></p> <p>Понятие дифференциального уравнения. Порядок. Решение. Дифференциальные уравнения первого порядка.</p> <p>Интегральные кривые. Геометрический смысл интегрирования дифференциального уравнения. Задача Коши.</p> <p>Уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными.</p> <p>Однородные уравнения первого порядка.</p> <p>Линейные уравнения первого порядка. Способ вариации произвольного постоянного.</p> <p>Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.</p> <p>Дифференциальные уравнения высших порядков. Частное решение и задача Коши дифференциального уравнения второго порядка.</p> <p>Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.</p> <p>Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p>	<p><b>ОПК-3</b></p>

<p><b>Тема 6. Теория вероятностей и элементы математической статистики.</b></p> <p>Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятности. Относительная частота. Геометрические вероятности.</p> <p>Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теорема умножения вероятностей.</p> <p>Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез.</p> <p>Формула Байеса. Вероятность появления хотя бы одного события.</p> <p>Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Биномиальное распределение.</p> <p>Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная. Репрезентивная выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки.</p> <p>Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции. Линейная корреляция.</p> <p>Статистическая гипотеза. Нулевая конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.</p> <p>Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки.</p>	<p><b>ОПК-3</b></p>

### 6.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции

#### ***Примерные вопросы для оценки сформированности знаний компетенции УК-1:***

##### *Пример экзаменационного билета*

1. Точки разрыва и их классификация.
2. Достаточные условия экстремума функции.
3. Найти производную функции  $y = \sqrt[7]{\frac{e^{\sin 4x(x^3+6x-1)^2}}{(x^4-5x^2+3)^4}}$ .
4. . Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x} - \sqrt[3]{1+x}}{2x}$ .

#### ***Примерные вопросы для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-3:***

##### *Пример экзаменационного билета*

1. Некоторые интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.

2. Неоднородные линейные уравнения второго порядка.
3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной параболой  $y = -x^2 + 6x - 5$  и осями координат.
4. Решить уравнение  $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$ .

*Пример экзаменационного билета*

1. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла.
2. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши.
3. Применяя формулу Грина, вычислить  $\oint_c (-x^2 y)dx + xy^2 dy$ , где  $c$  –

окружность  $x^2 + y^2 = R^2$ , пробегаемая против хода часовой стрелки.

5. Разложить в ряд Маклорена и найти интервал сходимости функции  $f(x) = \frac{3}{4-x}$ .

*Пример билета письменной контрольной работы:*

1. Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $2x - 3y + 5 = 0$ ,  $3x + 2y - 7 = 0$  и одна из его вершин  $A(2, -3)$ . Написать уравнения двух других сторон этого прямоугольника.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, -1, 2)$  параллельно плоскости  $2x - 3y + z = 5$ .
3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $(2, -3, 5)$  параллельно прямой  $\begin{cases} x - 2y + 3z - 1 = 0, \\ 2x + y - z + 2 = 0. \end{cases}$
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, -2, -3)$  и параллельной прямым  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z}{2}$ ,  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

*Пример билета письменной контрольной работы:*

1. Найти  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2+3}}{4x+2}$ .
2. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ .
3. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{7x}$ .
4. Найти  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3} - x)$ .
5. Найти точки разрыва функции  $y = \arctg \frac{1}{x}$ .

*Пример билета письменной контрольной работы:*

Найти производную от следующих функций:

1.  $y = 7\sqrt[3]{x} - 3 \sin \frac{x}{5}.$
  2.  $y = x^5 \operatorname{tg} x + \frac{\sqrt{x}}{\cos x - 1}.$
  3.  $y = \ln^2(\sin x^4).$
  4.  $y = 3^{\cos x} \arcsin \frac{1}{x}.$
- $$y = e^{\sqrt{1+\ln^2 x}}.$$

**Примерные вопросы для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-4:**

*Пример билета письменной контрольной работы:*

Провести полное исследование функции и построить её график:  $y = x + \frac{1}{x}.$

*Пример билета письменной контрольной работы:*

- |   |   |
|---|---|
| 1. $\int 2 \sin(3 - 2x) dx.$                | 6. $\int \sqrt[3]{\sin^2 2x} \cos 2x dx.$ |
| 2. $\int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$ | 7. $\int \frac{x dx}{\cos^2(x^2 + 1)}.$   |
| 3. $\int \frac{dx}{7 - 9x}.$                | 8. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3 - x^4}}.$    |
| 4. $\int \frac{5x + 3}{\sqrt{3 - x^2}} dx.$ | 9. $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 3}.$        |
| 5. $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \ln x}}{x} dx.$ |   |

*Пример билета письменной контрольной работы:*

1. Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  функции, заданной неявно:  $x^3 + y^3 - 3xy = 0.$
2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = xy$  в точке  $(2; 1; 2).$
3. Исследовать на экстремум  $z = x^2 + y^2.$

*Пример билета письменной контрольной работы:*

Решить уравнения:

1.  $x\sqrt{1 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0.$
2.  $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}.$
3.  $y' + \frac{xy}{1 - x^2} = \arcsin x + x.$

*Пример билета письменной контрольной работы:*

1. Изменить порядок интегрирования и вычислить интеграл  $\int_0^3 dx \int_0^x dy.$

2. Вычислить  $\iint_D y \ln x \, dx \, dy$ , если область  $D$  ограничена линиями  $xy = 1$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 2$ .
3. Вычислить площадь, ограниченную линиями  $y = 2 - x$ ,  $y^2 = 4x + 4$ .
4. Определить объём тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  (внутри конуса) с помощью тройного интеграла.

*Пример билета письменной контрольной работы:*

**Задания к контрольной работе:**

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода.
2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода.
3. Вычислить поверхностный интеграл первого рода.
4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода.

**Вариант 1**

1.  $\int_{\gamma} x \, dl$ , где  $\gamma$  – окружность  $x^2 + y^2 = ax$ .
2.  $\int_{\gamma} (x^2 - y^2)dz + (y^2 - z^2)dx + (z^2 - x^2)dy$ , где  $\gamma$  – кривая, полученная пересечением поверхностей  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  и  $y = 2x$ .
3.  $\iint_S x^2 y^2 z^2 \, ds$ , где поверхность  $S$  задана уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .
4.  $\iint_S x^2 \, dx \, dy + y^3 \, dy \, dz + z^3 \, dz \, dx$ , где  $S$  – такая сторона поверхности  $2x + 3y + 4z = 9$  ( $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ), для которой нормаль составляет с осью  $OZ$  острый угол.

*Пример билета письменной контрольной работы:*

**Задания к контрольной работе:**

1. Найти сумму ряда.
2. Исследовать сходимость ряда по признаку сравнения.
3. Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера.
4. Исследовать сходимость ряда по признаку Коши.
5. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость.

**Вариант 1**

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ ,
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^9-1}}$ ,
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+2)!}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{4^n}$ ,  
 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^{n n!}}$ .

**Вариант 2**

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$ ,
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$ ,
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$ ,
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3 7^n}$ .

**Вопросы для оценки сформированности знаний компетенции УК-1:**



1. Составить контрольную работу по аналитической геометрии в подгруппах (обсудить варианты, провести и проверить) под руководством преподавателя.
2. Составить блок-схему взаимосвязей определений и понятий дифференциальных уравнений в подгруппах и сделать презентацию перед группой.

*Вопросы к коллоквиумам:*

**Коллоквиум 1 «Неопределённый, определённый интеграл и его приложения» (ОПК-4):.**

1. Понятие первообразной и неопределённого интеграла.
2. Основные свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов.
3. Интегрирование методом замены переменного.
4. Интегрирование по частям.
5. Некоторые интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.
6. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическое изображение, тригонометрическая форма.
7. Возведение комплексного числа в степень, формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.
8. Многочлены комплексной плоскости. Теорема Безу.
9. Разложение многочлена на линейные множители.
10. Простые и кратные корни. Признак кратности корня.
11. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях многочлена. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные, квадратичные множители с действительными коэффициентами.
12. Разложение рациональных дробей на простейшие.
13. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей.
14. Интегрирование рациональных дробей (4 случая).
15. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная подстановка.
16. Интегралы от степеней синуса и косинуса одного аргумента.
17. Интегралы от произведений синуса и косинуса разных аргументов. Интегралы от степеней тангенса и котангенса.
18. Интегрирование иррациональных выражений. Подстановки Эйлера.
19. Интегрирование биномиального дифференциала.
20. Площадь криволинейной трапеции.
21. Определение определённого интеграла и необходимое условие его существования
22. Достаточные условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
23. Геометрический и механический смысл определённого интеграла. Масса стержня.
24. Механический смысл определённого интеграла. Работа, совершаемая переменной силой.
25. Свойства определённых интегралов.
26. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о производной по верхнему пределу.
27. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическая иллюстрация. Замена переменного в определённом интеграле.
28. Интегрирование по частям в определённом интеграле. Интегрирование чётных и нечётных функций.
29. Понятие квадратуры. Вычисление площади плоской области в декартовых координатах.
30. Уравнения некоторых кривых в параметрической форме. Площадь криволинейной трапеции.
31. Полярная система координат. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.

32. Длина дуги кривой в прямоугольных координатах. Производная и дифференциал длины дуги кривой.
33. Длина дуги кривой в случае, когда уравнение кривой задано в параметрической форме. Длина дуги кривой в полярных координатах.
34. Вычисление объёма тела по площади параллельных сечений. Объём тела вращения.
35. Площадь поверхности тела вращения (3 случая).
36. Координаты центра тяжести. Центр тяжести плоской линии.
37. Центр тяжести плоской фигуры.
38. Вычисление силы давления воды на вертикальную треугольную пластинку.

### **Коллоквиум 2 «Двойные и тройные интегралы и их приложения» (ОПК-4).**

Задачи, приводящие к двойным интегралам. Задача об объёме цилиндриоида. Задача о массе пластинки.

2. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла.
3. Тройной интеграл и его свойства.
4. Вычисление двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
5. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
6. Двойной интеграл в полярных координатах.
7. Замена переменных в двойном интеграле. Отображение областей. Криволинейные координаты. Полярные координаты.
8. Постановка задачи о замене переменных в двойном интеграле. Обобщённые полярные координаты.
9. Сведение тройного интеграла по параллелепипеду к повторному.
10. Сведение тройного интеграла по криволинейной области к повторному.
11. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Понятие трёхкратного интеграла и его свойства.
12. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
13. Тройной интеграл в сферических координатах.
14. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма тела. Вычисление площади поверхности. Координаты центра масс пластинки.
15. Моменты инерции пластинки. Некоторые применения тройных интегралов в физике и геометрии: вычисление объёмов, нахождение массы тела по плотности, момент инерции, вычисление координат центра масс.
16. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.
17. Свойства криволинейных интегралов. Нахождение массы материальной кривой по её плотности.
18. Вычисление координат центра масс материальной кривой. Вычисление моментов инерции материальной кривой. Криволинейные интегралы первого рода в пространстве.
19. Криволинейные интегралы второго рода. Определение. Работа силового поля.
20. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
21. Зависимость криволинейного интеграла второго рода от ориентации кривой. Криволинейные интегралы второго рода вдоль пространственных кривых.
22. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Связь с вопросом о точном дифференциале.
23. Поверхностные интегралы. Вычисление поверхностных интегралов.
24. Сведение поверхностного интеграла второго рода к двойному интегралу. Приложения поверхностного интеграла первого и второго рода.

25. Формула Стокса. Применение формулы Стокса к исследованию криволинейных интегралов в пространстве.
26. Формула Остроградского. Скалярные и векторные поля.
27. Элементы теории поля. Потенциальное поле. Дивергенция вектора.
28. Физический смысл дивергенции. Соленоидальное векторное поле. Циркуляция векторного поля.
29. Ротор вектора. Физический смысл ротора. Безвихревые векторные поля.

### Типы задач

К коллоквиуму 1:

1. Вычислить интеграл.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.
3. Вычислить длину дуги данной кривой.
4. Вычислить объём вращения фигуры вокруг оси ОХ или ОУ.
5. Вычислить объём по сечению фигуры.
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением криволинейной трапеции вокруг оси ОХ или ОУ.

К коллоквиуму 2:

1. Вычислить двойной интеграл в декартовых и в полярных координатах.
2. Вычислить тройной интеграл в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
3. Вычислить объём фигуры с помощью двойного и тройного интегралов.
4. Вычислить криволинейный интеграл, когда кривая задана в декартовых координатах.
5. Вычислить криволинейный интеграл, когда кривая задана в полярных координатах и в параметрической форме.
6. Вычислить поверхностный интеграл.

**Примерный перечень заданий для оценки сформированности умений компетенции УК-1 (1-13), ОПК-4 (14-43):**

### *Перечень примерных вопросов*

1. Операции над матрицами
2. Свойства определителей и методы их вычисления.
3. Ранг матрицы.
4. Обратная матрица и решение матричных уравнений.
5. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.
6. Однородные системы линейных уравнений.
7. Сложение векторов и его свойства. Вычитание векторов. Умножение вектора на число и его свойства.
8. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов.
9. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов.
10. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
11. Базис на плоскости и в пространстве. Первая и вторая теоремы разложения.
12. Координаты вектора. Линейные операции над векторами, выраженные через координаты векторов: умножение вектора на число, сложение векторов.
13. Проекция вектора на ось и ее свойства. Основные теоремы о проекциях.
14. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве.
15. Длина и направление вектора. Условие коллинеарности двух векторов.
16. Расстояние между двумя точками пространства.
17. Деление отрезка в данном отношении.
18. Скалярное произведение двух векторов. Его алгебраические и геометрические свойства.

19. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.
20. Векторное произведение векторов. Его алгебраические и геометрические свойства.
21. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.
22. Смешанное произведение трех векторов. Его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов.
23. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
24. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения первой степени  $Ax + By + C = 0$ .
25. Уравнение прямой линии в отрезках.
26. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
27. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
28. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
29. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Общее уравнение плоскости.
30. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
31. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
32. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку и параллельной заданному вектору.
33. параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две данные точки. Угол между двумя прямыми линиями. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
34. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
35. Линии второго порядка на плоскости. Окружность. Эллипс. Эксцентриситет, директрисы и фокальные радиусы эллипса.
36. Гипербола и ее асимптоты. Эксцентриситет, директрисы и фокальные радиусы гиперболы. Сопряженная гипербола. Равнобочная гипербола.
37. Парабола. Эксцентриситет и директрисы параболы. Форма параболы.
38. Преобразование координат: параллельный перенос системы координат. Поворот осей координат. Общий случай преобразования координат.
39. Понятие об уравнении поверхности. Уравнение поверхности вращения. Сфера.
40. Эллипсоид.
41. Гиперболоиды: однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид.
42. Параболоиды: эллиптический параболоид, гиперболический параболоид.
43. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности.

#### **Основные типы задач**

1. Найти ранг матрицы.
2. Найти обратную матрицу данной.
3. Решить систему уравнений.
4. Найти расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
5. Проверить компланарность векторов.
6. Найти векторное произведение векторов в координатах.
7. Найти расстояние от точки до данной плоскости.
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые, через прямую и точку; через прямую, параллельную другой прямой.

**Примерный перечень заданий для оценки сформированности умений компетенции ОПК-3, ОПК-4:**

***Перечень примерных вопросов для экзамена:***

**1-й семестр (ОПК-4)**

1. Понятие функции, область задания, область изменения. Способы задания функции.
2. Обратные функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции.
3. Предел числовой последовательности.
4. Границы числовых множеств. Свойства границ.
5. Ограниченность сходящейся последовательности. Сходимость монотонных ограниченных последовательностей (определение, признак сходимости).
6. Переход к пределу в неравенствах.
7. Правило вычисления пределов.
8. Число  $e$ .
9. Натуральные логарифмы. Связь логарифмов с разными основаниями, модуль перехода.
10. Предел функции при  $X \rightarrow +\infty$ . Геометрический смысл определения предела функции при  $X \rightarrow +\infty$ .
11. Единственность предела функции. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел. Достаточное условие существования предела функции.
12. Предел функции при  $X \rightarrow -\infty$ .
13. Предел функции при  $X \rightarrow \infty$ .
14. Предел функции при  $X \rightarrow a+0$ ,  $X \rightarrow a-0$ .
15. Предел функции при  $X \rightarrow a$ .
16. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
17. Предел функции на языке последовательностей (определение предела по Гейне).
18. Непрерывность функции в точке. Определение непрерывности функции в точке на «языке эпсилон-дельта».
19. Определение непрерывности функции через приращения. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке.
20. Непрерывность элементарных функций. Доказать непрерывность функции по определению через приращения.
21. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Другие важные пределы.
22. Бесконечно малые функции и их свойства. Теорема о связи функции, имеющей предел, с бесконечно малой. Теоремы о бесконечно малых.
23. Теоремы о переходе к пределу в равенствах.
24. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о двух сопровождающих.
25. Бесконечно большие функции.
26. Связь бесконечно больших и неограниченных функций. Связь бесконечно больших и бесконечно малых функций.
27. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентных бесконечно малых.
28. Главная часть бесконечно малых. Теорема о замене в отношении бесконечно малых эквивалентными.
29. Теоремы о непрерывных функциях. Теорема о непрерывности сложной функции. Предел и непрерывность рациональных функций.
30. Точки разрыва и их классификация.
31. Задачи, приводящие к понятию производной (задача о скорости химической реакции, скорость диффузии). Определение производной.
32. Производные некоторых функций.
33. Геометрический смысл производной.
34. Уравнения касательной и нормали к кривой.
35. Физический смысл производной.
36. Непрерывность функции, имеющей производную.

37. Правила вычисления производных. Производная сложной функции.
38. Производная обратной функции.
39. Геометрический смысл теоремы о производной обратной функции.
40. Производные обратных тригонометрических функций.
41. Гиперболические функции и их производные. Таблица производных.
42. Производная степенно-показательной функции.
43. Односторонние производные.
44. Бесконечные производные.
45. Определение дифференциала функции в точке.
46. Связь между дифференцируемостью и существованием производной в точке.
47. Геометрический смысл дифференциала.
48. Инвариантность формы дифференциала.
49. Основные формулы и правила вычисления дифференциалов.
50. Приложения дифференциалов к приближенным вычислениям.
51. Производные от функций, заданных параметрически.
52. Производные и дифференциалы высших порядков.
53. Связь дифференциалов с производными. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков.
54. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
55. Ограниченность непрерывной функции. Первая теорема Вейерштрасса.
56. Наибольшее и наименьшее значения функции. Вторая теорема Вейерштрасса.
57. Теоремы о средних значениях (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши).
58. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
59. Раскрытие неопределенностей видов  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$ .
60. Раскрытие неопределенностей видов  $0 \cdot \infty$ .
- $\infty, \infty - \infty$ .
61. Раскрытие неопределенностей видов  $0^0$ .
62. Исследование функций с помощью производных. Условие постоянства функции. Условия монотонности функции.
63. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума функции.
64. Достаточные условия экстремума функции.
65. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба функции. Достаточные условия существования точки перегиба.
66. Асимптоты кривых. Схема исследования графика функции.
67. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

## **2-й семестр [ОПК-4 (1-63), ОПК-3 (64-77)]**

1. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
3. Интегрирование методом замены переменного.
4. Интегрирование по частям.
5. Некоторые интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.
6. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическое изображение, тригонометрическая форма.
7. Возведение комплексного числа в степень, формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.
8. Многочлены комплексной плоскости. Теорема Безу.
9. Разложение многочлена на линейные множители.
10. Простые и кратные корни. Признак кратности корня.
11. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях

многочлена. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные, квадратичные множители с действительными коэффициентами.

12. Разложение рациональных дробей на простейшие.
13. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших дробей.
14. Интегрирование рациональных дробей (4 случая).
15. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная подстановка.
16. Интегралы от степеней синуса и косинуса одного аргумента.
17. Интегралы от произведений синуса и косинуса разных аргументов. Интегралы от степеней тангенса и котангенса.
18. Интегрирование иррациональных выражений. Подстановки Эйлера.
19. Интегрирование биномиального дифференциала.
20. Площадь криволинейной трапеции.
21. Определение определённого интеграла и необходимое условие его существования
22. Достаточные условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
23. Геометрический и механический смысл определённого интеграла. Масса стержня.
24. Механический смысл определённого интеграла. Работа, совершаемая переменной силой.
25. Свойства определённых интегралов.
26. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о производной по верхнему пределу.
27. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическая иллюстрация. Замена переменного в определённом интеграле.
28. Интегрирование по частям в определённом интеграле. Интегрирование чётных и нечётных функций.
29. Понятие квадратуры. Вычисление площади плоской области в декартовых координатах.
30. Уравнения некоторых кривых в параметрической форме. Площадь криволинейной трапеции.
31. Полярная система координат. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
32. Длина дуги кривой в прямоугольных координатах. Производная и дифференциал длины дуги кривой.
33. Длина дуги кривой в случае, когда уравнение кривой задано в параметрической форме. Длина дуги кривой в полярных координатах.
34. Вычисление объёма тела по площади параллельных сечений. Объём тела вращения.
35. Площадь поверхности тела вращения (3 случая).
36. Координаты центра тяжести. Центр тяжести плоской линии.
37. Центр тяжести плоской фигуры.
38. Вычисление силы давления воды на вертикальную треугольную пластинку.
39. Несобственные интегралы первого рода.
40. Геометрический смысл несобственного интеграла.
41. Применение основной формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов.
42. Простейшие свойства несобственных интегралов первого рода.
43. Признаки сходимости несобственного интеграла первого рода в случае положительной функции. Частный признак сравнения.
44. Главное значение несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла. Интегрирование по частям для бесконечного промежутка.
45. Несобственные интегралы второго рода. Признаки сходимости.
46. Евклидово пространство. Точки, множества, области, границы.
47. Понятие функции двух переменных. Геометрический смысл функции двух переменных.
48. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства. Теоремы Вейерштрасса.
49. Понятие частной производной. Частные производные функции двух переменных. Геометрическая интерпретация.
50. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции двух и более переменных.

51. Достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных. Правила вычисления дифференциалов.
52. применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
53. Производная сложной функции. Полная производная.
54. Инвариантность формы полного дифференциала.
55. Скалярные и векторные поля. Поверхности и линии уровня.
56. Производная по направлению.
57. Производная по направлению кривой. Градиент. Связь между градиентом и производной в данной точке по любому направлению. Свойства градиента.
58. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
59. Производные высших порядков. Теорема о независимости порядка дифференцирования смешанных производных.
60. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.
61. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
62. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных. Отличие от функции одного переменного.
63. Неявные функции. Производная от функции, заданной неявно.
64. Понятие дифференциального уравнения. Порядок. Решение. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании решения.
65. Интегральные кривые. Геометрический смысл интегрирования дифференциального уравнения. Задача Коши.
66. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
67. Однородные уравнения первого порядка.
68. Линейные уравнения первого порядка. Способ вариации произвольного постоянного.
69. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Огибающая семейства кривых.
70. Дифференциальные уравнения высших порядков. Частное решение и задача Коши дифференциального уравнения второго порядка.
71. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
72. Дифференциальные линейные однородные уравнения. Свойства решений уравнений второго порядка.
73. Неоднородные линейные уравнения второго порядка.
74. Метод вариации произвольных постоянных для решения неоднородных линейных уравнений второго порядка.
75. Неоднородные линейные уравнения высших порядков. Интегрирование линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
76. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
77. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем.

### **3-й семестр [(ОПК-4 (1-43), ОПК-3 (44-70))]**

1. Задачи, приводящие к двойным интегралам. Задача об объеме цилиндрической поверхности. Задача о массе пластинки.
2. Двойной интеграл. Свойства двойного интеграла.
3. Тройной интеграл и его свойства.
4. Вычисление двойного интеграла. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
5. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
6. Двойной интеграл в полярных координатах.
7. Замена переменных в двойном интеграле. Отображение областей. Криволинейные координаты. Полярные координаты.



8. Постановка задачи о замене переменных в двойном интеграле. Обобщённые полярные координаты.
9. Сведение тройного интеграла по параллелепипеду к повторному.
10. Сведение тройного интеграла по криволинейной области к повторному.
11. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Понятие трёхкратного интеграла и его свойства.
12. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
13. Тройной интеграл в сферических координатах.
14. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма тела. Вычисление площади поверхности. Координаты центра масс пластинки.
15. Моменты инерции пластинки. Некоторые применения тройных интегралов в физике и геометрии: вычисление объёмов, нахождение массы тела по плотности, момент инерции, вычисление координат центра масс.
16. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода.
17. Свойства криволинейных интегралов. Нахождение массы материальной кривой по её плотности.
18. Вычисление координат центра масс материальной кривой. Вычисление моментов инерции материальной кривой. Криволинейные интегралы первого рода в пространстве.
19. Криволинейные интегралы второго рода. Определение. Работа силового поля.
20. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
21. Зависимость криволинейного интеграла второго рода от ориентации кривой. Криволинейные интегралы второго рода вдоль пространственных кривых.
22. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Связь с вопросом о точном дифференциале.
23. Поверхностные интегралы. Вычисление поверхностных интегралов.
24. Сведение поверхностного интеграла второго рода к двойному интегралу. Приложения поверхностного интеграла первого и второго рода.
25. Формула Стокса. Применение формулы Стокса к исследованию криволинейных интегралов в пространстве.
26. Формула Остроградского. Скалярные и векторные поля.
27. Элементы теории поля. Потенциальное поле. Дивергенция вектора.
28. Физический смысл дивергенции. Соленоидальное векторное поле. Циркуляция векторного поля.
29. Ротор вектора. Физический смысл ротора. Безвихревые векторные поля.
30. Ряд. Сумма ряда. Остаток ряда. Арифметические действия над рядами.
31. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Теорема 1, теорема 2.
32. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши.
33. Интегральный признак сходимости ряда. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Оценка остатка ряда.
34. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Умножение рядов.
35. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Почленное интегрирование рядов. Почленное дифференцирование рядов.
36. Степенные ряды. Интервал сходимости. Теорема Абеля.
37. Вторая теорема Абеля. Дифференцирование степенных рядов. Почленное интегрирование степенного ряда. Ряды по степеням  $x-a$ .
38. Ряд Тейлора. Теоремы о представлении функции степенным рядом.
39. Примеры разложения функций в ряды Маклорена.
40. Понятие тригонометрического ряда. Ряды Фурье. Теорема Дирихле.

Одно замечание о разложении периодической функции в ряд Фурье.

12. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций.
41. Ряд Фурье для функции с периодом  $2l$ .
42. О разложении в ряд Фурье непериодической функции. Неравенство Бесселя. Равенство Ляпунова - Парсеваля.
43. Ряд Фурье в комплексной форме.
44. Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятности.
45. Относительная частота. Геометрические вероятности.
46. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теорема умножения вероятностей.
47. Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности.
48. Вероятность гипотез. Формула Байеса. Вероятность появления хотя бы одного события.
49. Основные формулы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания.
50. Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения дискретных случайных величин.
51. Понятие и свойства математического ожидания дискретной случайной величины.
52. Понятие и свойства дисперсии дискретной случайной величины. Среднее квадратическое отклонение.
53. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения. Дифференциальная функция распределения.
54. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Биномиальное распределение.
55. Равномерное распределение. Закон нормального распределения. Двумерные случайные величины.
56. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки.
57. Способы отбора. Статистическое распределение выборки.
58. Полигон и гистограмма.
59. Статистические оценки параметров распределения. Несмещённые, эффективные и состоятельные оценки.
60. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Отклонение от общей средней.
61. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия.
62. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Выборочное среднее квадратическое отклонение.
63. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал.
64. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
65. Корреляционная зависимость.
66. Коэффициент корреляции.
67. Линейная корреляция.
68. Понятие о выборочной регрессии и методе наименьших квадратов. Выборочный коэффициент корреляции.
69. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы.
70. Ошибки первого второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математика»**

а) основная литература:

1. Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебник для вузов. [Электронный ресурс] – 40-е изд. – М., 2016. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=18>.
2. Баврин И.И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков: учебник и практикум для прикладного бакалавриата. [Электронный ресурс] - 2-е изд., испр. и доп. – М., 2017. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc>.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 281 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=3>
4. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2: учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 246 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=4>
5. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2: учебник для академического бакалавриата / В. С. Шипачев; под ред. А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 341 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=24>
6. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1: учебник для академического бакалавриата / В. С. Шипачев; под ред. А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 288 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=24>
7. Бугров Я.С., Никольский С. М. Высшая математика в 3 т., том 3 в 2 кн. Книга 1. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы: учебник для академического бакалавриата – 7-е изд., 2016. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=4>
8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс] – 12 издание. М., 2017. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=5>
9. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. [Электронный ресурс] - М.: Физматлит, 2006. Режим доступа: [http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-8.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-8.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556)
10. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник: учебное пособие для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 192 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/catalog/3F6AF50E-5ABE-47BF-BEF8-7E731B740A17?sort=author&order=asc&page=3>

**б) дополнительная литература:**

1. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. [Электронный ресурс] - М.: Физматлит, 2006. Режим доступа:

[http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-4.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-4.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556)

2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] - М.: Физматлит, 2009. Режим доступа: [http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-4.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-4.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556)
3. Беклемишев Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] - М.: Физматлит, 2014. Режим доступа: [http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch\\_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-8.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556](http://www.studentlibrary.ru/catalogue/switch_kit/x2017-071/-esf2k2z11-title-inc-page-8.html?SSr=460133c7d6133015d7a4556)
4. Шипачёв В. С. Задачник по высшей математике : учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 304 с. — (Высшее образование). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=2>
5. Дегтярёва О. М. Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М.: ИНФРА-М, 2017. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=3>

#### **в) рекомендуемая литература:**

1. Далингер, В. А. Методика обучения началам математического анализа : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Далингер. [Электронный ресурс] — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 162 с. — (Бакалавр. Академический курс). Режим доступа: [https://biblio-online.ru/adv-search/get?scientific\\_school=1CDEECD3-2723-4702-86D5-0289A3B1A2AE&page=2](https://biblio-online.ru/adv-search/get?scientific_school=1CDEECD3-2723-4702-86D5-0289A3B1A2AE&page=2)

#### **г) интернет-ресурсы:**

1. Додунова Л.К., Митрякова Т.М. Кривые и поверхности второго порядка. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2013. 38 с.[Электронное учебно-методическое пособие]: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/surfaces.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/surfaces.pdf)
2. Додунова Л.К., Ястребова И.Ю. Табличное интегрирование. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015, 22 с.[Электронное учебно-методическое пособие]: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/metod\\_int.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/metod_int.pdf)
3. Додунова Л.К., Ястребова И.Ю. Интегрирование тригонометрических функций. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. 25 с.[Электронное учебно-методическое пособие]: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/metod\\_int\\_trig.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/metod_int_trig.pdf)

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии на сайтах издательств «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>) и электронных библиотечных системах ННГУ (<http://www.lib.unn.ru/ebs.html>), доступ к которым предоставлен студентам. Сайты издательств содержат произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонды библиотек сформированы с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов.

#### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории (лекционные с вместимостью 200 человек и семинарские с вместимостью 40 человек) для проведения учебных занятий,

предусмотренных программой. Лекционные аудитории (308 корп. 5, 328 корп. 2) оснащены оборудованием и техническими средствами обучения: переносным мультимедийным проектором, ноутбуком и выходом в сеть Интернет, доской и мелом (для разбора частных вопросов и детализации теоретических аспектов дисциплины, а также решения практических задач). Аудитории для проведения семинарских занятий в корпусе 5 (218, 308а, 125, 308) также оснащены необходимым оборудованием: стационарным мультимедийным проектором, ноутбуком с выходом в сеть Интернет, доской и мелом.

### Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа: пр. Гагарина, 23, корп. 2, ауд. 328	Комплект специализированной мебели, Доска для мела ДК 11 Э 3012 (3 элемента); технические средства: проекционный экран ScreenMedia Goldview настенный, переносной мультимедийный проектор, ноутбук Lenovo G770	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 7 Home Basic OA CIS and GE, лицензия OEM</li> <li>• Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian Academic Open 1 License No Level, лицензия №60411808, дата выдачи 24.05.2012 г.</li> </ul>
Специальное помещение для проведения занятий семинарского типа: пр. Гагарина, 23, корп. 5, ауд. 218	Комплект специализированной мебели, доска меловая; технические средства: проекционный экран, мультимедийный проектор, ноутбук Lenovo G770	
Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа: пр. Гагарина, 23, корп. 5, ауд. 308а	Комплект специализированной мебели; технические средства: переносной проекционный экран, переносной мультимедийный проектор, ноутбук Lenovo G770	
Специальное помещение для проведения занятий семинарского типа: пр. Гагарина, 23, корп. 5, ауд. 125	Комплект специализированной мебели; технические средства: переносной проекционный экран, переносной мультимедийный проектор, ноутбук Lenovo G770	
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа пр. Гагарина, 23, корп. 5, ауд.308	Комплект специализированной мебели; технические средства: переносной проекционный экран DRAPER DIPLOMAT 60x60 MW BlackCase, мультимедийный проектор BenQ MP-512 DLP, ноутбук Acer Extensa 5620Z T2390	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows XP Professional Russian Upgrade Academic Open No Level, Лицензия № 15988873, дата выдачи 15.01.2003 г.</li> <li>• Microsoft Office 2007 Russian Academic Open No Level Лицензия № 43178981, дата выдачи 12.12.2007 г.</li> </ul>
Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа пр. Гагарина, 23, корп. 5, ауд.308	Комплект специализированной мебели; технические средства: переносной проекционный экран DRAPER DIPLOMAT 60x60 MW BlackCase, мультимедийный проектор BenQ MP-512 DLP, ноутбук Acer Extensa 5620Z T2390	
Помещение для самостоятельной работы пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 205	Комплект специализированной мебели, персональные компьютеры, имеется выход в интернет	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows Professional 10, Лицензия № 67001233, дата выдачи 09.06.2016 г.</li> <li>• Microsoft Office MS Office Standard 2013; серверная лицензия MS SQL Server Лицензия № 65097676, дата выдачи 23.04.2015 г.</li> </ul>

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в

электронную информационно-образовательную среду (205 корп. 1).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО. Приказ Минобрнауки России от 17 июля 2017 г. N 671 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 04.03.01 Химия».

Автор

к.ф.-м..н., доцент \_\_\_\_\_ Т.М, Митрякова

Рецензент:

Заведующий кафедрой фотохимии и спектроскопии,

д.х.н., профессор \_\_\_\_\_ Зеленцов С.В.

Заведующий кафедрой прикладной математики:

д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ Иванченко М. В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии химического факультета

от \_\_\_\_\_ 2021 года, протокол № \_\_\_\_\_ .