

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

**Высшая школа общей и прикладной физики**

(факультет)

---

УТВЕРЖДАЮ:

Декан ВШОПФ \_\_\_\_\_ Е.Д. Господчиков

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

---

Уровень высшего образования

бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

03.03.02 Физика

---

Направленность образовательной программы

профиль: Фундаментальная физика

---

Квалификация (степень)

бакалавр

---

Форма обучения

очная

---

Нижегород

2019

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в модуль «Математика», который относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины, модули» ОПОП. Дисциплина является обязательной для освоения в пятом семестре третьего года обучения в бакалавриате.

**Целями освоения дисциплины являются:**

- математическое обеспечение общих и специальных физических и математических дисциплин;
- овладение студентами основными понятиями теории вероятностей и методами работы со статистическими данными;
- выработка у студентов культуры математического мышления;
- формирование у студентов общепрофессиональных и профессиональных компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 «Физика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<b>ОПК-2</b> способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (этап освоения – <b>завершающий</b> )	<i>З1 (ОПК-2) Знать</i> определения и свойства основных объектов теории вероятностей и математической статистики (частота событий, алгебра событий, свойства вероятностных мер, функции распределения случайных величин, выборочные характеристики и т.д.) и методы работы с ними. <i>У1 (ОПК-2) Уметь</i> применять полученные теоретические знания для решения основных задач теории вероятностей (комбинаторные задачи классической схемы, задачи на геометрические вероятности, преобразования случайных величин, вычисление статистических параметров случайных величин и т.д.). <i>В1 (ОПК-2) Владеть</i> навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.

## 3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, всего 108 часа, из которых 66 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 32 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия), 2 часа мероприятия промежуточной аттестации), 42 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

## Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего			
<u>Тема 1.</u> Аксиоматика Колмогорова	7	2	2		4	3
<u>Тема 2.</u> Основные вероятностные схемы	7	2	2		4	3
<u>Тема 3.</u> Свойства вероятности. Условная вероятность.	7	2	2		4	3
<u>Тема 4.</u> Случайные величины	7	2	2		4	3
<u>Тема 5.</u> Случайные векторы. Условные законы распределения.	7	2	2		4	3
<u>Тема 6.</u> Математическое ожидание	7	2	2		4	3
<u>Тема 7.</u> Моментные характеристики	7	2	2		4	3
<u>Тема 8.</u> Характеристические функции	7	2	2		4	3
<u>Тема 9.</u> Предельные теоремы теории вероятностей (закон больших чисел, центральная предельная теорема)	7	2	2		4	3
<u>Тема 10.</u> Основные понятия математической статистики	9	4	2		6	3
<u>Тема 11.</u> Оценивание статистических параметров	9	3	3		6	3
<u>Тема 12.</u> Проверка статистических гипотез	9	3	3		6	3
<u>Тема 13.</u> Введение в теорию случайных функций	9	3	3		6	3
<u>Тема 14.</u> Элементы случайного анализа	7	1	3		4	3
в т.ч.текущий контроль			8			
Промежуточная аттестация – <b>Дифференцированный зачет</b>					2	

Текущий контроль успеваемости осуществляется в виде решений и последующей проверки домашних контрольных работ, а также в рамках занятий практического и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций. Итоговый контроль осуществляется на дифференцируемом зачете.

#### **4. Образовательные технологии**

При изучении дисциплины используются современные образовательные технологии. Предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, тренинги по решению практических задач) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) по дисциплине проходит в форме лекций и практических занятий, а также в виде коллективных и индивидуальных консультаций. На занятиях лекционного типа используются мультимедийные средства поддержки образовательного процесса, часть занятий проводятся в виде лекций с проблемным изложением материала. На занятиях практического типа разбираются решения задач различной степени сложности, проводятся обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в данной области. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

Самостоятельная работа включает в себя выполнение домашних контрольных работ и теоретическую подготовку к занятиям по материалам лекций и рекомендованной литературе, приведенной в конце данной программы. Кроме того, студенты имеют возможность принимать участие в семинарах с представителями российских и зарубежных научных организаций, проводимых в Федеральном исследовательском центре Институт прикладной физики Российской академии наук.

Формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине является дифференцируемый зачет, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

#### **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента – неотъемлемая часть подготовки высококвалифицированного специалиста в соответствующей области. Ее цель – формирование у студентов способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, решение домашних контрольных работ с последующей проверкой навыков решения задач.

Проработка лекционного материала осуществляется еженедельно после проведения аудиторных занятий в рамках часов, отведенных студентам на самостоятельную работу. Кроме того, работа с лекционным и дополнительным материалом (рекомендованной литературой, приведенной в конце данной программы) проводится в период сессии при подготовке к зачету по дисциплине.

Выполнение домашних контрольных работ осуществляется еженедельно или раз в две недели в соответствии с графиком изучения соответствующего лекционного материала и проведения практических занятий по соответствующей тематике.

Задачи для выполнения самостоятельных контрольных работ по каждому разделу дисциплины составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка тестовых заданий. Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

**Типовые задачи**, предлагаемые студентам в качестве домашних контрольных работ:

Задача 1.

Два студента ВШОПФ, три студента РФ и четыре студента ИТММ наугад рассаживаются в три вагона метро. Для каждого пассажира вероятность оказаться в любом из вагонов одинакова. Найти вероятность следующих событий:

- а) три студента РФ окажутся в разных вагонах;
- б) два студента ВШОПФ окажутся в разных вагонах.

Задача 2

Из 25 вопросов, включенных в программу экзамена, студент подготовил 20. На экзамене студент наугад выбирает 5 вопросов из 25. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить правильно хотя бы на 3 вопроса.

Задача 3

Их десяти вариантов контрольной работы, написанных на отдельных карточках, преподаватель наугад выбирает восемь и раздает восьми студентам, сидящим в одном ряду. Найти вероятность следующих событий:

- а) варианты 1 и 2 останутся неиспользованными;
- б) варианты 1 и 2 достанутся сидящим рядом студентам
- в) будут распределены последовательные номера вариантов

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине,**

включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ОПК-2: способности использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«незачет»		«зачет»				
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<u>Знания</u> Знать определения и свойства основных объектов теории вероятностей и математической статистики (частота событий, алгебра событий, свойства вероятностных мер, функции распределения случайных	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полностью знания вследствие	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много грубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущест-	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

величин, выборочные характеристики и т.д.) и методы работы с ними.	вие отказа обучающегося от ответа			ошибок	венных ошибок		
<u>Умения</u> Уметь применять полученные теоретические знания для решения основных задач теории вероятностей (комбинаторные задачи классической схемы, задачи на геометрические вероятности, преобразования случайных величин, вычисление статистических параметров случайных величин и т.д.).	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными существенными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u> Владеть навыками решения задач, основываясь на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях и умениях.	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы творческий подход к решению нестандартных задач
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

## 6.2. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде дифференцируемого зачета, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Зачет проводится в устной форме. Устная часть зачета заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть дифференцированного зачета предусматривает решение двух задач по различным разделам курса.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	<p>Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит исчерпывающие, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение уверенно применять на практике приобретенные навыки, владение в полной мере методиками решения задач.</p> <p>100 %-ное выполнение контрольных заданий</p>
Отлично	<p>Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дает полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета; точно отвечает на дополнительные вопросы; приводит почти полные, аргументированные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных заданий на 90% и выше</p>
Очень хорошо	<p>Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями; неполно отвечает на дополнительные вопросы; приводит достаточно аргументированные и почти полные решения всех сформулированных в билете задач с незначительными недочетами; или исчерпывающее решение приводится только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена с заметными недочетами. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных заданий от 80 до 90%.</p>
Хорошо	<p>В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета с небольшими неточностями, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит почти полные решения всех сформулированных в билете задач с некоторыми недочетами; или исчерпывающее решение приведено только для одной из двух задач билета, а вторая задача решена со значительными погрешностями. Изложение решений и полученные ответы отличаются логической последовательностью, достаточной четкостью в выражении мыслей и не всегда полной обоснованностью выводов, демонстрирующих, в целом, знание общефизических и профессиональных дисциплин, умение применять на практике приобретенные навыки, владение основными методиками решения задач.</p> <p>Выполнение контрольных заданий от 70 до 80%.</p>
Удовлетворительно	<p>Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы; приводит неполные, слабо аргу-</p>

	ментированные решения всех сформулированных в билете задач. Изложение решений и полученные ответы не отличаются стройной логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, что говорит о не достаточно полном понимании общефизических и профессиональных дисциплин, умении применять на практике лишь некоторые приобретенные навыки, владении не всеми изученными методиками решения задач. Выполнение контрольных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора; приводит решения сформулированных в билете задач с грубыми недочетами, что говорит о недостатке знаний по общефизическим и профессиональным дисциплинам, отсутствии умения применять на практике приобретенные навыки, не владение методиками решения задач. Выполнение контрольных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы, демонстрирует полное непонимание сформулированных в билете задач. Выполнение контрольных заданий менее 20 %.

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

**Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:**

- индивидуальное собеседование,
- устные и/или письменные ответы на вопросы.

**Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:**

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающие одну или несколько задач.

По сложности ПКЗ разделяются на простые (стандартные) и комплексные задания. Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия, применяются для оценки умений. Комплексные задания (задания повышенной сложности) требуют поэтапного решения и развернутого ответа с применением нестандартных подходов к решению. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:**

- 1) Аксиомы Колмогорова.
- 2) Свойства вероятности, вытекающие из аксиом. Вероятность суммы событий.
- 3) Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

- 4) Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли).
- 5) Свойства функции распределения и плотности вероятности.
- 6) Распределения Гаусса, Пирсона, Фишера, Стьюдента.
- 7) Математическое ожидание случайной величины: дискретные и непрерывные распределения.
- 8) Свойства дисперсии и взаимного корреляционного момента.
- 9) Корреляционная матрица.
- 10) Свойства характеристической функции случайной величины и случайного вектора.
- 11) Закон больших чисел: теоремы Маркова, Чебышева, Бернулли, Колмогорова.
- 12) Центральная предельная теорема: теоремы Линдберга-Леви и Линдберга-Феллера.
- 13) Основные понятия математической статистики: вариационный и статистический ряды, гистограмма.
- 14) Точечные и интервальные оценки статистических параметров. Критерии качества оценок.
- 15) Методы моментов и максимального правдоподобия получения оценок.
- 16) Приближенный метод построения доверительного интервала для оценки математического ожидания.
- 17) Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов.
- 18) Критерии согласия. Критерий Колмогорова, хи-квадрат критерий.
- 19) Основные понятия теории случайных функций. Конечномерные распределения.
- 20) Пуассоновский и винеровский случайные процессы.
- 21) Элементы корреляционной теории: средне-квадратичная производная случайного процесса, стационарные в широком смысле процессы. Достаточные условия эргодичности процесса относительно математического ожидания.
- 22) Уравнение Колмогорова-Чепмена в теории Марковских процессов.

**Типовые задачи для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:**

Для оценки сформированности компетенции ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Задача 1

Система состоит из  $N$  одинаковых невзаимодействующих вырожденных двухуровневых частиц, т.е. каждая из частиц может с равной вероятностью находиться в одном из двух состояний, различающихся некоторым параметром  $p_i$ , который может принимать значения  $\pm 1$ . Для произвольной выборки из  $M$  частиц определить среднее значение и

дисперсию суммы:  $\sum_{i=1}^M p_i$ .

Задача 2

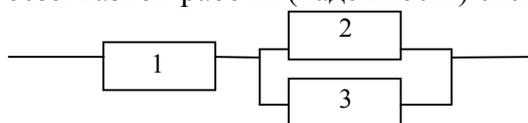
$N$  молекул идеального газа находятся в сосуде объемом  $V$ . Каждая молекула с равной вероятностью может находиться в любой точке сосуда. Определить вероятность того, что в каждую из выделенных частей сосуда с объемами  $V_1, V_2, \dots, V_k$  попадет соответственно  $n_1, n_2, \dots, n_k$  молекул. Считать, что выделенные части сосуда не перекрываются и не заполняют всего сосуда.

### Задача 3

Определить распределение вероятностей по скоростям  $\bar{u}$  относительного движения молекул идеального газа, считая, что одночастичное распределение по скоростям максвелловское:  $dP = (2\pi T/m)^{-3/2} \exp(-m\bar{v}^2/2T) d^3\bar{v}$ ,  $\bar{u} = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$ .

### Задача 4

Вероятность безотказной работы (надежность)  $i$ -го элемента электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, равна  $p_i$ :  $p_1 = 0.8, p_2 = 0.7, p_3 = 0.6$ . Найти вероятность безотказной работы (надежность) схемы.



### Задача 5

Вероятность того, что при трех независимых экспериментах будет достигнуто необходимое значение определенного параметра хотя бы один раз, равна 0,992. Найти математическое ожидание и дисперсию числа «успешных» экспериментов, если всего их будет проведено 20.

## 6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»**

а) основная литература:

- 1) *В.П. Чистяков*. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1982. -255 с. -43 экз.
- 2) *Б.В. Гнеденко*. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988. -466 с. -36 экз.
- 3) *Емельянов, Г.В.* Задачник по теории вероятностей и математической статистике. [Электронный ресурс] / Г.В. Емельянов, В.П. Скитович. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2007. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/141>

б) дополнительная литература:

- 1) *А.Н. Ширяев*. Вероятность. М.: Наука, 1980. -575 с. -28 экз.
- 2) Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: [для вузов]./Володин Б. Г., Свешников А. А., Ганин М. П., Динер И. Я. - М.: Наука, 1965. - 632 с. -32 экз.
- 3) *Буре, В.М.* Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс] / В.М. Буре, Е.М. Парилина. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/10249>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

- 1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
- 2) Яковлев В. П. Теория вероятностей и математическая статистика Дашков и К, 2012. -184 с. — Режим доступа: ЭБС «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785394016363.html>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению 03.03.02 «Физика», профиль «Фундаментальная физика».

Авторы \_\_\_\_\_ В.А. Зорин

Рецензент \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии факультета «Высшая школа общей и прикладной физики»

от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.

Председатель методической комиссии \_\_\_\_\_ А.М. Фейгин