

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
30.11.2022 №13

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и геометрия

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
09.03.03«Прикладная информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в области обработки данных

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
Очно-заочная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2021

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.07 Алгебра и геометрия относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</i>	<i>УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.</i>	<i>Знать понятия и утверждения дисциплины «Алгебра и геометрия»: 1) операции с целыми числами; 2) свойства простых чисел; 3) свойства делимости чисел; 4) понятие наибольшего общего делителя целых чисел; 5) основную теорему арифметики; 6) понятие комплексного числа, модуля и аргумента комплексного числа; 7) основные операции с комплексными числами: сложение, умножение, деление, возведение в целую степень, извлечение корней натуральной степени; 8) понятия числового кольца и поля; 9) понятие многочлена; 10) операции с многочленами: сложение, умножение, деление с остатком; 11) понятие наибольшего общего делителя многочленов; 12) понятие корня многочлена и значения многочлена в точке; 13) понятие кратности корня многочлена; 14) понятия неприводимого и приводимого многочлена; 15) теорема о разложении многочлена на неприводимые множители; 16) понятие производной многочлена; 17) основная теорема алгебры; 18) формулы Виета; 19) понятие интерполяционного многочлена; 20) теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами;</i>	<i>Собеседование Задача Контрольная работа</i>

		<p>21) понятие системы линейных уравнений;</p> <p>22) понятия матрицы, диагональной матрицы, единичной матрицы, треугольной матрицы;</p> <p>23) операции с матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц;</p> <p>24) свойства матричных операций;</p> <p>25) понятие перестановки и подстановки;</p> <p>26) понятие инверсии и четности перестановки и подстановки;</p> <p>27) комбинаторное определение определителя (детерминанта) матрицы;</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1) применять алгоритм Евклида и расширенный алгоритм Евклида для целых чисел и многочленов;</p> <p>2) выполнять операции с комплексными числами;</p> <p>3) выполнять операции с многочленами;</p> <p>4) выполнять операции с матрицами;</p> <p>5) находить общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса-Жордана;</p> <p>6) вычислять определители;</p> <p>7) вычислять обратную матрицу;</p> <p>8) решать матричные уравнения;</p> <p>9) проверять систему векторов на линейную зависимость;</p> <p>10) находить базу и ранг системы векторов;</p> <p>11) находить базис линейной оболочки;</p> <p>12) находить координаты вектора в базисе;</p> <p>13) находить матрицу перехода;</p> <p>14) находить базис суммы и пересечения подпространств;</p> <p>15) находить фундаментальную систему решений;</p> <p>16) находить задание линейной оболочки в виде системы линейных однородных уравнений.</p> <p>Владеть навыками применения методов и алгоритмов высшей алгебры для решения прикладных задач.</p>	
	<p>УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать понятия и утверждения дисциплины «Алгебра и геометрия»:</p> <p>1) свойства определителей;</p> <p>2) понятия подматрицы, минора, алгебраического дополнения;</p> <p>3) теорема Лапласа;</p> <p>4) понятие обратной матрицы;</p> <p>5) теорема о существовании обратной матрицы;</p> <p>6) правило Крамера;</p> <p>7) понятие линейного пространства</p>	<p>Собеседование Задача Контрольная работа</p>

		<p>и подпространства;</p> <p>8) примеры линейных пространств;</p> <p>9) понятия и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов;</p> <p>10) понятия линейной комбинации и линейной оболочки;</p> <p>11) понятие базы и ранга системы векторов;</p> <p>12) понятие базиса и размерности пространства;</p> <p>13) понятие координат вектора в базисе;</p> <p>14) понятие матрицы перехода от базиса к базису;</p> <p>15) теорема о замене;</p> <p>16) теорема о равносильности всех базисов конечномерного пространства;</p> <p>17) понятие столбцового, строчечного и минорного рангов матрицы;</p> <p>18) теорема о равенстве рангов матрицы;</p> <p>19) теорема о базисном миноре;</p> <p>20) теорема Кронекера-Капелли;</p> <p>21) понятие фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений;</p> <p>22) теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений;</p> <p>23) теорема о двух способах задания подпространств;</p> <p>24) понятия о сумме и пересечении подпространств.</p> <p>Уметь доказывать ранее изученные математические утверждения;</p> <p>проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;</p> <p>решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности;</p> <p>решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления;</p> <p>переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и использовать преимущества математической формулировки для их решения;</p> <p>переводить на математический язык проблемы среднего уровня сложности, поставленные в терминах других предметных областей, и использовать преимущества математической формулировки для их решения.</p> <p>Владеть различными методами и алгоритмами высшей алгебры (алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида,</p>	
--	--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

		метод Гаусса-Жордана, алгоритм нахождения рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами, методы вычисления определителей, методы вычисления обратной матрицы, алгоритм вычисления интерполяционного многочлена в форме Лагранжа, алгоритмы вычисления ранга матрицы, методы нахождения базисов суммы и пересечения подпространств).	
	УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.		
	ОПК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.		

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	94
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем	Всего	В том числе
--------------------------------------------------	-------	-------------

дисциплины	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Целые числа. Делимость. НОД. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Сравнимость целых чисел по заданному модулю. Классы вычетов (сравнений). Арифметика вычетов.	17	3	2	0	5	12
Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней. Числовые кольца и поля	21	5	2	0	7	14
Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые множители. Производная многочлена. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел. Формулы Виета. Интерполяционный многочлен. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Рациональные корни многочлена. Признак Эйзенштейна неприводимости.	21	5	2	0	7	14
Матрицы и системы линейных уравнений. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса-Жордана их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Операции с матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матрицы на матрицу, транспонирование матрицы) и их свойства.	20	4	4	0	8	12
Определитель (детерминант) матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Теорема об умножении определителей.	21	5	2	0	7	14
Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем F , пространство матриц над полем F , пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при замене базиса, матрица перехода. Изоморфизм линейных пространств. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.	21	5	2	0	7	14

Теория систем линейных уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Два способа задания линейного подпространства, фундаментальная система решений системы линейных уравнений. Размерность пространства решений системы линейных однородных уравнений.	21	5	2	0	7	14
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен, зачет	36					
Итого	180	32	16	0	52	94

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа проходит в форме

- Выполнение домашних практических заданий.
- Чтение методической и научной литературы.
- Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.
- Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета или экзамена.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено			Зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минималь-	При решении стандартных	Продемонстрированы	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все	Продемонстрированы все

	ных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
<ol style="list-style-type: none"> 1. Дайте определение простого числа. 2. Дайте определение наибольшего общего делителя двух целых чисел. 3. Дайте определение делимости целых чисел. 4. Что такое комплексное число? 5. Как изобразить комплексное число на плоскости? 6. Дайте определения модуля и аргумента комплексного числа. 7. Сколько существует корней степени n из комплексного числа? 8. Приведите примеры числовых колец. 9. Приведите примеры числовых полей. 10. Приведите пример числового кольца, не являющегося полем. 11. Каков смысл неравенства треугольника для комплексных чисел? 12. Дайте определение многочлена. 13. Дайте определение неприводимого многочлена. 14. Приведите примеры приводимых и неприводимых многочленов над полями рациональных, вещественных и комплексных чисел. 15. Как связаны коэффициенты многочлена с его корнями? 16. Сколько комплексных корней существует у многочлена степени n? 17. Верно ли, что если многочлен неприводим над Z, то он неприводим над Q? 18. При каком условии многочлен делится на $x-a$? 19. Чему равен остаток от деления многочлена на $x-a$? 20. Верно ли, что если число является корнем производной многочлена, то это число является корнем самого многочлена? 21. Что называется кратностью корня многочлена? 22. Как найти рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами? 23. Что такое матрица? 24. Какие алгебраические операции с матрицами можно выполнять? 25. При каком условии можно умножить две матрицы? 26. При каком условии существуют оба произведения матриц AB и BA? 27. Приведите пример квадратных матриц A и B, чтобы AB не равнялось BA. 28. Можно ли умножить столбец на строку? 29. Можно ли умножить строку на столбец? 30. Что такое транспонирование матрицы? 31. Что такое нулевая, диагональная и единичная матрицы? 32. Что такое верхне-треугольная и нижне-треугольная матрицы? 33. Что такое частное решение системы линейных уравнений? 34. В чем заключается метод Гаусса-Жордана? 35. Приведите пример системы линейных уравнений, имеющей бесконечное множество решений. 36. Дайте определение перестановки и подстановки. 37. Что такое инверсия перестановки? 38. Какие перестановки называются четными и нечетными? 39. Что такое транспозиция перестановки? 40. Чему равно число перестановок на n-элементном множестве? 41. Дайте комбинаторное определение определителя матрицы. 42. Сколько слагаемых содержит определитель матрицы порядка n? 43. Сформулируйте теорему Лапласа. 	УК-1

<p>44. Что такое минор матрицы?</p> <p>45. Дайте определение алгебраического дополнения.</p> <p>46. Дайте определение обратной матрицы.</p> <p>47. При каком условии существует обратная матрица?</p> <p>48. Как найти обратную матрицу?</p> <p>49. Сформулируйте правило Крамера.</p> <p>50. Сформулируйте теорему об умножении определителей.</p>	
<p>1. Понятие линейного пространства и подпространства.</p> <p>2. Примеры линейных пространств.</p> <p>3. Понятия и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов.</p> <p>4. Понятия линейной комбинации и линейной оболочки.</p> <p>5. Понятие базы и ранга системы векторов.</p> <p>6. Понятие базиса и размерности пространства.</p> <p>7. Понятие координат вектора в базисе.</p> <p>8. Понятие матрицы перехода от базиса к базису.</p> <p>9. Теорема о замене.</p> <p>10. Теорема о равносильности всех базисов конечномерного пространства.</p> <p>11. Понятие столбцового, строчечного и минорного рангов матрицы.</p> <p>12. Теорема о равенстве рангов матрицы.</p> <p>13. Теорема о базисном миноре.</p> <p>14. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>15. Понятие фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений.</p> <p>16. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений.</p> <p>17. Теорема о двух способах задания подпространств.</p> <p>18. Понятия о сумме и пересечении подпространств</p>	ОПК-1

5.2.2. Типовые контрольные работы для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вариант № 1

1. Вычислить $\frac{(2-i)^2(1+3i)}{3-2i}$.
2. Представить в тригонометрической форме и изобразить на плоскости число $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}i$.
3. Решить уравнение $x^2 - (3-2i)x + 5 - i = 0$.
4. Решить систему уравнений $\begin{cases} (1-i)a - 3ib = -4 - 3i \\ 2a - (3+3i)b = 11 - i \end{cases}$ в комплексных числах.
5. Вычислить $\sqrt[4]{16 - 16\sqrt{3}i}$.

Вариант № 1

1. Разложить многочлен $2x^4 - x^3 + 5x - 3$ по степеням $x + 1$.
2. Найти наибольший общий делитель и коэффициенты Безу для многочленов $x^2 - x + 3$ и $x^2 + x + 1$.

3. Найти интерполяционный многочлен в форме Лагранжа по таблице интерполяции

X	0	1	2	3
Y	-1	-1	1	11

4. Найти все рациональные корни многочлена $24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6$ и определить их кратности.

5. Многочлен $x^6 - 9x^2$ разложить на неприводимые множители над полями \mathbb{Q} , \mathbb{R} и \mathbb{C} .

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции УК-1

Задача 1. Найти НОД(134,78) и его линейное представление.

Задача 2. Вычислить $\frac{3-4i}{1+2i}$ и изобразить на комплексной плоскости результат.

Задача 3. Найти все значения корня $\sqrt[3]{-8i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) *основная литература:*

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. - М.: Физматлит, 2009. – 312 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2109> - Загл. с экрана.

2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. – СПб.: Лань, 2013. - 432 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30198> — Загл. с экрана.

3. Беклемишева Л. А., Беклемишев Д.В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. – СПб.: Лань, 2017. - 496 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/72575> - Загл. с экрана.

б) *дополнительная литература:*

1. Икрамов, Х.Д. Задачник по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2006. — 320 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/165> — Загл. с экрана.

2. Проскураков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529> — Загл. с экрана.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в

электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению (профилю) **09.03.03 Прикладная информатика**

Автор _____ Сидоров С.В.

Рецензент

Заведующий кафедрой _____ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

07.12.2022 года, протокол №4