

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт биологии и биомедицины

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от

«16» июня 2021 г. №8

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

30.05.03 Медицинская кибернетика

Направленность образовательной программы

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

Очная

Нижний Новгород
2021 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к профессиональному циклу дисциплин и преподается на 2 курсе в 3 семестре. Для изучения дисциплины студенту необходимы знания по следующим разделам математики: 1) элементы комбинаторики; 2) основы математического анализа; 3) основы алгебры и геометрии.

Цель освоения дисциплины

Целью дисциплины «Теория вероятностей» является знакомство студентов со следующими вопросами.

- Случайные события и их классификация, теоретико-множественные операции над случайными событиями.
- Различные подходы к определению вероятности случайных событий.
- Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса.
- Одномерные случайные величины и их законы распределения. Основные числовые характеристики.
- Наиболее важные для практики классы одномерных случайных величин.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-5 - готовность использовать основы физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач	З (ОПК-5) Знать: основные понятия и методы теории вероятностей, классификацию случайных событий и операции над ними, основные вероятностные свойства одномерных случайных величин, предельные теоремы теории вероятностей, методы исчисления вероятностей случайных событий, основы аксиоматического подхода при изучении реальных случайных экспериментов. У (ОПК-5) Уметь: находить различные числовые характеристики одномерных случайных величин, формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных задач, применять теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса для вычисления вероятностей случайных событий. В (ОПК-5) Владеть: навыками вычисления вероятностей сложных событий.

3. Структура и содержание дисциплины «Теория вероятностей»

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 69 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (34 часов занятия лекционного типа, 34 часа занятия практического типа, 1 час мероприятия промежуточной аттестации), 39 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	в том числе					
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа студента, часы
		из них					
		Занятия лекционного типа	Практические занятия	Лабораторные работы	Консультации	Всего	
Случайные события и их классификация. Теоретико-множественные операции над случайными событиями.	16	4	6			10	6
Различные подходы к определению вероятности случайных событий: классический, статистический	18	6	6			12	6
Различные подходы к определению вероятности случайных событий: геометрический, аксиоматический.	14	6	4			10	4
Теоремы сложения и умножения вероятностей.	10	2	4			6	4
Формулы полной вероятности и Байеса.	12	2	4			6	6
Одномерные случайные величины (дискретные и непрерывные): законы распределения вероятностей, основные числовые характеристики.	20	8	6			14	6
Наиболее важные для практики классы случайных величин: биномиальное, геометрическое, Пуассоновское, равномерное, показательное, нормальное распределения.	17	6	4			10	7
В т.ч. текущий контроль	1						
Промежуточная аттестация в форме зачета							
Итого	108						

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках семинарских занятий. Промежуточная аттестация осуществляется на зачете.

4. Образовательные технологии

При проведении лекционных и практических занятий по дисциплине «Теория вероятностей», а также при выполнении студентами домашних и контрольных работ, используются учебно-методические пособия и практикумы, разработанные автором программы. Самостоятельная работа обучающихся реализуется в следующих формах: выполнение домашних заданий по дисциплине и самостоятельное изучение некоторых теоретических вопросов.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

а. Виды самостоятельной работы студентов

Ознакомление с теоретическим материалом по источникам, указанным в списке литературы. Ответы на вопросы самоконтроля.

б. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов

- Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и математической статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с.
- Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. — М.: Физматлит, 2012. — 608 с.
- Практикум по теории вероятностей. Часть 1. Авторы: Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А.: Практикум. — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. — 59 с. Зарегистрирован в фонде образовательных электронных ресурсов (компьютерных изданий) Нижегородского государственного университета под номером 948.15.08.
- Практикум по теории вероятностей. Часть 2. Авторы: Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А.: Практикум. — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. — 45 с. Зарегистрирован в фонде образовательных электронных ресурсов (компьютерных изданий) Нижегородского государственного университета под номером 949.15.08.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Уметь находить различные числовые характеристики одномерных случайных величин, формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных задач, применять теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса для вычисления вероятностей случайных событий	отсутствует способность решения стандартных задач	наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками	способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями	способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей	способность решения стандартных и нестандартных задач	способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач
Знать основные понятия и методы теории вероятностей, классификацию случайных событий и операции над ними, основные вероятностные свойства одномерных случайных величин, предельные теоремы теории вероятностей, методы исчисления вероятностей случайных событий, основы аксиоматического подхода при изучении реальных случайных экспериментов	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительным материалом без ошибок и погрешностей
Владеть навыками вычисления вероятностей сложных событий.	полное отсутствие навыков, преду-	отсутствие ряда важнейших навыков,	наличие минимально необходимого	наличие большинства основных навыков,	наличие всех основных навыков, продемонстрированное	наличие всех навыков, продемонстрированное	наличие всех навыков, продемонстрированное в

	смотрен- ных компе- тенцией	преду- смотрен- ных дан- ной ком- петенцией	множе- ства навыков	продемон- стриро- ванное в стандарт- ных ситу- ациях	стриро- ванных в стандарт- ных ситу- ациях	в стан- дартных ситуа- циях	стандарт- ных и не- стандарт- ных ситуа- циях
Шкала оценок по проценту пра- вильно выполнен- ных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета. Для оценивания результатов учебной деятельности студентов при изучении дисциплины «Теория вероятностей» используется балльная система. По результатам промежуточной аттестации представляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- тестирование;
- решение контрольных работ;
- ответ на итоговом зачете.

Критерии оценивания ответа на зачете:

Зачтено	Удовлетворительный ответ на теоретический вопрос и успешное решение задачи по курсу теория вероятностей.
Не зачтено	Недостаточный ответ на теоретический вопрос и (или) отсутствие решения предложенной студенту задачи.

Критерий оценивания результатов тестирования:

Баллы, %	Оценка
96-100	Отлично
71-95	Хорошо
51-70	Удовлетворительно
31-50	Неудовлетворительно
0-30	Плохо

Критерии оценок выполнения контрольной работы

(каждая задача оценивается максимально в 1 балл)

Решена полностью	1
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	0,5
Решение неверное, решение отсутствует	0

Суммарная оценка выполнения контрольной работы

Количество баллов	Оценка
5	Отлично
4,5	Очень хорошо
4 - 3,5	Хорошо
3 - 2,5	Удовлетворительно
2 - 1,5	Неудовлетворительно
1 - 0	Плохо

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

Примеры вопросов к зачету:

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов.
2. Случайные события и операции над ними.
3. Алгебры и σ -алгебры. Измеримые пространства.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
7. Условные вероятности и их свойства.
8. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
9. Независимые случайные события.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.

Примеры задач:

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если есть одна цифра, которая повторяется в числе ровно два раза, а все другие цифры разные?
2. Сколькими различными способами можно разложить в n различных ящиков r белых и s чёрных шариков, если в каждом ящике может находиться любое количество шариков, некоторые ящики могут оставаться пустыми?
3. В комнате общежития пять студентов. Каким числом способов можно выбрать троих на дежурство, если они направляются: а) в один и тот же пункт; б) в три разных пункта?

4. Сколькими способами можно переставить буквы слова «БИОЛОГИЯ» так, чтобы второе, третье, пятое и седьмое места всегда были заняты гласными буквами?
5. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [1,5] \\ a(x-1)^2, & x \in [1,5] \end{cases}$.

Найти константу a , функцию распределения $F_{\xi}(x)$ и $P(3 \leq \xi < 4)$.

6. Тестирование для получения двух грантов одинаково успешно прошли 7 студентов ННГУ, в том числе 2 студента Института биологии и биомедицины. Жюри наудачу выбирает двух студентов. Найти вероятность того, что один (хотя бы один) из обладателей грантов окажется студентом Института биологии и биомедицины.
7. При условии, что вероятности попадания дня рождения на каждый из 12 месяцев года равны, найти вероятность того, что: а) дни рождения пяти случайно выбранных людей придется на разные месяцы года; б) среди десяти случайно отобранных людей хотя бы у двоих совпадут дни рождения.
8. Служебный автобус подходит к остановке в случайный момент времени от 7 часов до 7 часов 10 минут. Автобус стоит на остановке 5 минут, а затем уезжает. Один из пассажиров подъезжает к остановке служебного автобуса в случайный момент времени от 6 часов 55 минут до 7 часов 5 минут. Как часто данный пассажир опаздывает на служебный автобус?
9. Монета радиуса r случайным образом бросается на стол, разграфленный на квадраты со стороной l ($2r < l$). Найти вероятность того, что монета пересечет не более одной стороны квадратов.
10. Достаточным условием сдачи зачета является ответ на один из двух вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на восемь вопросов из тех сорока, которые могут быть предложены. Какова вероятность сдачи зачета?

Примеры тестов

Тип – одиночный выбор.

Наудачу выбирается группа из 100 человек. При этом мы интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие $\{\omega_i\}$ означает, что в отобранной группе будет ровно

$i = 0, 1, \dots, 100$ курящих людей. Для этого эксперимента определить множество Ω .

- $\Omega = \{\omega_0, \omega_{100}\}$
- $\Omega = \{0, \{\omega_1\}, \dots, \{\omega_{100}\}\}$
- $\Omega = \{0, 1, \dots, 100\}$
- $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{100}\} (+)$.

Тип – множественный выбор.

Указать справедливые соотношения для событий A , $\bar{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$.

- $A \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset$ (+)

- $A \cap \overline{A \cup B} = \emptyset$
- $A \cap \overline{A \cup B} = \emptyset \quad (+)$
- $(\overline{A} \cap B) \cap \overline{A \cup B} \neq \emptyset$
- $A \cup (\overline{A} \cap B) \cup \overline{A \cup B} = \Omega \quad (+)$
- $B \cup \overline{B \cap A} = \Omega \quad \overline{B} \cup (B \cap A) = \Omega$

Тип – ввод значения.

В партии из r изделий имеется q бракованных. Из партии наугад выбирается d изделий. Вычислить вероятность $P(A(r, q, d, l))$ того, что среди d изделий имеется ровно l бракованных при $r = 5, q = 3, d = 3, l = 2$ и при $r = 6, q = 4, d = 4, l = 3$.

Примечание: ответ следует вводить в виде несократимой дроби n/m .

Ответ1 $P(A(5, 3, 3, 2)) = 3/5$

Ответ2 $P(A(6, 4, 4, 3)) = 8/15$

Тип – ввод значения.

Стержень длины l разломали в двух наудачу выбранных точках на три части. Вычислить вероятность $P(A(l))$ того, что из полученных частей можно составить треугольник, где 1) $l = 1$; 2) $l = 2$; 3) $l = 3$.

Примечание: ответ следует вводить в виде десятичной дроби $0,nnn$.

Ответ1 $P(A(1)) = 0,25$

Ответ2 $P(A(2)) = 0,25$

Ответ3 $P(A(3)) = 0,25$

Тип – одиночный выбор.

Отметить формулой полной вероятности для любого наблюдаемого в эксперименте E события A :

- $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A | H_i), P(H_i) > 0, i = \overline{1, n}. \quad (+)$
- $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(H_i | A).$
- $P(A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A | H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A | H_i)}, P(H_i) > 0, i = \overline{1, n}.$

Примеры контрольных работ

Контрольная 1

ВАРИАНТ 1

1. Проводится числовая тиражная лотерея «Спортлото 5 из 36». Найти вероятность угадать 1) хотя бы 1 номер, 2) ровно 3 номера.
2. В партии из 12 деталей 4 бракованных. Из партии наудачу отбираются 5 деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 3 бракованных.
3. У неграмотного ребенка 10 карточек с буквами: на трех – «А», на двух – «М», на двух – «Т» и по одной с буквами «Е», «И», «К». Найти вероятность того, что он сложит слово «МАТЕМАТИКА».
4. В интервале времени $[0, T]$ в случайный момент U появляется сигнал длительности τ . Приемник включается в случайный момент $V \in [0, T]$ на время t . Найти вероятность обнаружения сигнала.
5. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата a наудачу бросают монету радиуса r ($2r < a$). Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной стороны квадрата.

Контрольная работа 2

ВАРИАНТ 1

1. Студент знает 25 вопросов из 35. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Для успешной сдачи экзамена студент должен ответить, по крайней мере, на 2 вопроса билета. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, при условии, что студент не знает ответ на первый вопрос.
2. Из букв «а», «б», «в», «г», «д», «е» по схеме выбора с возвращением составляют слово из 5-ти букв. Найти вероятность событий $A = \{\text{в слово не войдут «б» или «в»}\}$, $B = \{\text{в слово войдет хотя бы одна буква «г»}\}$. Проверить, являются ли события A и B независимыми.
3. Для сигнализации об аварии установлены 3 независимо работающих датчика. Вероятность того, что при аварии датчик сработает, равна 0,85 для первого датчика, 0,8 – для второго и 0,9 – для третьего датчиков. Найти вероятность того, что при аварии сработает не менее двух датчиков.
4. В упаковке 10 микросхем. Среди них с одинаковой вероятностью может оказаться 0, 1, 2 или 3 бракованных. Из упаковки взяли 2 микросхемы, они обе оказались исправные. Найти вероятность того, что в упаковке 1 бракованная микросхема.
5. Радиолокационная станция ведет наблюдение за объектом, который может применять или не применять помехи. Если объект не применяет помехи, то за один цикл обзора станция обнаруживает его с вероятностью p_0 , если применяет, то с вероятностью $p_1 < p_0$. Вероятность того, что во время одного цикла будут применены помехи, равна p . Найти вероятность того, что объект будет обнаружен ровно один раз за n циклов.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 29.12.2017 г. № 630-ОД. Положение о фонде оценочных средств, утверждённое приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 г. № 247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей»

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и математической статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (195 экземпляров в библиотеке ННГУ).
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: Физматлит, 2012. – 608 с. (195 экземпляров в библиотеке ННГУ).
3. Практикум по теории вероятностей. Часть 1. Авторы: Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А.: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 59 с. Зарегистрирован в фонде образовательных электронных ресурсов (компьютерных изданий) Нижегородского государственного университета под номером 948.15.08.
4. Практикум по теории вероятностей. Часть 2. Авторы: Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А.: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 45 с. Зарегистрирован в фонде образовательных электронных ресурсов (компьютерных изданий) Нижегородского государственного университета под номером 949.15.08.

б) дополнительная литература:

1. Герасимов А. Н. - Медицинская статистика: учеб. пособие для студентов мед. вузов. - М.: Мед. информ. агентство, 2007. - 480 с. (8 экземпляров в библиотеке ННГУ).
2. Гмурман В. Е. - Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров. - М.: Юрайт, 2014. - 479 с. (40 экземпляров в библиотеке ННГУ).

в) Интернет-ресурсы:

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ
<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (демонстрационное оборудование – проектор, ноутбук, экран). Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по специальности **30.05.03 Медицинская кибернетика.**

Автор: доц. каф. программной инженерии ИИТММ,

к.ф.-м.н., доцент _____ Е.В. Пройдакова

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой программной инженерии ИИТММ,

д.т.н., профессор _____ В.П. Гергель

Программа одобрена на заседании методической комиссии ИББМ от 24 февраля 2021 г., протокол № 4.