

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ

протокол от  
«        »        20\_\_ г.

**Рабочая программа дисциплины**

Векторный и тензорный анализ

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
03.03.02 - Физика

---

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная физика

---

Форма обучения  
очная

---

Нижний Новгород

2021 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.06, Векторный и тензорный анализ относится к обязательной части ОПОП направления подготовки 03.03.02 Физика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Знания: ОПК-1.2: Умения: ОПК-1.3: Навыки:	ОПК-1.1: Знать основы классической дифференциальной геометрии кривых и поверхностей; основные методы вычисления многомерных интегралов; основные теоремы классического векторного анализа (теоремы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса); законы преобразования векторных и тензорных полей при заменах координат, использовании координатных систем в вычислениях с производными и интегралами; элементы теории дифференциальных форм (понятие формы; операции с формами – внешнее произведение и внешнее дифференцирование; интегрирование форм по поверхностям); формулировку теоремы Стокса для дифференциальных форм; основы теории ковариантного дифференцирования (понятие о параллельности векторных и тензорных полей; объект связности и ковариантные	Собеседование и задачи (практические задания)

		<p>производные векторных полей и 1-форм; дифференциальные уравнения параллельного переноса; геодезические кривые).</p> <p>ОПК-1.2: Уметь вычислять геометрические характеристики кривых и поверхностей; вычислять многомерные интегралы, в том числе с использованием теоремы о замене переменных; применять классические теоремы векторного анализа для вычисления криволинейных, поверхностных и объемных интегралов; вычислять простейшие интегралы от дифференциальных форм в том числе с применением теоремы Стокса; вычислять ковариантные производные тензорных полей в простейших случаях; находить геодезические кривые на основных двумерных поверхностях (плоскость, сфера, конус).</p> <p>ОПК-1.3: Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.</p>	
--	--	---	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>62</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b>

	ЭКЗАМЕН
--	---------

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	очная	очная	очная	очная	очная	очная
Тема 1. Введение. Обзор теории метрических пространств	14	4	4	0	8	6
Тема 2. Теория кривых и поверхностей	14	4	4	0	8	6
Тема 3. Гладкие кривые и поверхности	12	2	4	0	6	6
Тема 4. Мера Жордана и интеграл Римана	12	2	4	0	6	6
Тема 5. Классический векторный анализ	16	4	6	0	10	6
Тема 6. Тензорные поля, криволинейные координаты и основные тензорные операции	16	4	6	0	10	6
Тема 7. Метрический тензор	16	4	6	0	10	6
Тема 8. Формы и интегрирование. Теорема Стокса	12	2	4	0	6	6
Тема 9. Ковариантное дифференцирование и параллельный перенос	12	2	4	0	6	6
Тема 10. Математические основы Гамильтоновой механики	18	4	6	0	10	8
Аттестация	36					
КСР	2				2	
Итого	180	32	48	0	82	62

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 6 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие	Уровень	Минимальн	Уровень	Уровень	Уровень	Уровень

	знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	о допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

### Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

- 1) Кривые в  $R^n$  Геометрия кривых в  $R^3$ . Формулы Френе.
- 2) Длина кривой. Криволинейные интегралы I-ого рода.
- 3) Векторные поля и криволинейные интегралы II-ого рода.
- 4) Поверхности в  $R^n$ . Длина кривой на поверхности и первая квадратичная форма.
- 5) Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизны плоских сечений, главные кривизны, средняя и Гауссова кривизна.
- 6) Мера Жордана: конструкция и основные свойства.
- 7) Интеграл Римана в  $R^n$ . Критерии интегрируемости.
- 8) Сведение кратных интегралов к повторным. Теорема Фубини.
- 9) Замена переменных в кратных интегралах.
- 10) Несобственные кратные интегралы.
- 11) Ориентация векторного пространства и поверхности.
- 12) Формула Грина. Потенциальные векторные поля.
- 13) Площадь поверхности и поверхностный интеграл I-ого рода.
- 14) Поверхностные интегралы II-ого рода.
- 15) Классический векторный анализ. Оператор Гамильтона  $\nabla$ .
- 16) Операции  $div$  и  $rot$ , оператор Лапласа. Правило стрелок
- 17) Теорема Остроградского-Гаусса.
- 18) Теорема Стокса.

- 19) Потенциальные и соленоидальные векторные поля в  $\mathbb{R}^3$ .
- 20) Касательные векторы в точке  $\mathbb{R}^n$ . Касательное и кокасательное пространство.
- 21) Тензорные поля в  $\mathbb{R}^n$ .
- 22) Операции над тензорами. Метрический тензор. Поднятие и опускание индексов.
- 23) Метрический тензор. Длина кривых, геодезические.
- 24) Метрический тензор и поверхностные интегралы первого рода.
- 25) Дифференциальные формы. Интегрирование форм.
- 26) Внешний дифференциал и формула Стокса. Точные и замкнутые формы.
- 27) Ковариантное дифференцирование. Параллельный перенос, геодезические.
- 28) Кривизна связности.
- 29) Метрический тензор и связность Леви-Чивитта.
- 30) Замкнутые 2-формы и скобка Пуассона.

**Типовые задачи для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:**

#### Задача 1

Метрический тензор в области  $\Omega = \{(x, y), y > 0\} \in \mathbb{R}^2$  имеет вид  $g_{ik} = \frac{1}{y^2} \delta_{ik}$ .

Докажите, что дуги окружностей с центрами на прямой  $y=0$  являются геодезическими связности Леви-Чивитта этой метрики.

#### Задача 2

Найти в произвольной точке Гауссову и среднюю кривизну поверхности  $\Sigma = \{(x^2 + y^2 + z^2 + p^2)^2 = q^2(x^2 + y^2)\} \subset \mathbb{R}^3$ ,  $0 < 2p < q$ .

#### Задача 3

Найти массу сферического слоя  $\{a^2 < x^2 + y^2 + z^2 < 4a^2\}$ , если плотность в каждой точке пропорциональна квадрату расстояния до прямой  $x = y = z$ , а максимальное значение плотности равно  $\gamma$ .

#### Задача 4

Найти электростатический потенциал однородно заряженного шара в произвольной точке пространства.

#### Задача 5

Найти кривизну и кручение траектории точечной заряженной частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях.

#### Задача 6

Найти геодезические кривые на двумерном торе.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

- 1) В.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. Современная геометрия. М.: Наука, 1979. -759 с. – 93 экз.
- 2) А.В.Погорелов. Дифференциальная геометрия. Харьков, 1967. - 176 с. – 32 экз.
- 3) Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. М., Наука, 1984, - 592 с. – 132 экз.



б) дополнительная литература:

- 1) Кратные интегралы и ряды [Электронный ресурс]: Учебник / Будак Б.М., Фомин С.В. - 3-е изд., - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103008.html>
- 2) Задачи по дифференциальной геометрии [Электронный ресурс] / Розендорн Э.Р. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108218.html>
- 3) Лекции по дифференциальной геометрии. [Электронный ресурс] / Сизый С. В. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922107426.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1) Малышев А.И., Максимова Г.М. Основы векторного и тензорного анализа для физиков. Электронное учебно-методическое пособие ННГУ. <http://window.edu.ru/resource/324/79324/files/VT A4phys.pdf>
- 2) Научно-образовательный сайт MechMath. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека. Дифференциальная геометрия и тензорный анализ. <http://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=difgeometry>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: Для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Медведев Т.В.

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии  
ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.