

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «16» июня 2021 г. № 8

Рабочая программа дисциплины

**Дискретная математика**

Уровень высшего образования

**Специалитет**

Направление подготовки

**01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

Направленность образовательной программы

**Фундаментальная механика и приложения**

Форма обучения

**очная**

Нижний Новгород  
2021

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.14 «Дискретная математика» относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.14, «Дискретная математика» относится к обязательной части ООП, специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. ОПК-1.2. Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. ОПК-1.3. Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики.	Знать основные понятия и важнейшие факты из комбинаторики, теории графов, булевой алгебры. Уметь решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи теории множеств и анализа графов. Уметь выполнять преобразования между различными формами представления дискретных объектов. Владеть навыками построения доказательств и проверки корректности рассуждений.	Собеседование, контрольные работы, тесты

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ

Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	22
Промежуточная аттестация – экзамен	36

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				ятельная работа обучаю щегося
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Множества	10	2	4		6	4
2. Отношения	12	4	4		8	4
3. Комбинаторика	17	4	8		12	5
4. Графы	15	3	7		10	5
5. Алгебра логики	16	3	9		12	4
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация — экзамен	36					
Итого	108	16	32		50	22

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

**1. Множества.** Понятие множества. Конечные и бесконечные множества. Мощность конечного множества. Подмножество. Число подмножеств конечного множества. Характеристический вектор. Объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность множеств. Основные тождества в алгебре множеств. Диаграмма Венна. Декартово произведение множеств. Мультимножества.

**2. Отношения.** Бинарное отношение на множестве. Граф отношения. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Разбиение множества. Теорема о факторизации. Классы эквивалентности. Отношение порядка. Линейный и частичный порядок. Диаграмма Хассе. Отношения между множествами. Функциональные отношения. Инъекции, сюръекции, биекции. Многочестные отношения.

**3. Комбинаторика.** Правила равенства, суммы и произведения. Упорядоченные и неупорядоченные наборы с повторениями и без повторений. Перестановки. Правило последовательного выбора. Размещения. Сочетания, бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Упорядоченные разбиения. Сочетания с повторениями.

Формула включений-исключений. Линейные рекуррентные уравнения первого и второго порядка.

**4. Графы.** Понятие графа, типы графов. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Число графов. Специальные графы. Подграф. Изоморфизм. Инварианты. Пути, циклы, связность. Расстояния и метрические характеристики. Эйлеровы циклы и пути. Деревья, основные свойства. Код Прюфера. Двудольные графы. Теорема Кёнига. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (без доказательства).

**5. Алгебра логики.** Основные операции логики высказываний. Формулы. Тавтологическая истинность. Основные тождества. Нормальные формы.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа включает выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением, изучение литературы и проработку теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика: учебное пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. [http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alekseev.pdf)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

сти	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	п
	Не зачтено		Зачтено				
Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уров
Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными негрубыми недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Прод	Прод
Отсутствие владения	При решении стандартных задач не	Имеется минимальный набор	Продemonстрированы базовые навыки при	Продemonстрированы базовые навыки при	Продemonстрированы базовые навыки при	Продemonстрированы базовые навыки при	Прод

материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	решении стандартных задач с некоторыми недочетами	решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	нестандартных задач без ошибок и недочетов.	решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
--	---	--	---	---	---	---

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Вопросы к экзамену (ОПК-1)

1. Операции над множествами. Основные законы алгебры множеств. Прямое произведение множеств. Число подмножеств конечного множества.
2. Бинарное отношение, его граф. Основные свойства отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации.
3. Отношение порядка. Линейный и частичный порядки. Диаграмма Хассе.
4. Функции. Область определения и область значения функции. Инъекции, сюръекции, биекции.
5. Правила равенства, суммы и произведения. Перестановки. Размещения и сочетания без повторов, их количество.
6. Размещения и сочетания с повторениями, их количество.
7. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
8. Число упорядоченных разбиений конечного множества с заданными размерами частей. Полиномиальная теорема.
9. Формула включений-исключений.

10. Однородные и неоднородные линейные рекуррентные уравнения первого порядка.
11. Однородные линейные рекуррентные уравнения второго порядка. Формула Бине.
12. Понятие графа и подграфа. Смежность, инцидентность, степень вершины. Лемма о рукопожатиях. Способы задания графов.
13. Число графов. Изоморфизм. Инварианты.
14. Пути и циклы в графах. Связность и компоненты. Теорема о существовании цикла.
15. Расстояния в графах. Метрические характеристики графов. Теорема о диаметре и радиусе.
16. Эйлеровы циклы.
17. Деревья, их свойства. Теорема о центре дерева.
18. Двудольные графы. Теорема Кёнига.
19. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности.
20. Логические операции. Основные тождества алгебры логики.
21. Нормальные формы.

### 5.2.2. Задачи для проверки компетенции ОПК-1

1. Даны множества  $A = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $B = \{a,b,c\}$ ,  $C = \{4,5,6\}$ ,  $D = \{b,c,d\}$ . Найти  $|(A \times B) - (C \times D)|$ .
2. Найдите число отношений эквивалентности на множестве из 5 элементов, имеющих ровно 3 класса эквивалентности.
3. Найдите число отношений порядка на множестве из 4 элементов, имеющих наибольший и наименьший элементы.
4. Найдите число рефлексивных и антисимметричных отношений на множестве из 4 элементов.
5. Найти число ребер в диаграмме Хассе а) отношения включения на семействе множеств  $\{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,4\}, \{1,2,3\}\}$ ; б) отношения делимости на множестве чисел  $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ .
6. Выяснить, является ли равенство  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$  тождеством.
7. Вершинами графа являются сочетания из четырех элементов по два. Две вершины смежны, если соответствующие сочетания имеют общий элемент. Этот граф 1) двудольный? 2) планарный? 3) имеет эйлеров цикл?
8. Вершинами графа являются сочетания из четырех элементов по два. Две вершины смежны, если соответствующие сочетания имеют общий элемент. Найти эксцентриситеты вершин, радиус, диаметр, центр этого графа.
9. Даны множество  $A$  и его подмножества  $B$  и  $C$ , причем  $|A - (B \cup C)| = 3$ ,  $|B \otimes C| = 5$ ,  $|B - C| = 4$ ,  $|B \cup C| = 7$ . Сколько имеется таких подмножеств  $X \subseteq A$ , что  $|X \cap B| = 2$ ,  $|X \cap (B \cup C)| = 3$ ?
10. Найти число слов длины 9 в алфавите, в которые буква входит 5 раз, а буква 1 раз.
11. Решить рекуррентное уравнение  $x_n = 2x_{n-1} + 3x_{n-2}$  с начальными значениями  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ .
12. Найти число подграфов графа  $K_{4,5}$ , изоморфных графу  $P_4$ .
13. Найдите число деревьев с 7 вершинами (с точностью до изоморфизма), имеющих диаметр 3.
14. В двудольном графе одна доля состоит из четырех вершин, из них одна имеет степень 2 и три – степень 3, а другая доля – из пяти вершин, среди которых есть две вершины степени 1, вершина степени 2 и вершина степени 4. Какова степень оставшейся вершины?
15. Какое наименьшее количество ребер нужно добавить к графу  $K'_{2,3}$ , чтобы получился граф, имеющий эйлеров цикл?

16. В дереве имеется 40 вершин степени 4, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?
17. Сколько существует помеченных двудольных графов, у которых в одной доле пять вершин, а в другой три, причем из этих трех вершин две имеют степень 4, а одна – степень 3?
18. Построить СДНФ и СКНФ для функции, заданной формулой  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3)$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика. Н. Новгород, ННГУ, 2017 г. Рег. № 1688.17.06.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alekseev.pdf).
2. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. – Н. Новгород: ННГУ, 2012. Рег. № 487.12.08.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf)

### б) Дополнительная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. — М.: Наука, 1977. — 368 с. 150 экз.
2. Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Функции алгебры логики в примерах и задачах. Н. Новгород: ННГУ, 2017. Рег. № 1434.17.14.  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Жильцова Л.П., Смирнова Т.Г. Основы теории графов и теории кодирования в примерах и задачах. Н. Новгород: ННГУ, 2017. Рег. № 1437.17.06.  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютером и проектором.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

Авторы: Ph.D., ст. преп. \_\_\_\_\_ Макаров Е.М.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. \_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.