МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет   
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Теория вероятностей, случайные процессы |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **баклавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.01** «Математика» |

Профиль подготовки

|  |
| --- |
| Математика (общий профиль) |

Квалификация выпускника

|  |
| --- |
| **бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очная** |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина «Теория вероятностей. Случайные процессы» относится к базовой части «Дисциплины, модули» ОПОП по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» (Б1.Б.16 – базовая часть). Дисциплина обязательна для освоения в 4 и 6 семестрах.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Теория вероятностей. Случайные процессы», согласно учебному плану, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия». Кроме того, в 5 семестре студенты должны освоить курс «Математическая статистика».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств, теория функций, линейная алгебра.

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей. Случайные процессы» являются овладение известными идеями и методами разработки вероятностных моделей, алгоритмами математического и численного анализа.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| *ОПК1*  Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  *(начальный и базовый этап)* | ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК1) Уметь использовать фундаментальные знания в области математического анализа, дискретной математики для анализа вероятностных моделей реальных случайных экспериментов* |
| *ПК2*  Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики  (начальный и базовый этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК2) Студент должен знать:*  *1) основные понятия теории вероятностей*  *2) основные теоремы исчисления вероятностей*  *3) понятие одномерной случайной величины и ее закона распределения*  *4) понятие случайного процесса*  *5) понятие конечномерного распределения случайного процесса*  *6) числовые характеристики случайных процессов*  *7) аналитические свойства траекторий случайных процессов*  *8) интегрирование случайных процессов*  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК2) Уметь:*  *1) строить вероятностные модели простых случайных экспериментов*  *2) решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе*  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-2) Владеть набором типовых моделей случайных экспериментов, применяемых для решения естественнонаучных задач* |

1. **Структура и содержание дисциплины «Теория вероятностей»**

Объем дисциплины составляет 6 зачетных единицы, всего 216 часов, из которых 96 часа составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

31 часов занятия лекционного типа,

62 часов практические работы

3 часа промежуточной аттестации

120 часов самостоятельной работы студентов (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

Содержание дисциплины

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** | | |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Лабораторные работы** |  | **Всего**  **контактных часов** | **СРС** |  | **Всего**  **СРС** |
| Случайные события. Вероятностное пространство .свойства вероятностной меры. Способы задания вероятностной меры. | 22 | 4 | 6 |  |  | 10 | 12 |  | 12 |
| Уловная вероятность. Формулы умножения, сложения, полной вероятности, Байеса. Независимые события. Примеры. | 18 | 2 | 6 |  |  | 8 | 10 |  | 10 |
| Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Понятие о теореме Муавра – Лапласа. Применения. | 22 | 4 | 6 |  |  | 10 | 12 |  | 12 |
| Дискретные случайные величины. Распределения: Биномиальное, Пуассоновское, геометрическое распределение, отрицательно- биномиальное. | 18 | 2 | 6 |  |  | 8 | 10 |  | 10 |
| Общее определение случайных величин. Функция распределения случайных величин, ее свойства. Понятие о теоремах Лебега. Типы распределений. Абсолютно непрерывные с.в. Плотность распределения с.в., ее свойства. Примеры распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, гамма распределение. | 27 | 4 | 8 |  |  | 12 | 15 |  | 15 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация в 4 семестре: Зачет**. | | | | | | | | | |
| Основные определения теории случайных процессов. Примеры процессов: Гальтона-Ватсона ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, процесс восстановлния, уравнение восстановления для функции восстановления, Процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов. | 16 | 2 | 3 |  |  | 5 | 11 |  | 11 |
| Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы. | 16 | 2 | 3 |  |  | 5 | 11 |  | 11 |
| Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры. | 20 | 2 | 8 |  |  | 10 | 10 |  | 10 |
| Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов . Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры применения Разложение в среднем квадр. процессов. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление стационарных процессов. | 20 | 2 | 8 |  |  | 10 | 10 |  | 10 |
| Интеграл Ито, дифференциал Ито. Формула замены переменных Ито. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито. Примеры применений уравнений Ито. Понятие о фильтрации Каллмана - Бьюси, применение интегралов в задачах финансовой математики. | 15 | 2 | 4 |  |  | 6 | 9 |  | 9 |
| Применения и некоторые свойства мартингалов. | 19 | 5 | 4 |  |  | 9 | 10 |  | 10 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация в 6 семестре: Экзамен** | | | | | | | | | |

1. **Образовательные технологии**

Основной формой обучения является лекционная. При самостоятельной работе и подготовке к зачету студенты имеют доступ к материалам курса (библиотечные ресурсы).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**
   1. **Виды самостоятельной работы студентов:**– проработка лекционного материала;  
      – выполнение домашних заданий.  
      – подготовка к промежуточной аттестации.
   2. **Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов  
      Литература:**

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

2. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:
   1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

*Оценка уровня формирования компетенции ОПК‐1*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| Уметь  У1(ОПК1) | Отсутствует способность решения стандартных задач. | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок при решении стандартных задач. | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с погрешностями.  . | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Уметь** У1 в полном объеме. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |

Оценка компетенции ПК2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Индикаторы компетенции** | **Критерии оценивания  (дескрипторы)** | **Шкала оценивания** |
| Знать: З1(ПК2)  Уметь: У1(ПК2)  Владеть: В1(ПК1) | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале,наличие грубых ошибок при решении стандартных задач,отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Неудовлетворительно» |
| **Знать** некоторые основные понятия и теории вероятностей. **Уметь** У1 с погрешностями. **Владеть** некоторыми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях  . | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Знать** большинство основных понятий теории вероятностей и случайных процессов. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Знать** понятия изучаемой области. **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. **Владеть** всеми основными навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях | Очень хороший уровень  формирования компетенции  «Очень хорошо» |
| **Знать** основной материал, предусмотренный компетенцией, без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1 в полном объеме. **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. **Уметь**У1 в полном объеме.Свободно **Владеть** всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях. | Превосходный уровень  формирования компетенции  «Превосходно» |

**Карта компетенций для оценивания умений и навыков**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Индикаторы  компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | | | | | | |
| «плохо» | «неудовлетворительно» | «удовлетворительно» | «хорошо» | «очень хорошо» | «отлично» | «превосходно» |
| Умения  У1(ОПК1), У1(ПК2) | отсутствует способность решения стандартных задач | наличие грубых ошибок при решении стандартных задач | способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками | способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями | способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей | Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач | способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач |
| Навыки  В1(ПК2), | полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией | отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией | наличие минимально необходимого множества навыков | наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях | наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях |

* 1. Описание шкал оценивания

Для оценивания результатов «Теория вероятностей. Случайные процессы» учебной деятельности студентов при изучении дисциплины используется балльная система оценки учебной работы студентов. По результатам итоговой аттестации проставляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

* 1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- собеседование

- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- задачи (практические задания);

- решение практических задач экзаменационного билета.

* 1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**6.4.1. Примеры домашних заданий для оценки компетенции ОПК-1**

*Задача 1*. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 1/10. Каковы вероятности того что сообщение из 10 знаков *а*) не будет искажено; *б*) содержит ровно 3 искажения; *в*) содержит не более трех искажений.

*Задача 2*. Найти вероятность того что в 2*n* испытаниях схемы Бернулли с вероятностью успеха *p* и неудачи *q*  1  *p* появятся *m**n* успехов и все испытания с четными номерами закончатся успехом.

*Задача 3*. Пусть **E**(*X*(*t*1) – **E***X*(*t*1)) (*X*(*t*2) – **E***X*(*t*2)) = (1 + (*t*1 – *t*2)2)–1. Найти ковариационную функцию процесса *Y*(*t*) = exp{–*t*2}*X*(*t*) + sin(2*t*).

*Задача 4.* Для Пуассоновского однородного процесса *N*(*t*) с **E***N*(*t*) = λ*t* найти ковариационную функцию *K*(*t*, *s*) = **E**(*X*(*t*) – **E***X*(*t*)) (*X*(*s*) – **E***X*(*s*)), где*X*(*t*) = (–1)*N*(*t*).

**6.4.2. Примеры домашних заданий для оценки компетенции ПК-2**

Задача 1. На пяти карточках написаны цифры от 1 до 5. Опыт состоит в случайном выборе трех карточек и раскладывании их в порядке появления в ряд слева направо. Найти вероятности следующих событий: A = {появится число 123}, B ={появится число, не содержащее цифры 3}.

**6.4.3. Вопросы к зачету**

1. Сформулируйте аксиомы выбора элементарных исходов.
2. Докажите основные свойства операций над случайными событиями
3. Сформулируйте классическое определение вероятности
4. Сформулируйте геометрическое определение вероятности.
5. Сформулируйте определение условной вероятности.
6. Докажите теорему умножения вероятностей для двух исходов.
7. Докажите теорему умножения для *n* событий (*n*  3)
8. Дайте определение независимости двух событий
9. Докажите теорему сложения вероятностей для двух событий
10. Дайте определение независимости *n* событий (*n*  3)
11. Докажите формулу Бернулли.
12. Сформулируйте и докажите теорему Пуассона.

**6.4.4. Вопросы к экзамену**

1. Случайные события. Операции над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий.
2. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры.
3. Способы задания вероятностной меры.
4. Условная вероятность. Теоремы умножения. Независимость событий.
5. Основные теоремы о вероятностях: теорема сложения, формула полной вероятности
6. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
7. Схема независимых испытаний Бернулли. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа.
8. Типовые дискретные случайные величины
9. Типовые непрерывные случайные величины
10. Общее определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.
11. Случайные процесс и его конечномерные распределения. Теорема Колмогорова
12. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы
13. Непрерывность траекторий случайного процесса. Критерии, примеры
14. Дифференцируемость траектории случайного процесса. Критерии, примеры.
15. Интегрирование в среднем квадратичном случайного процесса. Критерии интегрируемости. Примеры
16. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление случайных процессов
17. Определение и свойства интеграла Ито
18. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито

**Критерии оценок при проверке решений практических задач и выполнения лабораторных работ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Зачтено** | Большинство задач решено, возможно, с использованием наводящих указаний преподавателя |
| **Не зачтено** | Не смотря на наводящие указания преподавателя, большинство задач не решено или решено неверно |

**Критерии оценок:**

|  |  |
| --- | --- |
| Зачтено | Знание теоретического курса в минимальном объеме, с умением решать задачи |
| Незачтено | Незнание основных теоретических фактов и методов решения задач. Необходима существенная дополнительная подготовка |

**Критерии оценок на экзамене:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Превосходно** | Очень высокий уровень подготовки без погрешностей |
| **Отлично** | Высокий уровень подготовки без ошибок и погрешностей |
| **Очень хорошо** | Подготовка выше среднего с незначительными погрешностями |
| **Хорошо** | Средний уровень подготовки, но с заметными погрешностями |
| **Удовлетворительно** | Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям с негрубыми ошибками |
| **Неудовлетворительно** | Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания, делает грубые ошибки |
| **Плохо** | Подготовка совершенно недостаточная |

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014. <http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Имеются в наличии учебные  
аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий  
семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего  
контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для  
самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с  
возможностью подключения к сети «Интернет».

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 010301 «Математика»

Автор к. ф. – м. наук, доцент В.А. Зорин

Программа одобрена на заседании кафедры программной инженерии Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.П. Гергель

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.