

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Арзамасский филиал**

Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Теория чисел и числовые системы**

*(наименование дисциплины)*

Уровень высшего образования

бакалавриат

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

44.03.01 Педагогическое образование

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

Информатика

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

заочная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Год начала подготовки 2021

Арзамас

2023 год

## 1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.09 «Теория чисел и числовые системы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) Информатика.

Дисциплина предназначена для освоения студентами заочной формы обучения в 5 семестре.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине (дескрипторы компетенции)**	
ПКР-4 Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	ИПКР 4.1 Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР 4.2 Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР 4.3 Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	<i>Знать</i> Содержание теории чисел и числовые системы, особенности изучения числовых систем, закономерности их применения в различных научных областях	тест
		<i>Уметь</i> Применять знания основ теории чисел, особенностей изучения числовых систем при решении задач	Практические задания
		<i>Владеть</i> Методами теории чисел	тест
ПКР-5 Способен конструировать содержание образования в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных	ИПКР 5.1 Знает требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования в предметной области, примерные образовательные программы и учебники по преподаваемому предмету, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации образовательного процесса. ИПКР 5.2 Умеет конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития	<i>Знать</i> Особенности содержания курса математики о возможности включения элементов теории чисел и числовых систем в программы школьного курса математики	тест
		<i>Уметь</i> Разрабатывать рабочие программы по отдельным темам теории чисел с учетом возрастных особенностей обучающихся	Проектная работа
		<i>Владеть</i> Навыками конструирования и реализации содержания курса	Проектная работа



рациональных и действительных чисел и их модели.														
Тема 3. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Линейные алгебры конечного ранга над полем.		16				1								15
Тема 4. Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел.		16												16
Тема 5. Конечные цепные дроби, свойства, подходящие дроби.		16				1								15
Тема 6. Сравнение целых чисел по модулю $m$ , свойства.		16												16
Тема 7. Теоремы Эйлера и Ферма.		16				1								15
Тема 8. Приложения теории делимости и теории сравнений		21				1								20
<b>В том числе текущий контроль</b>		2								2				
<b>экзамен</b>		9										9		
<b>ИТОГО</b>		144				4				2		9		129

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий практического типа, консультаций.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Теория чисел и числовые системы, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=9491>, созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Теория чисел и числовые системы» осуществляется в следующих видах:

- чтение и конспектирование текстов (литературы);
- работа над учебным материалом (учебниками, конспектами лекций, дополнительной литературой), систематизация учебного материала;
- подготовка докладов;
- подготовка сообщения к занятиям по заданной теме (в т.ч. с использованием интерактивных технологий);
- выполнение проекта.

Подготовка к опросу, проводимому в рамках практического занятия, требует уяснения вопросов, вынесенных на конкретное занятие, подготовки выступлений, повторения основных терминов, запоминания формул и алгоритмов.

На практических занятиях рассматриваются наиболее важные, существенные, сложные вопросы, которые, как свидетельствует преподавательская практика, наиболее трудно усваиваются студентами. Готовиться к практическим занятиям необходимо заблаговременно.

Подготовка к семинарским (практическим) занятиям включает в себя:

обязательное ознакомление с планом практического занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;

изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;

изучение дополнительной литературы по теме практического занятия с обязательным конспектированием материала, который понадобится при обсуждении на семинаре.

Помните, что необходимо:

выписать основные термины и запомнить их дефиниции;

записывать возникшие во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросы, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;

иметь продуманные и аргументировано обоснованные формулировки собственной позиции по каждому вопросу плана практического занятия;

обращаться за консультацией к преподавателю при возникновении затруднений в освоении материала практической работы.

Выступление на практических занятиях должно удовлетворять следующим требованиям: в выступлении излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным. Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Большую помощь при подготовке к занятиям может оказать изучение публикаций в научных журналах, а также специальные Интернет-ресурсы по тематике дисциплины, указанные п. 6 настоящей рабочей программы дисциплины

#### Работа с литературой

Изучение литературы очень трудоемкая и ответственная часть в процессе обучения, в частности подготовки к занятию, написанию отчетности оценки текущей успеваемости.

#### Методические рекомендации

Работа с литературой должна сопровождаться записями в той или иной форме (конспект, план, тезисы, аннотация). При этом важно не только привлечь более широкий круг литературы, но и суметь на ее основе разобраться в степени изученности темы. Стоит выявить дискуссионные вопросы, нерешенные проблемы, попытаться высказать свое отношение к ним. Привести и аргументировать свою точку зрения или отметить, какой из имеющихся в литературе точек зрения по данной проблематике придерживаетесь и почему.

По завершении изучения рекомендуемой литературы полезно проверить уровень своих знаний с помощью контрольных вопросов для самопроверки. Необходимо вести систематическую работу над литературными источниками. Необходимо изучать не только литературу, рекомендуемую в данных учебно-методических материалах, но и новые, существенно важные издания по курсу, вышедшие в свет после его публикации. При этом следует выделять неясные, сложные для восприятия вопросы. В целях прояснения последних нужно обращаться к преподавателю.

#### Составление конспектов прочитанной литературы

Конспект – это последовательная фиксация информации, отобранной и обдуманной в процессе чтения. Конспект-схема – это схематическая запись прочитанного материала.

#### Методические рекомендации

Ознакомьтесь с текстом, прочитайте предисловие, введение, оглавление, главы и параграфы, выделите информационно значимые места текста.

Составьте план текста - он поможет вам в логике изложения, сгруппировать материал.

Составляя план при чтении текста, старайтесь определить суть мыслей и их границы. Эти места в книге отмечайте. Нужным отрывкам дайте заголовки, формулируя соответствующий пункт плана. Затем снова просмотрите прочитанное, чтобы убедиться, правильно ли установлен «поворот» содержания, уточните формулировки.

Стремитесь, чтобы заголовки-пункты плана наиболее полно раскрывали мысли автора. Последовательно прочитывая текст, составляйте к нему черновой набросок плана с нужной детализацией.

Записи делайте так, чтобы ее легко можно было охватить одним взглядом.

Сделайте библиографическое описание конспектируемого материала. Выделите тезисы и запишите их с последующей аргументацией, подкрепляя примерами и конкретными фактами. Сгруппируйте факты в логической последовательности, дайте название выделенным пунктам.

Изложите каждый вопрос плана. Используйте реферативный способ изложения (например: «Автор считает ...», «раскрывает ...» и т.д.).

Текст автора оформляйте как цитату.

В заключении обобщите текст конспекта, выделите основное содержание проработанного материала, дайте ему оценку.

Оформите конспект: выделите разными цветами наиболее важные места так, чтобы они легко находились взглядом.

Подготовка к сообщению или к беседе, устному опросу на занятии

Методические рекомендации

При подготовке сообщения, ответа используйте несколько источников литературы по выбранной теме (вопросу), используйте печатные издания и источники электронных библиотек или Интернет-ресурсов.

Сделайте цитаты из книг и статей по выбранной теме (обратите внимание на непонятные слова и выражения, уточните их значение в справочной литературе).

Проанализируйте собранный материал и составьте план сообщения или ответа, акцентируя внимание на наиболее важных моментах.

Напишите основные положения сообщения или ответа в соответствии с планом, выписывая по каждому пункту несколько предложений.

Перескажите текст сообщения или ответа, корректируя последовательность изложения материала.

Подготовленное сообщение может сопровождаться презентацией, иллюстрирующей его основные положения.

Показатели результатов работы для самопроверки:

полнота и качественность информации по заданной теме;

свободное владение материалом сообщения или доклада;

логичность и четкость изложения материала;

наличие и качество презентационного материала.

Написание докладов

Доклады, по сути своей, близки к рефератам, однако их область существенно уже. Подготовка доклада позволяет основательно изучить интересующий вопрос, изложить материал в компактном и доступном виде, привести в текст полемику, приобрести навыки научно-исследовательской работы, устной речи, ведения научной дискуссии. В ходе подготовки доклада могут быть подготовлены презентации, раздаточные материалы. Доклады могут зачитываться и обсуждаться на семинарских занятиях, студенческих научных конференциях. При этом трудоемкость доклада, подготовленного для конференции обычно выше.

В целом при написании письменных работ следует обратить внимание на следующие рекомендации:

Выбор темы письменной работы. Тема письменной работы выбирается студентом на основе его научного интереса. Также помощь в выборе темы может оказать преподаватель.

Планирование написания письменной работы. План написания письменной работы должен начинаться с выбора и формулировки проблемы, далее следует сбор и изучение исходного материала, поиск литературы и анализ собранного материала. В заключении работа оформляется письменно, как правило, в электронном виде и на бумажном носителе.

Обсуждение работы (на занятии, в студенческом научном обществе, на конференции и т.п.).

Выполнение проекта

Работа над проектом или исследованием поднимает уровень самооценки, а, групповое выполнение заданий развивает коммуникативную компетентность, при этом каждому дается возможность внести свой вклад в разработанный проект (исследование).

Учебные проекты (исследования) – самостоятельно разработанные проектные решения или проведенные исследования, направленные на решение значимых практикоориентированных проблем, обладающие субъективной или объективной новизной и выполненные под контролем и при консультировании преподавателя.

Методические рекомендации

Основные этапы работы над проектом:

Разработка проектного задания или задания для исследования

На данном этапе осуществляется выбор темы проекта, постановка целей, выделение основополагающих и проблемных вопросов.

Разработка проекта

Этап реализации проекта в соответствии с коллективными и индивидуальными задачами, поставленными перед участниками группы преподавателем и или дополненными задачами, предложенными участниками группы. Часть группы собирает всю необходимую информацию, другая часть производит практическую часть работы (расчеты, затем вся группа анализирует возможность практического внедрения, делает определенные выводы и готовит презентацию проекта.

Оформление результатов

На данном этапе в процессе группового обсуждения выбирайте приемлемую и адекватную форму представления результатов выполненной работы, которая должна хорошо отражать выполнение поставленных задач.

Презентация

На этапе презентации все группы демонстрируют результаты своей работы.

Основными критериями успешности проекта можно считать следующие:

глубокое изучение содержания проблемного вопроса;

точность и правильность произведенных расчетов;

активность каждого участника при выполнении проекта;

убедительное обоснование сделанных выводов;

умение отвечать на вопросы аудитории и защищать свой проект.

Самооценка

Завершающий этап работы над проектом проходит в форме открытого обмена мнениями.

Оценивание происходит с опорой на критерии успешности проекта.

Методические рекомендации по подготовке к зачету

Зачет проводится в традиционной форме (контрольная работа, тестирование) и в иных формах (с учетом оценок презентации проекта и др.)

Подготовка к зачету начинается с первого занятия по дисциплине. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь требованиями, конспектировать важные для решения учебных задач источники, обращаться к преподавателю за консультацией по неувоенным вопросам.

Для подготовки к сдаче зачета необходимо первоначально прочитать лекционный материал, а также соответствующие разделы рекомендуемых изданий. Лучшим вариантом является тот, при котором при подготовке используется несколько источников информации. Это способствует разностороннему восприятию каждой конкретной темы дисциплины.

В обобщённом варианте подготовка к сдаче зачета включает в себя:

- просмотр программы учебной дисциплины, перечня вопросов к зачету;

- подбор рекомендованных преподавателем источников (учебников, нормативных правовых актов, дополнительной литературы и т.д.),

- использование конспектов лекций, материалов занятий и их изучение;

-консультирование у преподавателя.

**Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу**

*адреса доступа к документам*

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

В ходе промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется оценка сформированности компонентов компетенций (полнота знаний/ наличие умений/ навыков), т.е. результатов обучения, указанных в таблице п.2 настоящей рабочей программы, на основе оценки усвоения содержания дисциплины.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенции в ходе промежуточной аттестации по дисциплине проводится на основе учета текущей успеваемости в ходе освоения дисциплины и учета результата сдачи промежуточной аттестации.

Выявленные признаки несформированности компонентов (индикаторов) хотя бы одной компетенции не позволяют выставить интегрированную положительную оценку сформированности компетенций и освоения дисциплины на данном этапе обучения.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации, которая вносится в зачетно-экзаменационную ведомость по дисциплине и зачетную книжку студента, осуществляется по следующей оценочной шкале.

#### Шкала оценки сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
Не зачтено	Неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы



## Шкала оценивания сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)				
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<b><u>Знания</u></b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем требованиям программы подготовки, без ошибок.
<b><u>Умения</u></b>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<b><u>Навыки</u></b>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

### 5.2 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

#### Критерии оценки тестирования

**Оценка «отлично»** 80 – 100 % правильных ответов;

**Оценка «хорошо»** 60 – 79 % правильных ответов;

**Оценка «удовлетворительно»** 40 – 59% правильных ответов.

**Оценка «неудовлетворительно»** менее 40 % правильных ответов.

#### Критерии оценки проектных работ

**Оценка «отлично»** – реферативная работа полностью раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников и изданий периодической печати, приводит практические примеры, в докладе отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов.

**Оценка «хорошо»** – реферативная работа частично раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов (при докладе), но при этом дает не четкие ответы, без достаточно их аргументации.

**Оценка «удовлетворительно»** – реферативная работа в общих чертах раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию только из учебников. При ответах на дополнительные вопросы в докладе путается в ответах, не может дать понятный и аргументированный ответ.

#### Критерии оценки выполнения практических заданий

**«отлично»** – выполненные контрольные задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам. Приведенная информация проанализирована, переработана, рассмотрены и приведены различные точки зрения специалистов по данным

вопросам, возможно, приведены практические примеры собственного опыта занятий физическими упражнениями. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.

**«хорошо»** – выполненные контрольные задания содержательно соответствуют поставленным вопросам. Приведенная в них информация верная, но она студентом заимствована из источника без проведения анализа содержания. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.

**«удовлетворительно»** – выполненные контрольные задания в целом содержательно соответствуют поставленным вопросам. Приведенная в них информация представлена с ошибками. Оформление задания в целом соответствует требуемому шаблону.

**«неудовлетворительно»** – выполненные контрольные задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Приведенная в них информация представлена с ошибками. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону.

### **Критерии устного ответа студента при опросе на занятии / на экзамене**

**Оценка «отлично»** выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с ситуационными заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при анализе информации.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется в том случае, при котором студент освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении анализа информации.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины и / или неумение использовать полученные знания.

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения и для контроля формирования компетенции**

#### **Типовые темы проектных работ для оценки сформированности компетенции ПКР-5**

1. Великие ученые:

- |               |           |             |               |
|---------------|-----------|-------------|---------------|
| 1) Евклид;    | 4) Ферма; | 7) Лагранж; | 10) Лиувилль. |
| 2) Эратосфен; | 5) Гаусс; | 8) Дирихле; |               |
| 3) Диофант;   | 6) Эйлер; | 9) Чебышев; |               |

2. Задачи единого государственного экзамена по математике:

1. Докажите, что если  $p$  – простое число, большее 3, то число  $p^2 - 1$  делится нацело на 24.
2. Докажите, что если  $p$  и  $q$  – простые числа, большие 3, то число  $p^2 - q^2$  делится нацело на 24.
3. Докажите, что число  $2^{10} + 5^{12}$  – составное.
4. Докажите, что число  $222^{333} + 333^{222}$  – составное.
5. Докажите, что число  $2015^{2015} - 1$  – делится на 2014.

6. Докажите, что сумма цифр десятичной записи числа  $n$  равна сумме цифр десятичной записи числа  $2n$ , то число  $n$  делится на 9. Верно ли обратное утверждение?
7. Докажите, что для любого целого  $n$  число  $n^3 + 2n$  делится на 3.
8. Докажите, что в последовательности 11, 111, 1111, 11111, ... нет числа, являющимся квадратом натурального.

#### Типовые примеры практических заданий для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Докажите, что все числа вида 16, 1156, 111556, 11115556, ... являются полными квадратами.
2. Докажите, что при любом натуральном значении  $n$  числа  $3n + 5$  и  $5n + 8$  взаимно просты.
3. Запишите число 0,11(7) в виде обыкновенной дроби.
4. Докажите, что числа  $\sqrt[3]{2}$  и  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  – иррациональные.
5. Решите уравнение  $3x - 4y = 1$  в целых числах.
6. Докажите, что уравнение  $x^2 + 1 = 3y$  не имеет решений в целых числах.
7. Перед каждым из чисел 14, 15, ..., 20 и 6, 7, ..., 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?
8. Найдите все пары натуральных чисел  $m \leq n$  разной четности, удовлетворяющие уравнению  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{12}$ .
9. Составление задачных конструкций для учащихся 5-7 классов общеобразовательной школы.
10. ЕГЭ по математике и теория чисел.
11. Олимпиадные задачи для учащихся.
12. Кодовое число человека миф или реальность?

#### Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПКР-4

*В каждом задании следует выбрать все правильные варианты ответов из четырёх предложенных.*

1. За исходный элемент построения кольца целых чисел  $\mathbf{Z}$  принимают:
  - 1) пару целых чисел; 2) пару натуральных чисел;
  - 3) упорядоченную пару целых чисел; 4) упорядоченную пару натуральных чисел.
2. Суммой двух упорядоченных пар целых чисел является:
  - 1)  $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$ ; 2)  $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ ;
  - 3)  $(a, b) + (c, d) = (ac + bd, ad)$ ; 4)  $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, ac)$ .
3. Поле комплексных чисел  $\mathbf{C}$  это:
  - 1) минимальное поле, содержащее поле рациональных чисел  $\mathbf{Q}$ ;
  - 2) поле, содержащее поле действительных чисел  $\mathbf{R}$ ;
  - 3) минимальное поле, содержащее поле действительных чисел и элемент  $i$ , такой, что  $i^2 = -1$ ;
  - 4) поле, содержащее кольцо целых чисел  $\mathbf{Z}$ .
4. На множестве  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  заданы бинарные отношения. Из них отношениями эквивалентности являются:
  - 1)  $\rho_1 = \{(2, 2), (4, 4), (1, 2), (3, 4)\}$ ; 2)  $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ ;
  - 3)  $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2)\}$ ; 4)  $\rho_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4)\}$ .

5. Из указанных множеств с данными операциями группами являются:

- 1)  $\langle N, + \rangle$ ; 2)  $\langle Z, + \rangle$ ; 3)  $\langle 2Z, - \rangle$ ; 4)  $\langle A, + \rangle$ , где  $A = \{0, 1\}$ .

6. Пусть  $*$  – бинарная операция на множестве натуральных чисел  $a * b = \text{НОД}(a, b)$ .

Справедливы следующие утверждения:

- 1)  $*$  – коммутативна; 2)  $*$  – ассоциативна;  
3) существует нейтральный элемент; 4)  $*$  – обратима.

7. Из данных чисел целыми являются 1)  $-\frac{7}{2}$ ; 2)  $\sqrt[3]{3}$ ; 3)  $\lg 1$ ; 4)  $\pi$ .

8. Число  $\frac{1}{13}$  обращается в десятичную дробь

- 1) конечную; 2) бесконечную непериодическую;  
3) бесконечную чисто периодическую; 4) бесконечную смешанную периодическую.

9. Тригонометрическая форма комплексного числа  $(\sqrt{3} - i)$  имеет вид:

- 1)  $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$ ; 2)  $2\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ ;  
3)  $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ ; 4)  $\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$ .

10. Уравнение  $x^4 - 16 = 0$  в поле комплексных чисел  $C$  имеет корни:

- 1)  $-2; 2$  2)  $-2, 2, 2i, -2i$ ; 3)  $i, -i, 1, -1$ ; 4)  $1 - i, 1 + i, 2, -2$ .

11. За исходный элемент построения поля рациональных чисел  $Q$  принимают:

- 1) упорядоченную пару целых чисел; 2) пару рациональных чисел;  
3) пару целых чисел; 4) упорядоченную пару натуральных чисел.

12. Произведением упорядоченных пар натуральных чисел является:

- 1)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd)$ ; 2)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac + bd, ad)$ ;  
3)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac + bd, bd)$ ; 4)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac + bd, ad + bc)$ .

13. Поле рациональных чисел  $Q$  это:

- 1) минимальное поле, содержащее натуральные числа;  
2) минимальное кольцо, содержащее целые числа;  
3) поле, содержащее кольцо целых чисел;  
4) минимальное поле, содержащее кольцо целых чисел.

14. На множестве  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  заданы бинарные отношения. Из них отношениями эквивалентности являются:

- 1)  $\rho_1 = \{(1, 1), (2, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (4, 5), (5, 6), (6, 4)\}$ ;  
2)  $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), (5, 4), (4, 6)\}$ ;  
3)  $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 6), (6, 4), (3, 4), (4, 3)\}$ ;  
4)  $\rho_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (1, 2), (2, 1)\}$ .

15. Из указанных алгебр группами являются:

- 1)  $\langle 2Z, \cdot \rangle$ ; 2)  $\langle N, + \rangle$ ; 3)  $\langle Z, - \rangle$ ; 4)  $\langle mZ, + \rangle$ .

16. Пусть  $*$  – бинарная операция на множестве натуральных чисел:  
 $a * b = \text{НОК}(a, b)$ . Справедливы следующие утверждения:

- 1) \* – коммутативна; 2) \* – ассоциативна;  
 3) имеется нейтральный элемент; 4) \* – обратима.  
 17. Из данных чисел действительными являются:

1)  $-5$ ; 2)  $\frac{2}{3}$ ; 3)  $\sqrt[5]{2}$ ; 4)  $\lg 0,7$  ?

18. Число  $\frac{1}{26}$  обращается в десятичную дробь

- 1) конечную; 2) бесконечную чисто периодическую;  
 3) бесконечную непериодическую; 4) бесконечную смешанную периодическую.  
 19. Тригонометрическая форма комплексного числа  $(-1-i)$  имеет вид:

1)  $\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ ; 2)  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ ;  
 3)  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$ ; 4)  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ .

**для оценки сформированности компетенции ПКР-5**

20. Уравнение  $x^4 - 4 = 0$  в поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$  имеет корни:

1)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, i, -i$ ; 2)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ ;  
 3)  $2, -2, 2i, -2i$ ; 4)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ .

21. Сумма двух упорядоченных пар натуральных чисел является:

1)  $(a, b) + (c, d) = (ac - bd, ad)$ ; 2)  $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ ;  
 3)  $(a, b) + (c, d) = (a + d, d + c)$ ; 4)  $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$ .

22. Кольцо целых чисел  $\mathbb{Z}$  это:

- 1) кольцо, содержащее множество натуральных чисел;  
 2) кольцо, содержащее группу целых чисел;  
 3) минимальное кольцо, содержащее множество натуральных чисел;  
 4) минимальное поле, содержащее рациональные числа.

23. Исходным элементом построения поля комплексных чисел  $\mathbb{C}$  является:

- 1) упорядоченная пара натуральных чисел;  
 2) упорядоченная пара рациональных чисел;  
 3) упорядоченная пара комплексных чисел;  
 4) упорядоченная пара действительных чисел.

24. На множестве  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  заданы бинарные отношения. Из них отношениями эквивалентности являются:

1)  $\rho_1 = \{(3, 3), (3, 4), (5, 3), (1, 1), (2, 2)\}$ ;  
 2)  $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 4), (4, 5)\}$ ;  
 3)  $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ ;  
 4)  $\rho_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (5, 3)\}$ .

25. Пусть \* – бинарная операция на множестве целых чисел:  $a * b = a + b - 2ab$ .  
 Справедливы следующие утверждения:

- 1) \* – коммутативна; 2) \* – ассоциативна;  
 3) существует нейтральный элемент; 4) \* – обратима.

26. Из указанных множеств с данными операциями группами являются:

1)  $\langle B, \cdot \rangle$ , где  $B = \{0, 1\}$ ; 2)  $\langle 3\mathbb{Z}, + \rangle$ ; 3)  $\langle \mathbb{Q}_+, \cdot \rangle$ ; 4)  $\langle A, + \rangle$ , где  $A = \{-1, 1, 2\}$ .

27. Из данных чисел рациональными являются

1) 6; 2)  $-10$ ; 3)  $\arcsin 0$ ; 4)  $2 + i$ .

28. Число  $\frac{1}{640}$  обращается в десятичную дробь:

1) бесконечную; 2) бесконечную чисто периодическую;  
3) бесконечную смешанную периодическую; 4) конечную.

29. Тригонометрическая форма комплексного числа  $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  имеет вид:

1)  $\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$ ; 2)  $\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}$ ;

3)  $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ; 4)  $2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ .

30. Если  $z = 1$ , то в поле комплексных чисел  $\sqrt[4]{z}$  следующие:

1) 1;  $-1$  2)  $1, -1, i, -i$ ; 3) 1; 4)  $1, -1, 2, -2$ .

31. Исходным элементом построения поля действительных чисел  $\mathbb{R}$  является:

1) упорядоченная пара рациональных чисел;  
2) фундаментальная последовательность рациональных чисел;  
3) фундаментальная последовательность целых чисел;  
4) упорядоченная пара целых чисел.

32. Произведением упорядоченных пар целых чисел является:

1)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ ; 2)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac + bd, ad)$ ;  
3)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ad, bc)$ ; 4)  $(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd)$ .

33. Поле действительных чисел  $\mathbb{R}$  это:

1) непрерывное поле, содержащее поле рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ ;  
2) минимальное поле, содержащее поле рациональных чисел;  
3) поле, содержащее кольцо целых чисел  $\mathbb{Z}$ ;  
4) минимальное поле, содержащее натуральные числа.

34. На множестве  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$  заданы бинарные отношения. Из них отношениями эквивалентности являются:

1)  $\rho_1 = \{(-1, 1), (1, 1), (0, 1), (2, 2)\}$ ;

2)  $\rho_2 = \{(-1, 0), (0, 1), (2, 2), (0, 0), (-1, 1), (1, 1)\}$ ;

3)  $\rho_3 = \{(-1, -1), (2, 2), (0, 0), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$ ;

4)  $\rho_4 = \{(-1, -1), (2, 2), (-1, 2), (2, 1), (0, 1), (1, 0)\}$ .

35. Из указанных алгебр группами являются:

31)  $\langle m\mathbb{Z}, \cdot \rangle$ ; 2)  $\langle \mathbb{Z}, \cdot \rangle$ ; 3)  $\langle A, \cdot \rangle$ , где  $A = \{0, 1\}$ ; 4)  $\langle \mathbb{Q}, + \rangle$ .

36. Пусть  $*$  – бинарная операция на множестве целых чисел  $\mathbb{Z}$ :  $a * b = \frac{a+b}{2}$ .

Справедливы следующие утверждения:

1)  $*$  – ассоциативна; 2)  $*$  – коммутативна;  
3) существует нейтральный элемент; 4)  $*$  – обратима.

37. Из данных чисел рациональными являются

1) 25; 2)  $-\frac{7}{5}$ ; 3)  $\sqrt{7}$ ; 4)  $\operatorname{ctg} 45^\circ$

38. Число  $\frac{1}{128}$  обращается в десятичную дробь:

- 1) конечную; 2) бесконечную смешанную периодическую;  
3) бесконечную; 4) бесконечную чисто периодическую.

39. Тригонометрическая форма комплексного числа  $(-2 + 2i)$  имеет вид:

1)  $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ; 2)  $\sqrt{8}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ ;  
3)  $\sqrt{8}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ; 4)  $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ .

40. Уравнение  $x^6 - 1 = 0$  имеет в поле комплексных чисел следующие корни:

1)  $1; -1; 1 - i\sqrt{3}; 1 + i\sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}$ ; 2)  $1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$ ;

3)  $1, -1, -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ ; 4)  $1; -1$ .

#### Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
1.	Аксиомы натуральных чисел. Принцип математической индукции.	ПКР-4
2.	Сложение натуральных чисел. Существование и единственность сложения.	ПКР-4
3.	Сложение натуральных чисел. Свойства сложения.	ПКР-4
4.	Умножение натуральных чисел. Существование и единственность умножения.	ПКР-4
5.	Умножение натуральных чисел. Свойства умножения.	ПКР-4
6.	Отношение порядка на множестве натуральных чисел.	ПКР-4
7.	Непротиворечивость, полнота и независимость аксиоматики натуральных чисел.	ПКР-4
8.	Кольцо целых чисел. Представление целого числа в виде разности натуральных чисел.	ПКР-4
9.	Построение кольца целых чисел. Разбиение на классы эквивалентности множества разностей натуральных чисел.	ПКР-4
10.	Кольцо классов $Z_0$ и изоморфизм $Z_0$ и $Z$ .	ПКР-4
11.	Кольцо целых чисел. Свойства целых чисел.	ПКР-4
12.	Поле рациональных чисел. Представление рационального числа в виде частного целых чисел.	ПКР-4
13.	Построение поля рациональных чисел. Разбиение на классы эквивалентности множества частных целых чисел.	ПКР-4
14.	Поле рациональных чисел. Свойства рациональных чисел.	ПКР-4
15.	Поле классов $Q_0$ . Изоморфизм $Q_0$ и $Q$ .	ПКР-4
16.	Отношение длин отрезков. Определение поля действительных чисел.	ПКР-4
17.	Сумма и произведение фундаментальных последовательностей.	ПКР-4
18.	Архимедовски расположенное поле.	ПКР-4
19.	Построение поля действительных чисел.	ПКР-4
20.	Извлечение корня из положительного действительного числа.	ПКР-4
21.	Поле комплексных чисел. Представление комплексного числа в виде $a+bi$ .	ПКР-4
22.	Построение поля комплексных чисел.	ПКР-4
23.	Алгебраическая форма комплексного числа.	ПКР-5

24.	Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.	ПКР-5
25.	Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.	ПКР-5
26.	Извлечение корня из комплексного числа.	ПКР-5
27.	Алгебры над полем действительных чисел. Кватернионы.	ПКР-4
28.	Тело кватернионов, как расширения поля комплексных чисел.	ПКР-4
29.	Теорема о коммутативных алгебрах с делением.	ПКР-4
30.	Теорема Фробениуса.	ПКР-4
31.	Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление целых чисел без остатка.	ПКР-5
32.	Деление целых чисел с остатком.	ПКР-5
33.	НОД целых чисел. Алгоритм Евклида.	ПКР-5
34.	НОД нескольких целых чисел и способ его нахождения.	ПКР-5
35.	Взаимно простые числа. Теоремы 1 – 4.	ПКР-5
36.	Взаимно простые числа. Теоремы 5-8.	ПКР-5
37.	НОК целых чисел. Формула для нахождения НОК двух чисел. Свойства НОК.	ПКР-5
38.	НОК нескольких целых чисел.	ПКР-5
39.	Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.	ПКР-5
40.	Представление натуральных чисел в виде произведения простых множителей.	ПКР-5
41.	Каноническое представление натуральных чисел. НОД и НОК целых чисел, представленных в каноническом виде.	ПКР-5
42.	Число и сумма натуральных делителей.	ПКР-4
43.	Систематические числа. Перевод из одной системы счисления в другую.	ПКР-4
44.	Систематические числа. Сложение и умножение чисел в произвольной системе счисления.	ПКР-4
45.	Конечные цепные дроби. Представление рационального числа конечной цепной дробью.	ПКР-5
46.	Подходящие дроби. Теоремы 1 – 3 о подходящих дробях.	ПКР-4
47.	Подходящие дроби. Теоремы 4 – 6 о подходящих дробях.	ПКР-4
48.	Представление действительных чисел цепными дробями. Предел подходящих дробей.	ПКР-4
49.	Подходящие дроби бесконечной цепной дроби. Теоремы 2 – 4.	ПКР-4
50.	Сравнения. Свойства сравнений.	ПКР-4
51.	Полная система вычетов.	ПКР-4
52.	Приведенная система вычетов.	ПКР-4
53.	Функция Эйлера. Теоремы о вычислении функции Эйлера.	ПКР-4
54.	Теоремы Эйлера и Ферма.	ПКР-4
55.	Многочленные сравнения.	ПКР-4
56.	Сравнения первой степени. Теоремы 1 и 2.	ПКР-4
57.	Сравнения первой степени. Теоремы 3,4.	ПКР-4
58.	Порядок числа по данному модулю. Свойства порядков.	ПКР-4
59.	Первообразные корни. Практический прием нахождения порядка числа.	ПКР-4
60.	Индексы числа по простому модулю. Свойства индексов.	ПКР-4
61.	Вычеты степени $n$ по простому модулю.	ПКР-4
62.	Квадратичные вычеты по простому модулю $p > 2$ .	ПКР-4
63.	Арифметическое приложение теории сравнений. Признаки делимости.	ПКР-5
64.	Арифметическое приложение теории сравнений. Определение длины периода дроби.	ПКР-5

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Ларин, С. В. Числовые системы : учебное пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 177 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05548-1// ЭБС "Юрайт": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <http://www.urait.ru/catalog/409775>



2. Смолин Ю.Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю.Н Смолин. — М. : Издательство ФЛИНТА, 2016. — 112 с.— ISBN 978-5-9765-0794-4// ЭБС "Лань": [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/84194#authors>

**б) дополнительная литература:**

1. Математика и информатика:[учебно-метод.пособие] / сост.: С.А.Атрощенко, Л.Ю.Нестерова, Е.А.Первушкина; АФ ННГУ. – Арзамас: АФ ННГУ, 2014.

Ч.1: Математика: Алгебра и геометрия. – 2014. – 79 с.

Ч.2: Математика:математический анализ и теория вероятностей. – 2014. – 92 с.

Ч.3: Современные информационные технологии. – 2014. – 89 с.

**в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

***Профессиональные базы данных и информационные справочные системы***

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)

***Свободно распространяемое программное обеспечение:***

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

***Электронные библиотечные системы и библиотеки:***

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт"<http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znaniium" <http://znaniium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ [www.lib.unn.ru/](http://www.lib.unn.ru/)

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: [lib.arz.unn.ru](http://lib.arz.unn.ru)

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: ноутбук, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа дисциплины «Теория чисел и числовые системы» составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования (ОС ННГУ) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата) (приказ ННГУ от 17.05.2023 года № 06.49-04-0214/23)

Автор(ы):

Кандидат педагогических  
наук, доцент

С.В. Миронова

Рецензент (ы):

Кандидат педагогических  
наук, доцент

Нестерова Л.Ю.

Кафедра математики, физики и информатики

д.п.н., доцент

Фролов И.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.2023 года, протокол № 5

Председатель МК  
к.п.н., доцент

факультета естественных и математических наук

Володин А.М.

П.6. а) СОГЛАСОВАНО:

Заведующий библиотекой

Федосеева Т.А.