**Приложение 2**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт экономики и предпринимательства |

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением ученого совета ННГУ

протокол от

«16» Июня 2021 г. № 8

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Линейная алгебра |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 38.03.01 Экономика |

 *(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Мировая экономика (на английском языке) |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

 *(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

 Дисциплина Б1.О.12 «Линейная алгебра» изучается студентами во 2 семестре, трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.12 «Линейная алгебра» относится к обязательной части ООП направления подготовки 38.03.01 Экономика. |

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**  | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\*(код, содержание индикатора) | **Результаты обучения** **по дисциплине\*\*** |
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации. | *Знать* содержание основных понятий линейной алгебры, основные приемы работы с системами уравнений, матрицами, векторами.*Уметь* использовать инструментарий линейной алгебры в решении стандартных задач профессиональной деятельности*Владеть* приемами решения задач, методами использования средств линейной алгебры в решении стандартных задач профессиональной деятельности | *Тесты, задачи* |
|  |  |  |
| ОПК-5. Использует современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач | ОПК 5.1. Осуществляет выбор инструментальных и программных средствдля решения профессиональных задач  | *Знать* стандартные экономико-математические модели и задачи, решаемые средствами линейной алгебры *Уметь* применять стандартные экономико-математические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты*Владеть* навыками использования современных информационных технологии и программных средств при решении профессиональных задач | *Тесты, задачи* |

**3. Структура и содержание дисциплины**

**3.1 Трудоемкость дисциплины**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **очная форма****обучения** | **очно-заочная****форма****обучения** | **заочная** **форма****обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **\_2\_\_ ЗЕТ** | **\_\_\_ ЗЕТ** | **\_\_\_ ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **72** |  |  |
| **в том числе** |  |  |  |
| **аудиторные занятия (контактная** **работа):****- занятия лекционного типа****- занятия семинарского типа****( практические занятия /****лабораторные работы)** | **32****16****16** |  |  |
| **самостоятельная работа** | **39** |  |  |
| **КСР** | **1** |  |  |
| **Промежуточная аттестация –** **экзамен/зачет** | **зачет** |  |  |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),** **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего****(часы)** | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
| Очная | Очно-заочная | Заочная |  **Занятия лекционного типа** |  **Занятия семинарского типа** |  **Занятия лабораторного типа** | **Консультации** | **Всего**  |
| Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная |
| **Тема1. Матрицы и определители.** Понятие матрицы произвольного порядка. Действия над матрицами. Виды матриц. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Обратная матрица. Ранг матрицы. Ранг матрицы при элементарных преобразованиях матриц. Теоремы о связи ранга с числом линейно независимых строк, о представлении строки в виде линейной комбинации независимых строк. | 18 |  |  | 4 |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |  |  | 10 |  |  |
| **Тема 2. Системы линейных уравнений. Балансовый анализ.**Виды СЛУ. Решения СЛУ. Система линейных уравнений в матричной форме. Метод решения линейных систем, у которых число уравнений равно числу переменных, переходом к обратной матрице. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Схема решения СЛУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальные решения. Общее решение неоднородной СЛУ. Балансовые модели в экономике. | 18 |  |  | 4 |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |  |  | 10 |  |  |
| **Тема 3. Векторная алгебра.**Геометрический вектор. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.Ось, числовая ось, проекция вектора на ось. Декартов базис в пространстве и на плоскости и декартова система координат. Координаты вектора. Модуль (длина) вектора в координатах. Линейные операции в координатах. Скалярное произведение в координатах. | 8 |  |  | 2 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 |  |  | 4 |  |  |
| **Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы.**Понятие линейного векторного пространства. Векторы в n-мерном евклидовом пространстве. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Переход к новому базису. Матрица перехода. Линейные операторы и их свойства. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. | 12 |  |  | 2 |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 |  |  | 8 |  |  |
| **Тема 5. Элементы аналитической геометрии.**Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Полуплоскость. Уравнение плоскости. Полупространство. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. | 15 |  |  | 4 |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |  |  | 7 |  |  |
| Текущий контроль | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Итого** | 72 |  |  | 16 |  |  | 16 |  |  |  |  |  |  |  |  | 32 |  |  | 39 |  |  |
| Промежуточный контроль - Зачет |

**План семинарских занятий**

**Тема 1. Матрицы и определители (4 часа)**

***Семинар 1.*** Действия над матрицами. Ранг матрицы при элементарных преобразованиях. Вычисление определителей (решение задач).

***Семинар 2.*** Методы нахождения обратной матрицы. Матричные уравнения (решение задач).

**Тема 2. Системы линейных уравнений. Балансовый анализ. (4 часа)**

***Семинар 3.*** Решение определенных систем линейных уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы.

***Семинар 4.*** Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение однородных систем линейных уравнений. Модель межотраслевого баланса Леонтьева(по результатам самостоятельного решения задач с применением ППП Excel).

**Тема 3. Векторная алгебра (2 часа)**

***Семинар 5.*** Этапы решения задач векторным методом (разбор примеров).

**Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы (4 часа)**

***Семинар 6.*** Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Матрица перехода к другому базису.

***Семинар 7.*** Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора.

**Тема 5. Элементы аналитической геометрии (2 часа)**

***Семинар 8.*** Задачи на нахождение уравнений прямой, плоскости и кривых второго порядка.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью. Практическая подготовка предусматривает: решение задач, тестов.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 6 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП;

- компетенции *ОПК-5 Использует современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.*

 Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа*.*

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся** Значительное место при изучении дисциплины отводится самостоятельной работе студентов, ее объем определен учебным планом, состоятельная работа является внеаудиторной и обязательна для каждого студента.

Самостоятельная работа является внеаудиторной и предназначена для самостоятельного ознакомления студента с определенными разделами курса по рекомендованным материалам и подготовки к выполнению индивидуальных заданий по курсу. Самостоятельная работа ведется по рекомендованным педагогом материалам и направлена на выполнение различных типов заданий по курсу.

Самостоятельная работа студентов включает:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;

- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;

- работу над основной и дополнительной литературой;

- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;

- подготовка контрольных работ (домашних заданий);

- самостоятельная работа студента в библиотеке;

- подготовку к выполнению заданий и тестирования;

- самостоятельная работа студента при подготовке к зачету.

Основным принципом организации самостоятельной работы студентов является комплексный подход, направленный на развитие критического мышления студентов и стимулирование диверсифицированных видов деятельности.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Линейная алгебра» (https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=5276), созданный в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**)
	1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| **не зачтено** | **зачтено** |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.  |
| Умения | Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.  | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения,решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.  | Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полномобъеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |
| --- | --- |
|  **Оценка** | **Уровень подготовки** |
|  | **превосходно** | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой |
| **зачтено** | **отлично** | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| **очень хорошо**  | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне « очень хорошо» |
| **хорошо** | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| **удовлетворительно** | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| **не зачтено** | **неудовлетворительно** | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| **плохо** | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые**

**для оценки результатов обучения**.

* + 1. **Контрольные вопросы**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос  | Код компетенции *(согласно РПД)* |
| 1. Матрицы. Действия над матрицами. Элементарные преобразования матриц. (см. [1] списка литературы РПД, стр. 5-7)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Определитель квадратной матрицы. (см. [1], стр. 62)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Алгоритм поиска обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. (см. [1], стр. 57)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Теорема Лапласа. (см. [1], стр. 62)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Свойства определителей. (см. [1], стр. 64)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Обратная матрица. (см. [1], стр. 53)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Ранг матрицы. (см. [1], стр. 45)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Решение матричных уравнений. (см. [1], стр. 59)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Система линейных алгебраических уравнений. (см. [1], стр. 45)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений. (см. [1], стр. 47)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Теорема Кронекера-Капелли. (см. [1], стр. 45)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Метод обратной матрицы для решения определенных систем линейных алгебраических уравнений. (см. [1], стр. 59)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Формулы Крамера. (см. [1], стр. 66)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. (см. [1], стр. 21)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальные решения. (см. [1], стр. 46)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Двух, трехмерные и n-мерные векторы. (см. [1], стр. 3)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Операции над векторами. (см. [1], стр. 3-4)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Линейная зависимость векторов. (см. [1], стр. 32)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Линейное n-мерное пространство. (см. [1], стр. 42)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Базис и размерность n-мерного пространства. (см. [1], стр. 41)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Матрица перехода к новому базису. (см. [1], стр. 41)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. (см. [1], стр. 42)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Собственные значения и собственные векторы матрицы. (см. [1], стр. 77)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Уравнения прямой линии на плоскости. Полуплоскость. (см. [1], стр. 97)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Уравнение плоскости. Полупространство. (см. [1], стр. 106)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Уравнение прямой линии в пространстве. (см. [1], стр. 107)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Прямая и гиперплоскость в n-мерном точечном пространстве. (см. [1], стр. 106)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Полупространство в n-мерном точечном пространстве. (см. [1], стр. 107)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Эллипс, его свойства и каноническое уравнение. (см. [1], стр. 111)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Гипербола, ее свойства и каноническое уравнение. (см. [1], стр. 112)
 | УК-1, ОПК-5 |
| 1. Парабола, ее свойства и каноническое уравнение. (см. [1], стр. 113)
 | УК-1, ОПК-5 |

**5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции УК-1**

1. Вычислить сумму и произведение двух матриц:.

1. Вычислить определитель третьего порядка.
2. Найти ранг матрицы: .

1. Привести матрицу к ступенчатому виду:.

1. Решить матричные уравнения:

а) .

б) .

1. Решить систему уравнений, используя правило Крамера:.

1. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:.

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:.

**5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-5**

1. Найти , если  и .
2. Выясните, являются ли векторы линейно независимыми. Если векторы линейно зависимы, выразите один из векторов через остальные.

1) ;

2) ;

3) ;

4) ;

1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы линейного оператора:.

1. Записать уравнения прямой, проходящей через точку  *M*(8; 9; 10) параллельно оси *OZ*.
2. Составить уравнение прямой, проходящей через две данные точки: и .

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку параллельно прямой: .

1. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, большая ось равна 16, а расстояние между директрисами 32.
2. Определить фокус и директрису параболы *y*2*=*12*x.*

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Bapat R.B. Linear Algebra and Linear Models (2012) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4471-2739-0>

Электронный курс «Линейная алгебра» (https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=5276

б) дополнительная литература:

1. Belkacem Said-Houari Linear Algebra (2017) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-63793-8>

2. Fuad Aleskerov, Hasan Ersel Linear Algebra for Economists (2011) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-20570-5>

3. Lorenzo Robbiano Linear algebra for everyone (2011) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-88-470-1839-6>

4. Petersen Peter Linear Algebra (2012) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-3612-6>

5. Martin Kreuzer, Lorenzo Robbiano Computational Linear and Commutative Algebra (2016) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-43601-2>

6. Milan Vujičić, Jeffrey Sanderson Linear Algebra Thoroughly Explained (2008) <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-74639-3>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. MS Windows 7 (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47276400),

2. Microsoft Office 2007 Профессиональный + (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47729513),

3. Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, №1096-160712-081443-850-73)

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также для самостоятельной работы студентов используются специальные помещения, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие примерным программам дисциплин (модулей), рабочим учебным программам дисциплин (модулей).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 38.03.01 «Экономика», профиль «Мировая экономика».

Автор

 к.э.н., доцент кафедры экономической теории и методологии \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Ю.Н. Пыхтеев

Рецензент (ы)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Г.В.Погодина

Заведующий кафедрой «Экономической теории и методологии»

 д.э.н., профессор\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ / А.В. Золотов

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института экономики и предпринимательства протокол № 3 от 15.03.2021 .