МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| **Физический факультет** |

Утверждено

решением ученого совета ННГУ

(протокол от 16.06.2021 г. №8)

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Векторный и тензорный анализ |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 09.03.02 Информационные системы и технологии |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Информационные системы и технологии в физических исследованиях |

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

Год начала подготовки

2019 год

Нижний Новгород

2021 год

**Лист актуализации**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_Фидельман В.Р. | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |
|  | | | |
|  |  |  |
| **Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году** | | | |
|  |  |  |
| Председатель МК | |  | |
| \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. | | | |
|  |  |  |
| Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры | | | |
| **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** | | | |
|  |  |  |
|  | Протокол от \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г. № \_\_  Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_ | | |

**1. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» (Б1.О.05.05) относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП.

Дисциплина преподается в 3 семестре.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\*  (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения**  **по дисциплине\*\*** |
| ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Знать основы высшей математики, общей физики, теории вероятности и технологий программирования. | Знать основные теоретические положения, теоремы векторного анализа, правила преобразования тензорных величин, свойства и правила обращения с тензором Леви-Чивита и тензором Кронекера, определения и способы расчета градиента скалярной функции, дивергенции и ротора векторного поля. | Собеседование |
| ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. | Уметь решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основ векторного и тензорного анализа. | Задача |
| ОПК-1.3. Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности. | Владеть навыками расчёта градиента скалярного поля, дивергенции и ротора векторного поля, навыками преобразования компонент тензора при повороте декартовой системы координат, навыками использования интегральных теорем векторного анализа. | Задача |

**3. Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| **Очная форма обучения** | |
| Общая трудоемкость | 2 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе |  |
| аудиторные занятия (контактная работа):  - занятия лекционного типа, ч  - практические занятия, ч  - лабораторных, ч | 33  16  16 |
| самостоятельная работа, ч | 39 |
| Промежуточная аттестация | зачет |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),** | **Всего**  **(часы)** | В том числе | | | |  |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | **Самостоятельная работа,**  **часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Практичские занятия** | **Занятия лабораторного**  **типа** | **Всего** |
| **1. Векторная алгебра.**  Понятие линейного (векторного) пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Декартова систем координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Преобразование компонент вектора при повороте системы координат. Матрица поворота и ее свойства. | 8 | 2 | 2 | – | 4 | 4 |
| **2. Тензорная алгебра.**  Определение тензора. Ранг тензора. Сложение, умножение тензоров. Свертка. Скалярное умножение тензоров. Теорема деления. | 10 | 3 | 2 | – | 5 | 5 |
| **3.** **Приложения теории тензоров.** Симметрия тензоров. Инвариантность тензорных соотношений. Тензор поляризации, тензор механических напряжений, тензор инерции. Главные оси и главные значения тензора. Тензорная поверхность. Инварианты тензоров второго ранга. Изотропные тензоры. Тензор Леви-Чивита. Векторное, двойное векторное и смешанное произведения в тензорной форме. | 22 | 5 | 6 | – | 11 | 11 |
| **4. Тензорные поля.**  Градиент, ротор и дивергенция. Понятия потенциального и вихревого полей. Дифференциальные операции 2-го порядка, оператор Лапласа. Интегральные теоремы векторного анализа. Векторные тождества. | 21 | 4 | 5 | – | 9 | 12 |
| **5.** **Криволинейные системы координат.**  Криволинейные системы координат, сферические и цилиндрические координаты. Коэффициенты Ламе. Метрический тензор. Якобиан. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах. | 10 | 2 | 1 | – | 3 | 7 |
| 1. **Промежуточная аттестация** | 1 |  |  |  | 1 |  |
| 1. Итого | 72 | 16 | 16 |  | 33 | 39 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках практических занятий

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - зачет.

**4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающегося проводится в форме выполнения домашних контрольных заданий и изучения лекционного материала. В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы используется литература, указанная в разделе 6. Примеры контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),**

включающий:

**5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | | зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| --- | --- | --- |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Вопросы** | **Код формируемой компетенции** |
| 1 | Линейная зависимость векторов | ОПК-1 |
| 2 | Базис в векторном пространстве. Декартова система координат | ОПК-1 |
| 3 | Преобразование компонент вектора при повороте системы координат | ОПК-1 |
| 4 | Операции над тензорными величинами | ОПК-1 |
| 5 | Теорема деления | ОПК-1 |
| 6 | Симметрия тензоров. Симметричная и антисимметричная составляющие тензора второго ранга | ОПК-1 |
| 7 | Приведение симметричного тензора второго ранга к диагональному виду | ОПК-1 |
| 8 | Тензорная поверхность | ОПК-1 |
| 9 | Изотропные тензоры | ОПК-1 |
| 10 | Оператор «набла» (примеры использования) | ОПК-1 |
| 11 | Криволинейные координаты. Коэффициенты Ламэ | ОПК-1 |
| 12 | Криволинейные координаты. Якобиан | ОПК-1 |
| 13 | Тензор инерции твердого тела | ОПК-1 |

**5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

* 1. Дан вектор , где ,  и  – взаимно перпендикулярные векторы, причем || = 1, || = 2 и || = 3. Найти углы между вектором  и

а) векторами , , ; б) векторами , .

* 1. При каком значении *t* векторы , , компланарны?
  2. Компоненты двух векторов заданы в различных системах координат следующим образом: при повороте системы координат *К* вокруг оси *Oy* на 30  и при повороте *К* вокруг оси *Oz* на 45 . Найти скалярное произведение этих векторов.
  3. Доказать, что произведение  является вектором, если ,  и  – векторы.
  4. В некоторой декартовой системе координат имеет место соотношение . Доказать, что  – тензор II-го ранга, если  и  – тензоры III-го ранга.
  5. В некоторой системе координат известны компоненты двух векторов –  и . Найти матрицу тензора  и вычислить его след.
  6. Пусть вектор  имеет компоненты {1, 2, 3}. Найти свертку .
  7. В некоторой системе координат известны компоненты тензора II-го ранга: **.** Разложить его на симметричную  и  антисимметричную составляющие. Найти .
  8. Найти градиент скалярной функции ;
  9. Найти дивергенцию и ротор векторного поля .

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Г.М. Максимова, А.И. Малышев, И.Л. Максимов, Сборник контрольных заданий по курсу векторного и тензорного анализа: учебное пособие, Н.Новгород, изд-во ННГУ, 2002, 33 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 100 экз.
2. В.М. Соколов, Н.Г. Голубева, Г.М. Максимова, Сборник задач по основам векторного и тензорного анализа, Горький, изд-во ГГУ, 1976, 44 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 15 экз.
3. В.В. Батыгин, И.Н. Топтыгин, Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности: учебное пособие, СПб., М., Краснодар, Лань, 2010, 480 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 39 экз.

б) дополнительная литература:

1. А.И. Борисенко, И.Е. Тарапов, Векторный анализ и начало тензорного исчисления, М., Высшая школа, 1966, 252 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 8 экз.
2. Н.Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, М., Наука, 1965, 426 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 9 экз.
3. Ю.А. Амензаде, Теория упругости, М., Высшая школа, 1976, 272 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 7 экз.
4. В.Г. Левич, Курс теоретической физики, М., Наука, 1969, 910 c. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 111 экз.
5. [Б.М. Будак, С.В. Фомин, Кратные интегралы и ряды, М., Наука, 1965, 607 с.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=30239&DB=1) Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 21 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины) Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ http://www.lib.unn.ru/.

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные досками и мелом или магнитно-маркерными досками с наборами маркеров.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии».

Автор

Доцент каф. ТФ

физического факультета, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Тележников А.В.

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.

статистической радиофизики и

мобильных систем связи РФФ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ

д.т.н., профессор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета