

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Матросов В.В.

« 29 » июня 2020 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.В.ДВ.01.01 Теория вероятностей и
математическая статистика

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Системы подвижной цифровой защищенной связи

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2020

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам по выбору Блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» с направленностью программы «Системы подвижной цифровой защищенной связи». Дисциплина предназначена для освоения в 4 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», согласно ФГОС ВО, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Теория функций комплексного переменного».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся математического анализа, студенты владеют основами аналитической геометрии и линейной алгебры.

Целями освоения дисциплины являются:

- знать основные алгоритмы решения задач теории вероятностей и математической статистики; методы статистического описания случайных событий и случайных величин;
- уметь применять теорию вероятностей и математическую статистику к решению инженерных задач, определять вероятности прогнозируемых событий, оценивать статистические параметры случайных величин;
- иметь представление о роли вероятностных и статистических методов в теоретических и прикладных расчетах будущих специалистов в области радиофизики и радиоэлектроники.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
<i>ПК-2:</i> способность формулировать задачи, планировать и проводить исследования, в том числе эксперименты и математическое моделирование, объектов, явлений и процессов телекоммуникационных систем, включая обработку и оценку	<i>З1 (ПК-2): Знать</i> подходы к формулировке задач, планированию и проведению исследований. <i>У1 (ПК-2): Уметь</i> формулировать задачи, планировать и проводить исследования. <i>В1 (ПК-2): Владеть</i> опытом формулировки задач, планирования и проведения исследований.

достоверности их результатов.	
Уровень освоения – базовый.	

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых 50 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа, в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости, 2 часа – мероприятия промежуточной аттестации), 94 часа составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1 Основные понятия теории вероятностей	48	10	6		16	32
Тема 2 Теория случайных величин	62	14	6		20	42
Тема 3 Элементы математической статистики	32	8	4		12	20
В т.ч.текущий контроль	2		2		2	
Промежуточная аттестация: экзамен						

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций используемые на занятиях лекционного типа:

- лекции с проблемным изложением учебного материала;
- лекции с детальным объяснением нового материала и его связи с уже пройденным материалом;

используемые на занятиях практического типа:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности,
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольной работы.

На лекциях раскрываются следующие основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу: понятие случайного события, относительная частота появления случайного события, свойство статистической устойчивости, статистическое определение вероятности случайного события, схема шансов, геометрическое исчисление вероятностей, задача Бюффона, диаграммы Эйлера-Венна, элементы комбинаторики, алгебра событий, элементарное, достоверное и невозможное события, объединение и пересечение событий, минимальная алгебра событий, свойство счетной аддитивности вероятностной функции, алгебра Бореля, условные вероятности, теорема умножения вероятностей, независимые события, теорема сложения вероятностей, теорема сложения для независимых и несовместных событий, закон де Моргана, формула полной вероятности, формула Байеса, интегральная функция распределения вероятностей, дискретные и непрерывные случайные величины, плотность вероятностей, понятие статистического усреднения, среднее и дисперсия, моменты и центральные моменты случайных величин, среднее от функции случайной величины, геометрическое и гипергеометрическое распределения, схема независимых испытаний Бернулли, биномиальное распределение, интегральная и дифференциальная теоремы Муавра-Лапласа, закон больших чисел, закон редких событий, распределение Пуассона, экспоненциальное распределение моментов появления случайных событий, преобразования плотностей вероятностей при нелинейном преобразовании случайных величин, случаи монотонных, немонотонных и разрывных функций, многомерные функции распределения, свойство согласованности, условные плотности вероятностей, независимые случайные величины, вероятностное распределение функции нескольких случайных величин, распределение суммы, произведения и частного случайных величин, хи-квадрат распределение, распределение Стюдента, понятие характеристической функции, свойство положительной определенности, асимметрия и эксцесс, центральная предельная теорема, гауссовы совокупности, многомерная характеристическая функция гауссовой совокупности, двумерное гауссово распределение, эллипс рассеяния, условные гауссовы распределения; постановка задачи прогнозирования, среднеквадратичная ошибка линейного прогнозирования, корреляционная матрица, коэффициент корреляции, некоррелированность и статистическая независимость, выборочный метод, понятия выборки, выборочного пространства, статистики, статистические критерии, проверка простой и сложной гипотез, критерии для проверки гипотез о параметрах нормального и биномиального распределений, точечная и интервальная оценки статистического параметра, точечные оценки среднего значения и дисперсии случайной величины, понятия несмещенной, состоятельной и эффективной оценок параметров, приближенный и точный методы построения доверительных интервалов для среднего, доверительные интервалы для нормального распределения.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Вероятностное пространство. Классический и геометрический способы задания вероятностей.

2. Независимость. Условная вероятность.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема независимых испытаний.
4. Случайные величины.
5. Моментные характеристики случайных величин.
6. Случайный вектор.
7. Распределение функций от случайных величин.

Формой **итогового контроля** знаний студентов по дисциплине является экзамен, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольной работе по теме «Теория вероятностей», а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемыми дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Теория функций комплексного переменного».

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

- 6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ПК-2: способность формулировать задачи, планировать и проводить исследования, в том числе эксперименты и математическое моделирование, объектов, явлений и процессов телекоммуникационных систем, включая обработку и оценку достоверности их результатов (базовый уровень).

Индикаторы компетен	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»

ции		ельно»	»				
<u>Знания</u> <i>Знать</i> подходы к формулировке задач, планированию и проведению исследований.	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний теоретического материала ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающий программу подготовки
<u>Умения</u> <i>Уметь</i> формулировать задачи, планировать и проводить исследования.	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки..	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме..	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов.
<u>Навыки</u> <i>Владеть</i> опытом формулировки задач, планирования и проведения исследований.	Отсутствие опыта владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы творческий подход к решению нестандартных задач
Шкала	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

оценок по проценту правильно выполнен ных контрольн ых заданий							
---	--	--	--	--	--	--	--

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме и заключается в ответе студента, после предварительной подготовки, на теоретические вопросы по курсу и представлении решения практических задач с последующим их обоснованием.

Превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями
Отлично	Подготовка с некоторыми ошибками, уровень которой существенно выше среднего
Очень хорошо	В целом хорошая подготовка с рядом заметных ошибок, принципиально не искажающих суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Хорошо	Хорошая подготовка с заметными ошибками, частично искажающими суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
Не удовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания.
Плохо	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания сути задачи (проблемы)

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные опросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов).

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- письменные и устные ответы на теоретические вопросы,

- решение практических задач.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Список вопросов по теории к экзамену (для оценки сформированности знаний компетенции ПК-2)

1. Теоремы об экспериментах без возвращения и с учётом порядка, без возвращения и без учёта порядка, с возвращением и с учётом порядка.
2. Теорема об эксперименте с возвращением и без учёта порядка.
3. Пространство элементарных событий, события и операции над ними.
4. Алгебра событий, σ -алгебра событий.
5. Лемма о пересечении счётного набора событий и её следствие.
6. Вероятность, вероятностное пространство и леммы о свойствах вероятности.
7. Статистическое и классическое определения вероятности.
8. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.
9. Парадокс Бертрана.
10. Условная вероятность, формула вычисления условной вероятности, теоремы умножения для двух и более событий.
11. Лемма о взаимности. Независимые события и критерий независимости событий. Лемма о независимости пар противоположных событий. Независимые в совокупности события и тетраэдр Бернштейна.
12. Формула полной вероятности и формула Байеса.
13. Схема и формула Бернулли, биномиальное распределение.
14. Теорема о максимуме биномиальной функции распределения. Геометрическое распределение.
15. Схема независимых испытаний с несколькими исходами и теорема о вероятности в этой схеме.
16. Случайная величина, функция распределения и её свойства.
17. Абсолютно непрерывные случайные величины, плотность вероятности и её свойства. Теорема о свойствах абсолютно непрерывных случайных величин.
18. 1-я и 2-я теоремы о плотности вероятности функции от одной случайной величины.
19. Случайные векторы. Лемма о связи плотности вероятности и функции совместного распределения. Лемма о независимости случайных величин. Теорема о свойствах функции совместного распределения.

20. Лемма о функции распределения функции двух случайных величин. Леммы о сумме, произведении и частного.
21. Лемма о свёртке.
22. Математическое ожидание и теорема о математическом ожидании функции от случайной величины.
23. Теорема о свойствах математического ожидания.
24. Дисперсия, лемма о её свойствах и теорема о вычислении.
25. Теорема о дисперсии суммы двух независимых случайных величин.
26. Лемма о математическом ожидании и дисперсии распределения Бернулли.
27. Лемма о математическом ожидании и дисперсии биномиального распределения.
28. Лемма о математическом ожидании и дисперсии геометрического распределения.
29. Ковариация, лемма о её свойствах и теорема о дисперсии линейной комбинации.
30. Коэффициент корреляции и теорема о его свойствах.
31. Неравенство Маркова и его следствие.
32. Обобщённое неравенство Маркова. Неравенство Бьенеме-Чебышёва.
33. Законы больших чисел. Закон больших чисел в форме Чебышёва.
34. Закон больших чисел в форме Хинчина и Бернулли.
35. Распределение Пуассона и предельная теорема Пуассона.
36. Локальная теорема Муавра и интегральная теорема Муавра-Лапласа.
37. Характеристическая функция и её свойства.
38. Леммы об n -ой производной характеристической функции и её разложении в ряд Тейлора.
39. Вычисление характеристических функций распределений Бернулли и Пуассона, биномиального и нормального распределений.
40. Центральная предельная теорема (ЦПТ) в классической форме и её следствие.
41. Сферическое нормальное распределение. Теоремы о плотностях вероятности χ - и χ^2 -распределений. Распределение Стюдента.
42. Цепи Маркова и две теоремы о матрицах перехода.

Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ПК-2)

1. Студент выучил первые 17 вопросов из 20 вопросов, заданные к зачёту. Вопрос для ответа на зачёте выбирается наудачу. Рассмотрим два события: $A = \{\text{выбран выученный вопрос}\}$, $B = \{\text{выбран вопрос из второй половины списка}\}$. Найти условную вероятность $P(A | B)$.
2. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Какова вероятность, что шар чёрный?
3. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, а во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Шар, взятый из второй урны, оказался белым. Какова вероятность того, что из первой урны переложили 2 чёрных шара?

4. Найти характеристическую функцию случайной величины, принимающей три значения 1, 2, 3 с вероятностями $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ соответственно.
5. Случайная величина принимает равновероятные значения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Найти её математическое ожидание и дисперсию.
6. Из партии в 10 изделий, среди которых 1 бракованное, выбраны 3 изделия. Построить ряд и функцию распределения числа бракованных изделий в этой выборке.
7. Два стрелка сделали по одному выстрелу в общую мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,7. В мишени оказалась одна пробоина. Какова вероятность того, что попал первый стрелок?
8. Невеста обронила обручальное кольцо диаметром 2 см на клетчатую скатерть со стороной клетки 5 см. Какова вероятность того, что кольцо охватит вершину каких-нибудь четырёх клеток?
9. Точку A бросают внутрь круга радиуса R . Найти плотность вероятности и математическое ожидание случайной величины ξ , равной расстоянию от точки A до центра круга, считая равновозможным попадание точки в любое место круга.
10. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^3 + 2$.
11. Случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.
12. Случайная точка (ξ, η) распределена равномерно в единичном круге с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины $\varsigma = \frac{\eta}{\xi}$.
13. В урне лежат 3 белых и 7 красных шара. Какова вероятность, что два вынутых шара будут разного цвета?
14. Дана двумерная функция распределения $F_{\xi, \eta}(x, y) = \sin x \sin y$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ и $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$. Найти вероятность попадания случайной точки (ξ, η) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $y = \frac{\pi}{6}$, $y = \frac{\pi}{2}$.
15. Случайный вектор (ξ, η) равномерно распределён внутри круга радиуса R с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины ξ .

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. № 55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 г. № 247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зубков А. М., Севастьянов Б. А. - Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989. - 317, [2] с. (587 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=62148>)
2. Гнеденко Б. В. - Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1988. - 466, [1] с. (694 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=63465>)

б) дополнительная литература:

1. Шильман С. В., Конышева В. М. - Курс теории вероятностей: учеб. пособие. - Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1998. - 154, [1] с. (132 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=32949>)
2. Боровков А. А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1986. - 431 с. (89 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=63461>)
3. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1982. - 255 с. (70 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=480552>)
4. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с. (35 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=435799>)
5. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982. - 255 с. (14 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=61698>)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обучения студентов названной дисциплине имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем» с направленностью программы «Системы подвижной цифровой защищенной связи».

Автор _____ Галкин О.Е.

Рецензент (ы) _____ Демин И.Ю.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «25» июня 2020 года, протокол № 03/20 .