МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГООБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 8 от

                                                                                                                          «16» июня 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Work program of the course**

|  |
| --- |
| **Комбинаторный анализ Combinatorial analysis** |

Уровень высшего образования  
Level of higher education

|  |
| --- |
| **бакалавриат** bachelor’s degree program |

Направление подготовки / специальность  
Training direction / speciality

|  |
| --- |
| 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии 02.03.02 Fundamental Computer Science and Information Technology |

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы  
Orientation of educational program

|  |
| --- |
| Общий профиль General profile |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения  
form of study

|  |
| --- |
| очная full-time |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород, 2021 год  
Nizhni Novgorod, 2021

1. **Место и цели дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина ФТД.02 «Комбинаторный анализ» относится к факультативам в ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». Дисциплина читается студентам 4 курса в 7 семестре, 1 зачетная единица, 36 часов, зачет.

Discipline ФТД.02 "Combinatorial analysis" refers to the elective disciplines.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | ФТД. Факультативы | Дисциплина ФТД.02 «Комбинаторный анализ» является факультативом в ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». |

1. **Планируемые результаты обучения соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) /  **Formed competencies** (code, content of competence) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции /**  **Planned learning outcomes for the discipline (module), in accordance with the indicator of achievement of competency** | | **Наименование оценочного средства /**  **Name of the evaluation tool** |
| **Индикатор достижения компетенции** (код, содержание индикатора) /  **Competency achievement indicator**  (code, indicator content) | **Результаты обучения по дисциплине /**  **Learning outcomes by the discipline** |
| ***ОПК-1***  *Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности /*  *Student is able to apply the fundamental knowledge gained in the field of mathematical and (or) natural sciences, and use them in professional activities* | ***ОПК-1.1. Знает*** *основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию /*  ***Student knows*** *the basic concepts and concepts in the field of mathematical and natural sciences, basic theories basic terminology* | ***Знать****основные понятия и утверждения дисциплины «Комбинаторный анализ», описание основных комбинаторных объектов;  иметь представление о более сложных методах комбинаторики, таких, как производящие функции, метод решета /*  ***Students must know*** *main concepts and statements of Combinatorial Analysis, description of main combinatorial objects; have an idea of more complicated methods of combinatorics such as enumerating functions and sieve method* | *собеседование /*  *interview* |
| ***ОПК-1.2. Умеет*** *осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты /*  ***Student is able*** *to carry out the primary collection and analysis of the material, interpret various mathematical objects* | ***Уметь*** *пользоваться базовыми методами комбинаторики (правила суммы и произведения, метод включения и исключения, раскрытие линейных рекуррентных соотношений); использовать аппарат производящих функций; применять метод решета /*  ***Students must be able*** *to use basic methods of combinatorics (sum rule, product rule, inclusion-exclusion method, solving linear recurrence equations); to use the apparatus of enumerating functions; to apply sieve method* | *тест /*  *test*  *задачи /*  *tasks* |

1. **Структура и содержание дисциплины** 
   1. **Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| **Общая трудоемкость** | **1 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **36** |
| **в том числе** |  |
| **контактная работа:**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **33**  **16**  **16**  **1** |
| **самостоятельная работа** | **3** |
| **Промежуточная аттестация – зачет** |  |

* 1. **Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего, час.** | **В том числе** | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них** | | | | **Самостоятельная**  **работа, час.** |
| **Занятия**  **лекционного**  **типа** | **Занятия**  **семинарского**  **типа** | **Занятия**  **лабораторного**  **типа** | **Всего** |
| 1. Классические комбинаторные объекты | 4 | 2 | 2 |  | 4 |  |
| 2. Новые комбинаторные объекты | 9 | 4 | 4 |  | 8 | 1 |
| 3. Функциональное представление комбинаторных объектов | 4 | 2 | 2 |  | 4 |  |
| 4. Производящие функции | 9 | 4 | 4 |  | 8 | 1 |
| 5. Метод решета | 9 | 4 | 4 |  | 8 | 1 |
| Текущий контроль (КСР) | 1 |  |  |  |  |  |
| Промежуточная аттестация – зачет |  |  |  |  |  |  |
| Итого | 36 | 16 | 16 |  | 32 | 3 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (7-й семестр, зачет).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

**4.1. Виды самостоятельной работы**

• Выполнение домашних практических заданий.

• Чтение справочной, методической и научной литературы.

• Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.

• Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

Формой контроля выполнения домашних и контрольных работ является проверка правильности их выполнения. Формой контроля работы с дополнительной литературой являются дополнительные вопросы на зачете.

**4.3. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов**

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Изд. 2-е. М.: Наука, 1986. 384 с. (42 экз.)
2. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Holl1970ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vilenkin1969ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2005. 416 с. (Изд. 1-е: Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1977. 368 с.) (150 экз.)
2. Сборник задач по дискретной математике. Электронное учебно-методическое пособие. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Н.Новгород, ННГУ, 2012. 80 с.

<http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf>

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

включающий:

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Индикаторы компетенции** | **Оценка сформированности компетенций** | | | | | | |
| не зачтено | | зачтено | | | | |
| Знания | отсутствие знаний материала | наличие грубых ошибок в основном материале | знание основного материала с рядом негрубых ошибок | знание основного материалом с рядом заметных погрешностей | знание основного материала с незначительными погрешностями | знание основного материала без ошибок и погрешностей | знание основного и дополнительным материала без ошибок |
| Умения | полное отсутствие умений | недостаточно умений | умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок | умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок | умение использовать отдельные приемы | умение использовать приемы | умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе |
| Навыки | полное отсутствие навыков | отсутствие навыков | наличие минимальных навыков | посредственное  владение навыками | достаточное владение навыками | хорошее владение навыками | всестороннее владение навыками |

Шкала оценки при промежуточной аттестации

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| Не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**
     1. **Контрольные вопросы**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код формируемой компетенции |
| 1. Классические комбинаторные объекты. Перестановки (подстановки), подмножества. Биномиальная формула, сумма биномиальных коэффициентов, симметрия и унимодальность. Рекуррентные соотношения для биномиальных коэффициентов. | ОПК-1 |
| 2. Новые комбинаторные объекты. Перестановки заданного мультимножества. | ОПК-1 |
| 3. Разбиение чисел. Упорядоченные разбиения на заданное число слагаемых. | ОПК-1 |
| 4. Разбиение чисел. Упорядоченные разбиения на любое число слагаемых. | ОПК-1 |
| 5. Разбиение чисел. Неупорядоченные разбиения на заданное число слагаемых. | ОПК-1 |
| 6. Разбиение чисел. Неупорядоченные разбиения на любое число слагаемых. | ОПК-1 |
| 7. Разбиение множеств. Неупорядоченные разбиения на заданное число блоков. | ОПК-1 |
| 8. Разбиение множеств. Неупорядоченные разбиения на любое число блоков. | ОПК-1 |
| 9. Разбиение множеств. Упорядоченные разбиения. | ОПК-1 |
| 10. Разбиения подстановок на циклы. | ОПК-1 |
| 11. Функциональное представление комбинаторных объектов. Типы функций и различимость элементов. Таблица комбинаторных объектов. | ОПК-1 |
| 12. Производящие функции. Общая теория линейных однородных рекуррентных соотношений. | ОПК-1 |
| 13. Производящие функции. Системы линейных однородных рекуррентных соотношений. | ОПК-1 |
| 14. Производящие функции. Неоднородные рекуррентные соотношения. | ОПК-1 |
| 15. Производящие функции. Примеры линейных рекуррентных соотношений с переменными коэффициентами. | ОПК-1 |
| 16. Производящие функции. Пример решения нелинейного рекуррентного соотношения (числа Каталана). | ОПК-1 |
| 17. Производящие функции. Подсчет числа специализированных мультимножеств. | ОПК-1 |
| 18. Производящая функция для разбиений чисел. | ОПК-1 |
| 19. Экспоненциальные производящие функции. Их использование для нахождения перестановок специализированных мультимножеств. | ОПК-1 |
| 20. Производящие функции чисел Стирлинга 2-го рода и чисел Белла. | ОПК-1 |
| 21. Производящие функции чисел Стирлинга 1-го рода. | ОПК-1 |
| 22. Метод решета. Подсчет числа беспорядков. | ОПК-1 |
| 23. Метод решета. Подсчет числа булевых функций без фиктивных переменных. | ОПК-1 |
| 24. Метод решета. Подсчет количества простых чисел из заданного диапазона. | ОПК-1 |
| 25. Метод решета. Нахождение функции Эйлера (количества чисел, не превосходящих заданного числа и взаимно простых с ним). | ОПК-1 |
| 26. Метод решета. Его применение к вычислению перманентов. | ОПК-1 |

* + 1. **Типовые контрольные задания для оценки сформированности компетенций**

**Контрольныеработы для оценивания результатов обучения в виде умений и владений (ПК-1)**

Типовая контрольная работа содержит несколько заданий и оценивается по семибалльной системе. За каждое правильно выполненное задание без недочетов дается 1 балл, за правильно выполненное задание с недочетом – 0,5 балла. За невыполненное задание или неправильно выполненное задание баллы не начисляются. Полученные баллы суммируются, и определяется % выполнения контрольного задания по формуле (100s)/n, где n – общее число заданий и s - сумма набранных баллов. Оценка за контрольное задание определяется следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
| % выполнения | Оценка |
| 100% | Превосходно |
| 90 – 99% | Отлично |
| 80 – 89 % | Очень хорошо |
| 70 – 79 % | Хорошо |
| 50 – 69 % | Удовлетворительно |
| 20 – 49 % | Неудовлетворительно |
| <20 % | Плохо |

Пример контрольной работы по основным и новым комбинаторным объектам

|  |
| --- |
| **Вариант № 1**  1. Сколько существует решений уравнения  при заданных  и , если все  равны 0 или 1? (Конкретный пример: ).  2. Сколько существует решений уравнения  при заданных  и , если все  – целые неотрицательные числа? (Конкретный пример: ).  3. Сколько существует решений уравнения  при заданных  и , если все – натуральные числа? (Конкретный пример: ).  4. Сколько существует матриц из  строк,  столбцов с элементами из множества {0, 1}, у которых все строки различны?  5. Сколько существует упорядоченных разбиений натурального числа  на  натуральных слагаемых? Каково число аналогичных упорядоченных разбиений? (Конкретный пример: ).  6. Сколько существует неупорядоченных разбиений множества мощности  на  непустых блоков? (Конкретный пример: *n* = 5, *k* = 7).  7. Сколько существует неупорядоченных разбиений множества мощности  на любое число непустых блоков? (Конкретный пример: ).  8. Вычислите . (Конкретный пример: ). |

Пример контрольной работы по производящим функциям и рекуррентным соотношениям

**Вариант № 1**

1**.** Постройте производящую функцию для мультимножеств в универсе , в которых элемент  входит любое число раз . Найдите количество таких мультимножеств мощности 0, 3 и 9, выпишите все соответствующие мультимножества.

2. Какая числовая последовательность порождается производящей функцией ?

3**.** Раскройте линейную рекуррентность , если .

4. Сколько существует евклидово неизоморфных деревьев с  ребрами? (Конкретные примеры: *m* = 3, *m* = 5).

Пример контрольной работы по методу решета

**Вариант № 1**

1. Сколько различных “слов” можно получить, переставляя буквы слова ТАРАКАН ?

2. В группе переводчиков из 13 человек каждый знает хотя бы один из трех языков – английский, немецкий, французский. При этом

английский язык знают 10 переводчиков,

немецкий язык знают 7 переводчиков,

французский язык знают 6 переводчиков,

английский и немецкий знают 5 переводчиков,

английский и французский знают 4 переводчика,

немецкий и французский знают 3 переводчика.

Сколько переводчиков знают все три языка ?

Сколько переводчиков знают в точности два языка?

В точности один язык?

3. Сколько существует натуральных чисел , взаимно простых с ? (Конкретный пример: ).

4. Сколько делителей существует у натурального числа ? (Конкретный пример: ).

5. Какие перестановки называются беспорядками? Сколько существует беспорядков из  элементов? (Конкретный пример: ).

6. Вычислите перманент матрицы .

7. Подсчитайте количество булевых функций от четырех переменных, у которых все переменные являются существенными.

* + 1. **Образцы тестовых заданий для оценивания результатов обучения в виде знаний (ПК-1)**

**Вариант 1**

1. Что из перечисленного ниже является синонимом слова СОЧЕТАНИЕ ?

1) подмножество 2) кортеж 3) разбиение 4) независимый цикл

2. Чему равно число размещений из 6 по 3?

1) 10 2) 20 3) 60 4) 120

3. Чему равно число сочетаний с повторениями из 3 по 5?

1) 0 2) 1 3) 10 4) 21

4. Граф имеет *n* вершин и *m* ребер. Сколько у него различных остовных подграфов?

1) 2*n* 2) 2*m* 3) *m + n* 4) *mn*

5. Какие корни имеет характеристическое уравнение линейного рекуррентного соотношения   
*an*+2 = 5*an*+1 – 4*an*?

1) 1 кратности 2 2) 1 и 4 3) 1 и – 4 4) – 1 и 4

6. Сколько существует нечетных простых чисел, не превосходящих 20?

1) 5 2) 7 3) 8 4) 10

7. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 30 и взаимно простых с 30?

1) 5 2) 7 3) 8 4) 10

8. Сколько делителей существует у числа 64?

1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

9. Сколько существует беспорядков из трех элементов?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

**5.2.4. Примеры задач, выносимых на зачет**

**Задача 1.** Сколько существует двузначных четных чисел? Сколько из этих чисел с несовпадающими цифрами?

**Задача 2.** Азбука Морзе состоит из двух символов – точки и тире. Кодовые комбинации включают от 1 до 5 символов. Почему нельзя ограничиться комбинациями с числом символов  4?

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Изд. 2-е. М.: Наука, 1986. 384 с. (42 экз.)
2. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М.: ИЛ, 1963 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Riordan1963ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Holl1970ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

б) дополнительная литература:

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Vilenkin1969ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Элементы комбинаторики. М.: Наука, 1977 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/EzhovSkoroxodYadrenko1977ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. М.: Мир, 1965 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Rajzer1965ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

1. Холл М. Комбинаторный анализ. М.: ИЛ, 1963 [(djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Holl1963ru.djvu)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)
2. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Автор \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_С.В. Сорочан

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.И. Кузнецов

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 02.06.2021 года, протокол № 8.