

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины**

**Современное естествознание**

---

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

---

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

---

Форма обучения

**очная**

---

Нижний Новгород

2020

# 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Современное естествознание»

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.03.01 «Современное естествознание» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-13. Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<b>ПК-13.1.</b> Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	<i>Знать значение и роль математического моделирования в познании окружающего мира, процессов и явлений, происходящих в нем Знать понятия динамической системы, ее состояния и оператора, фазового пространства, фазовой траектории, фазового портрета, состояния равновесия, предельного цикла, бифуркации</i>	Собеседование  Задачи
	<b>ПК-13.2.</b> Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	<i>Знать основные математические модели механики, электродинамики, биологии, экологии, химии, изучаемые в дисциплине. Владеть навыками интерпретации результатов исследования математических моделей</i>	Собеседование
	<b>ПК-13.3.</b> Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять	<i>Уметь применять базовые знания естественных наук, математики и информатики для выбора и построения адекватных математических моделей для решения задач из предметной области</i>	Доклады  Контрольная работа

	численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности		
	<b>ПК-13.4.</b> Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований.	<i>Владеть концепцией динамической системы как универсального метода моделирования реальных процессов самой разнообразной (как детерминированной, так и вероятностной) природы;</i>	Собеседование

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>98</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>46</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Все виды занятий, указанные в таблице, проводятся в очной форме.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины*	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа, часы из них	Самост. работа студента,
Форма промежуточной аттестации по дисциплине			

		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего	
Введение. Простейшие математические модели. Линейные математические модели осцилляторных систем.	26	0	0	18	18	8
Раздел 1. Нелинейный осциллятор. Автоколебания. Метод точечных отображений.	34	8	8	8	24	10
Раздел 2. Модели целесообразного поведения, игр и обучения. Марковские процессы с доходами.	18	6	6	0	12	6
Раздел 3. Диффузные и волновые процессы.	20	6	6	2	14	6
Раздел 4. Управляемые динамические системы.	26	8	6	4	18	8
Раздел 5. Модели оптимизации	18	4	6	0	10	8
В том числе, текущий контроль	2				2	
<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>	36					
<b>Итого</b>	180	32	32	32	98	46

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Концепции современного естествознания» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий, подготовка к выполнению лабораторных работ, подготовка к выполнению письменных контрольных работ и подготовку к экзамену.

##### **Тематика самостоятельной работы**

Введение. Простейшие математические модели. Линейные математические модели осцилляторных систем. – теоретическая часть – главы 1, 13, 14 [1], решение задач. Проверка задания.

Раздел 1. Нелинейный осциллятор. Автоколебания. Метод точечных отображений. – теоретическая часть – главы 15-22 [1], решение задач. Проверка задания.

Раздел 2. Модели целесообразного поведения, игр и обучения. Марковские процессы с доходами. – теоретическая часть – главы 25-26 [1], решение задач. Проверка задания.

Раздел 3. Диффузные и волновые процессы. – теоретическая часть – главы 29-33 [1], решение задач. Проверка задания

Раздел 4. Управляемые динамические системы. – теоретическая часть – глава 23-24 [1], решение задач. Проверка задания

Раздел 5. Модели оптимизации – теоретическая часть – глава 8 [2], решение задач. Проверка задания

### **Программа лабораторного практикума**

Программа лабораторного практикума частично опирается на учебный материал, предшествующей дисциплины «Концепции современного естествознания», а также использует новый материал данной дисциплины.

Выполняются лабораторные работы в рамках указанных ниже трех тематических блоков. Каждый блок включает по две-три лабораторные работы.

Тема 1. Простейшие математические модели

*Работа 1.1. Модель засоления Каспийского моря* – теоретическая часть – глава 23-24 [1]

*Работа 1.2. Модель гидроэлектростанции* – теоретическая часть – глава 23-24 [1]

Тема 2. Линейные математические модели осцилляторных систем

*Работа 2.1. Динамический демпфер*– теоретическая часть – глава 23-24 [1]

*Работа 2.2. Взаимодействие двух связанных осцилляторов* – теоретическая часть – глава 23-24 [1]

*Работа 2.3. Цепочки связанных осцилляторов и волны*– теоретическая часть – глава 23-24 [1]

Тема 3. Нелинейные математические модели осцилляторных систем

*Работа 3.1. Генератор электрических колебаний* – теоретическая часть – глава 23-24 [1]

*Работа 3.2. Генератор с неоновой лампой* – теоретическая часть – глава 23-24 [1]

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

#### **5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций					
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично
	Не зачтено		Зачтено			

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможно оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Маятниковые часы Галилея – Гюйгенса как автоколебательная система.	ПК-13
2. Метод точечных отображений. Двухпозиционный авторулевой.	ПК-13
3. Генератор электрических колебаний. Уравнение Ван-дер-Поля. Амплитуда автоколебаний. Мягкий режим возбуждения автоколебаний.	ПК-13
4. Генератор электрических колебаний. Уравнение Ван-дер-Поля. Амплитуда автоколебаний. Жёсткий режим возбуждения автоколебаний.	ПК-13
5. Трение как причина возникновения неустойчивости и автоколебаний.	ПК-13
6. Автоколебания в цепи с неоновой лампой.	ПК-13
7. Параметрическое возбуждение и резонанс. Отличие параметрического резонанса от обычного.	ПК-13
8. Колебания двух связанных осцилляторов. Явление биений и перекачки энергии.	ПК-13
9. Автоматные модели целесообразного поведения.	ПК-13
10. Простейшие детерминированные модели игроков и их парных игр в отгадывание. Стохастические марковские модели игроков и их игр в отгадывание. Игра стохастика с простаком.	ПК-13
11. Марковский процесс как динамическая система. Эргодичность. Примеры.	ПК-13
12. Марковские процессы с доходами.	ПК-13
13. Управляемые марковские процессы и выбор оптимальной стратегии.	ПК-13
14. Метод итераций Р. Ховарда.	ПК-13
15. Персептрон как динамическая система. Схема его устройства и алгоритм обучения. Теорема о конечности числа ошибок персептрона при обучении.	ПК-13
16. Уравнение теплопроводности и его фундаментальное решение. Задача о намерзании льда.	ПК-13

17. Тепловые волны и прогрев поверхностного слоя Земли при суточных и годовых колебаниях температуры воздуха.	ПК-13
18. Уравнение теплопроводности, начальные и граничные условия. Метод Фурье.	ПК-13
19. Волновые решения волнового уравнения. Возбуждение колебаний полубесконечной струны путём колебания её конца.	ПК-13
20. Стоячие волны и колебания ограниченной струны с закреплёнными концами после сосредоточенного удара по ней. Спектры её колебаний, тональность и «окраска» звука.	ПК-13
21. Стабилизация перевёрнутого маятника с помощью управления. Понятие обратной связи.	ПК-13
22. Управляемость линейной системы. Критерий Калмана.	ПК-13
23. Управляемость линейного осциллятора при ограничении на управление.	ПК-13
24. Управляемость нелинейного осциллятора при ограниченном управлении.	ПК-13
25. Модели оптимизации как задачи нахождения наилучшего решения. Задача об оптимизации ритмичности производства. Необходимые и достаточные условия оптимальности в действительных числах.	ПК-13
26. Задача оптимального управления линейным осциллятором.	ПК-13
27. Элементы теории линейных систем автоматического управления.	ПК-13

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-13

*Задание 1.* Какая матрица называется стохастической матрицей?

*Задание 2.* Что Вы знаете о собственных значениях стохастической матрицы?

*Задание 3.* Пусть стохастической матрице  $P$  с элементами  $p_{ij}, i, j = \overline{1, m}$ , соответствует матрица доходов  $D$  с элементами  $d_{ij}$ . Что такое непосредственно ожидаемый доход в состоянии  $i$ ?

*Задание 4.* Как записывается рекуррентное уравнение для доходов?

*Задание 5.* Каков вид общего решения волнового уравнения по Даламберу?

*Задание 6.* Каков вид фундаментального решения уравнения теплопроводности?

### 5.2.3. Примеры вопросов собеседования по результатам выполнения лабораторных работ 1-4 для оценки сформированности компетенции ПК-13

1. Определение быстро-медленной системы. Выделение быстрой и медленной подсистемы в модели засоления Каспийского моря.
2. Определение состояния равновесия в модели Каспийского моря.
3. Каковы должны быть начальные условия, чтобы гидроэлектростанция перешла в желательный режим функционирования?
4. Определение явления демпфирования. Постановка задачи динамического демпфирования и ее решение в случае системы с учетом вязкого трения и без него.
5. Нормальные колебания и биения. Понятия и объяснение явления с помощью математической модели
6. Определение быстро-медленной системы. Выделение быстрой и медленной подсистемы в модели засоления Каспийского моря.
7. Определение состояния равновесия в модели Каспийского моря.
8. Каковы должны быть начальные условия, чтобы гидроэлектростанция перешла в желательный режим функционирования?



9. Определение явления демпфирования. Постановка задачи динамического демпфирования и ее решение в случае системы с учетом вязкого трения и без него.
10. Нормальные колебания и биения. Понятия и объяснение явления с помощью математической модели
11. Периодические и аperiodические колебания
12. Явление бегущей волны в цепочке связанных осцилляторов
13. Математическая модель лампового генератора. Постановка задачи, метод исследования, результаты

#### 5.2.4. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-13

*Задача 1.* Мяч спускается по лестнице, отскакивая от каждой следующей ступеньки с коэффициентом отскока 0.9. Высота ступенек равна 0.2 метра. Построить математическую модель спуска мяча и исследовать ее с помощью точечного отображения.

*Задача 2.* Для марковского процесса с доходами

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}, D^{(1)} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

найти математическое ожидание  $V_1(n)$  ( $V_2(n)$ ) дохода за  $n$  шагов, при условии, что начальное состояние было первое (второе).

*Задача 3.* Мяч спускается по лестнице с одной ступеньки на следующую, имея коэффициент отскока  $k$  ( $0 < k < 1$ ). Построить математическую модель спуска мяча и исследовать ее с помощью точечного отображения. Высота ступеньки равна  $h$ , вязкое сопротивление воздуха прямо пропорционально скорости движения мяча.

*Задача 4.* Найти решение для роста доходов в марковской системе с доходами

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

*Задача 5.* Состояние продуктивности земли, используемой фермером может быть 1) хорошим, 2) удовлетворительным, 3) плохим. Вероятности перехода продуктивности земли из одного состояния в другое без проведения агротехнических мероприятий за один сезон заданы матрицей  $P^{(1)}$ :

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Однако, фермер может провести комплекс агротехнических мероприятий, и тогда вероятности перехода продуктивности земли из одного состояния в другое за один сезон будут заданы матрицей  $P^{(2)}$ :

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}$$

Матрицы доходов для первой и второй стратегий поведения фермера таковы:

$$D^{(1)} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D^{(2)} = \begin{bmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 5 & 4 & -1 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Найти оптимальную стратегию фермера на 4 сезона.

**Задача 6.** Найти область управляемости и вид оптимальных по быстродействию траекторий для линейного управляемого осциллятора  $\ddot{x} - \dot{x} = u(t)$ ,  $-1 \leq u(t) \leq +1$ .

**Задача 7.** Найти область управляемости и вид оптимальных по быстродействию траекторий для линейного управляемого осциллятора  $\ddot{x} - 2\dot{x} + 5x = u(t)$ ,  $-1 \leq u(t) \leq +1$ .

**Задача 8.** Концы струны  $x = 0$  и  $x = l$  закреплены, начальная скорость равна нулю, а начальное отклонение имеет форму параболы, симметричной относительно середины струны. Найти отклонение струны  $U(x, t)$  при  $t > 0$ .

**Задача 9.** Найти температуру стержня  $0 \leq x \leq l$  с теплоизолированной боковой поверхностью и теплоизолированными концами, если его начальная температура равна  $T(x, 0) = x(l - x)$ .

### 5.2.5. Темы докладов для оценки сформированности компетенции ПК-13

1. Маятниковые часы Галилея – Гюйгенса. В чём их новизна. Точность хода, от чего она зависит, пути её увеличения.
2. Автоколебания в модели двухпозиционного авторулевого.
3. Колебания двух связанных осцилляторов. Нормальные колебания и частоты. Явление биений и перекачки энергии.
4. Понятие автомата. Автоматные модели целесообразного поведения.
5. И другие.
6. Персептрон как динамическая система. Схема его устройства и алгоритм обучения. Теорема о конечности числа ошибок персептрона при обучении.
7. Стабилизация перевернутого маятника с помощью управления. Понятие обратной связи.
8. Управляемость линейной системы. Критерий Калмана. Пример.
9. Управляемость линейного осциллятора при ограничении на управление.
10. Модели сухого трения. Трение как причина возникновения неустойчивости и автоколебаний.
11. Понятие автоколебаний. Автоколебания в цепи с неоновой лампой.
12. Понятие автоколебаний. Сифон.
13. Уравнение теплопроводности и его фундаментальное решение.
14. Волновые решения уравнения теплопроводности, прогрев поверхностного слоя Земли при суточных и годовых колебаниях температуры воздуха.
15. Уравнение теплопроводности, начальные и граничные условия. Метод Фурье.

### **5.2.6. Примеры экзаменационных билетов для оценки сформированности компетенции ПК-13**

---

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра теории управления и динамики систем

Дисциплина «**СОВРЕМЕННОЕ ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ**»

#### **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Дифференциальные уравнения как способ задания состояния и оператора динамической системы. Примеры.
2. Колебания груза на пружине. Понятие линейного осциллятора.
- 3.\* Задача

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.В.Осипов

Экзаменатор \_\_\_\_\_ Е.В.Губина

---

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского  
Институт информационных технологий, математики и механики  
Кафедра теории управления и динамики систем  
Дисциплина «СОВРЕМЕННОЕ ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

1. Модель Торричелли вытекания жидкости из худого сосуда.
2. Линейный осциллятор и его фазовые портреты.
- 3.\* Задача.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.В.Осипов

Экзаменатор \_\_\_\_\_ Е.В.Губина

---

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского  
Институт информационных технологий, математики и механики  
Кафедра теории управления и динамики систем  
Дисциплина «СОВРЕМЕННОЕ ЕСТЕСТВОЗНАНИЕ»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3**

1. Модель изменения уровня воды в водохранилище с плотиной и гидростанцией. Критический уровень и зоны безопасности.
2. Математическая модель разгона ракеты. Формула Циолковского.
- 3.\* Задача

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Г.В.Осипов

Экзаменатор \_\_\_\_\_ Е.В.Губина

---

**5.2.7. Примеры практических задач на экзамене для оценки сформированности компетенции ПК-13**

Задача 1. За какое время вытечет вся вода из сосуда, имеющего форму правильной треугольной усеченной пирамиды с высотой  $H = 1\text{ м}$ , со стороной верхнего основания  $a = 0,5\text{ м}$  и стороной нижнего основания  $b = 1\text{ м}$ , если у него внизу имеется дырка эффективным сечением  $\sigma = 5\text{ см}^2$ ?

Задача 2. За какое время вытечет половина воды из бака сферической формы радиуса  $R$ , если у него есть дырка на высоте  $R$  радиусом  $r$ ?  $R = 4,9\text{ м}$ ,  $r = 4\text{ см}$ .

Задача 3. Исследовать возможные движения точки массы  $m$ , перемещающейся по параболоиду  $z = x^2 + 2y^2$  в поле силы тяжести.

Задача 4. Материальная точка движется без трения в вертикальной плоскости под воздействием силы тяжести вдоль кривой  $x^2 + y^2 = 1$

Написать математическую модель движения точки, построить фазовый портрет и дать ему динамическую интерпретацию.

Задача 5. На вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси  $Oy$  кривой  $y = x^2$  в поле силы тяжести находится материальная точка. Написать математическую модель движения точки, построить фазовый портрет и дать ему динамическую интерпретацию.

Задача 6. На вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси  $Oy$  кривой  $y = x^4$  в поле силы тяжести находится материальная точка. Написать математическую модель движения точки, построить фазовый портрет и дать ему динамическую интерпретацию.

Задача 7. Исследовать модель типа Лотки - Вольтерра «хищник – жертва» с учетом конкуренции хищника за жертву:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{2xy}{1+y} \\ \dot{y} = -2y + \frac{2xy}{1+y} \end{cases}$$

Задача 8. Исследовать модель сосуществования двух популяций:

$$\dot{x} = x - x^2 - 2xy,$$

$$\dot{y} = 2y - y^2 - xy.$$

Задача 9. Исследовать модель симбиоза двух популяций:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + \frac{2xy}{1+y} - x^2 \\ \dot{y} = -2y + \frac{2xy}{1+2x} - y^2 \end{cases}$$

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Неймарк Ю.И. Математические модели в естествознании и технике. Учебник. – Н. Новгород, Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2004. – 401 с. (161 экз.)
2. Неймарк Ю.И., Коган Н.Я., Савельев В.П. «Динамические модели теории управления». М.: Наука, 1985. - 400 с. (144 экз.)

### б) дополнительная литература:

1. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1976. - 336 с. (37 экз.)
2. Кузнецов Ю.А. Математические модели современного естествознания. Часть 1. Н. Новгород, Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2010. – 101 с. (40 экз.)
3. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М. 1981. -568 с. (37 экз.)

### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Дмитриев А.В. «Моделирование процессов и систем. Нелинейные динамические системы». — НИУ ВШЭ. [Электронный ресурс] // Современная цифровая образовательная среда РФ. [сайт]. URL: <https://online.edu.ru/public/course?cid=123460>
2. Бабаева М. А. Концепции современного естествознания [Электронный ресурс] // Современная цифровая образовательная среда РФ. [сайт]. URL: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3806>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, самостоятельной работы студентов.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Наличие рекомендуемой литературы.

Презентационное оборудование для проведения обсуждений и компьютерных демонстраций (лаборатории 218, и 220 кафедры ТУиДС, корп.2).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор (ы): к.ф.-м.н., доц. каф. ТУиДС \_\_\_\_\_ Губина Е.В.,  
преп. каф. ТУ и ДС \_\_\_\_\_ Кадина Е.Ю.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ТУиДС, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Осипов Г.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.