

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением президиума Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«16» июня 2021 г. № 8

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Численные методы**

---

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

---

Направление подготовки / специальность

**09.03.04 Программная инженерия**

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

---

Направленность образовательной программы

**Разработка программно-информационных систем**

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

---

Форма обучения

очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

---

Нижний Новгород  
2021

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.В.26. Численные методы относится к обязательной части ООП направления подготовки <b>09.03.04. Программная инженерия.</b>

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
<b>ОПК1</b>  Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. моделирования.	Знать основные понятия, модели, алгоритмы и теоретические положения курса «Численные методы». Основные методы и принципы математического моделирования, численного анализа и программирования, определение погрешности вычислений и ее составные компоненты; основные понятия и факты из теории приближения функций (интерполяция, элемент наилучшего приближения)	Собеседование
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и проектирования	Уметь генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе и в междисциплинарных областях. строить алгоритмы по используемым методам; анализировать погрешности вычисления; осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения	Собеседование  Практическое задание
	ОПК-1.3.  Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть основными методами научных исследований. Навыками проведения научного эксперимента. Основными методами обработки данных с помощью программных комплексов.	Собеседование  Практическое задание

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>66</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины*	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа, часы из них				Самост. работа студента, часы
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего	
<b>1. Введение</b> Предмет дисциплины. Классификация задач вычислительной математики. Обзор основных разделов курса. Некоторые вопросы истории предмета и примеры.	6	4			4	2
<b>2. Основы теории погрешности</b> Понятие абсолютной и относительной погрешностей действительного числа, понятие значащей и верной цифр, погрешности арифметических операций. Погрешность вычислений. Основные ее компоненты.	12	4	4		8	4
<b>3. Основы теории приближений</b> Общая постановка задачи приближения Общая постановка задачи приближения как задачи поиска элемента наилучшего приближения. Задачи интерполяции. Интерполяционный полином Лагранжа, погрешность интерполяции. Разделенные разности, определение, свойства, интерполяционный полином Ньютона (вперед, назад). Интерполяция с равноотстоящими узлами. Уменьшение погрешности интерполирования.	14	4	4		8	6
<b>4. Сплайн-функция.</b> Определение. Свойства. Построение интерполяционного сплайна 3-го порядка. Решение трехдиагональных систем линейных уравнений. Погрешность приближения. Наилучшие среднеквадратичные приближения.	14	4	4		8	6
<b>5. Численное интегрирование.</b> Формулы Ньютона-Котеса. Интегрирование функций многих	14	4	4		8	6

переменных						
<b>6. Решение нелинейных уравнений с одной переменной.</b> Постановка задачи отыскания решения нелинейного уравнения с одной переменной. Отделение корней. Итерационные методы деление отрезка пополам, хорд и касательных.	14	4	4		8	6
<b>7. Численные методы линейной алгебры</b> Решение линейных систем уравнений. Точные методы. Методы Гаусса, вращений, квадратного корня Итерационные методы. Методы простой итерации, Зейделя, верхней релаксации. Сходимость.	16	4	6		10	6
<b>8. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.</b> Методы типа Рунге-Кутты, Погрешность одношаговых методов.. Методы типа предиктор-корректор.	16	4	6		10	6
Текущий контроль (КСР)	2				2	
<b>Промежуточная аттестация - экзамен</b>	<b>36</b>					
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>66</b>	<b>42</b>

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: математическое моделирование

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 6 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

практических навыков в соответствии с профилем ОП:

- Формирование требований к информатизации и автоматизации прикладных процессов, формализация предметной области проекта;
- компетенций – ОПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Численные методы»**

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к лекциям, выполнения домашних практических заданий, подготовке к экзамену и семинарским занятиям.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Численные методы, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6863>) , созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),**

включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Общая постановка задач вычислительной математики. Погрешность вычислений и ее части.	ОПК1
2. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Определение и нахождение погрешности арифметических операций. Понятие верной и значащей цифр.	ОПК1
3. Общая постановка задачи приближенного вычисления функции.	ОПК1
4. Интерполяционный полином Лагранжа. Равноотстоящий и неравноотстоящий случаи расположения узлов. Схема Эйткена.	ОПК1
5. Разделенные разности. Определение, свойства, примеры.	ОПК1
6. Интерполяционный полином Ньютона. Неравноотстоящий случай расположения узлов.	ОПК1
7. Конечные разности. Определение, свойства, примеры.	ОПК1
8. Интерполяционные полиномы Ньютона, Гаусса, Стирлинга, Бесселя.	ОПК1
9. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения.	ОПК1
10. Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия	ОПК1

сходимости.	
11. Интерполяция с кратными узлами. Полином Эрмита.	ОПК1
12. Сплайн-функции. Определение, свойства. Примеры.	ОПК1
13. Сплайн-интерполяция. Построение для различных краевых условий.	ОПК1
14. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность. Некорректность задачи численного дифференцирования.	ОПК1
15. Задача численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы.	ОПК1
16. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Примеры.	ОПК1
17. Уточнение квадратурных формул. Правило Рунге.	ОПК1
18. Квадратурные формулы Гаусса.	ОПК1
19. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.	ОПК1
20. Интегрирование функций многих переменных. Кубатурные формулы.	ОПК1
21. Метод Монте-Карло интегрирования функций многих переменных.	ОПК1
22. Метод прогонки для трех диагональных систем.	ОПК1
23. Частичная проблема собственных значений. Метод итераций.	ОПК1
24. Частичная проблема собственных значений. Метод исчерпывания.	ОПК1
25. Приведение матриц к квазитреугольному виду.	ОПК1
26. QR, QL - алгоритмы	ОПК1
27. Задача Коши. Простейшие методы решения. Примеры.	ОПК1
28. Методы типа Рунге-Кутты. Примеры.	ОПК1
29. Многошаговые методы решения задачи Коши. Экстраполяционная и интерполяционная формулы Адамса.	ОПК1
30. Метод дифференциальной прогонки (быстрый случай).	ОПК1
31. Метод дифференциальной прогонки (точный случай).	ОПК1
32. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод сеток. Аппроксимация области и аппроксимация разностной схемой дифференциальной задачи	ОПК1
33. Метод ортогональной прогонки.	ОПК1
34. Вариационно-проекционные методы. Построение линейно независимых систем пробных функций. Метод Галеркина.	ОПК1
35. Вариационно-проекционные методы. Метод Ритца.	ОПК1
36. Вариационно-проекционные методы. Метод наименьших квадратов.	ОПК1

## 5.2.2. Типовые домашних практических заданий для оценки сформированности компетенции ОПК-1

№	Уравнение	Начальные условия	Отрезок, [a, b]	Шаг, h
1	$y' = (x + \sin(y))/(1 + \cos(x))$	$y(0) = 0$	[0,1]	0.1
2	$y' = 4y(1 + x)$	$y(0) = 1$	[0,1]	0.1
3	$y' = y - 4x + 3$	$y(0) = 3$	[0,1]	0.1

1. Решить уравнение методом Рунге – Кутты.
2. Решить уравнение методом Адамса. Первые три точки найти методом Эйлера.
3. Решить уравнение методом Адамса. Первые три точки найти разложением в ряд Тейлора.

**Задание 1.** Найти методом половинного деления отличный от нуля корень уравнения:

1)  $x^2 - 5 \sin x = 0$ ;

2)  $\sin x - 1/x = 0$ ;

3)  $\lg x - \cos x = 0$ .

Корни отделить графически.

**Задание 2.** Найти, используя метод хорд, действительный корень  $\xi$  уравнения:

1)  $x^3 - 2x^2 + x - 3 = 0$ ;

2)  $x^3 - 2x^2 + 3x - 5 = 0$ ;

3)  $x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 10x + 1 = 0$

с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Численные методы [Электронный ресурс] / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 8-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - 639 с. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326167.html>
2. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 421 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238](http://www.biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238).

б) Дополнительная литература:

3. Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ, 2015. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996329809.htm>
4. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 111 с. — (Серия : Университеты



- России). — ISBN 978-5-534-04681-6. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/E2DB1B52-AC50-4959-9E63-7FFE2239DC88](http://www.biblio-online.ru/book/E2DB1B52-AC50-4959-9E63-7FFE2239DC88).
5. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 107 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-04683-0. — Режим доступа : [www.biblio-online.ru/book/513A504B-789E-49C9-B42D-A5961E985F14](http://www.biblio-online.ru/book/513A504B-789E-49C9-B42D-A5961E985F14).
  6. Дьяченко В.Ф. Основные понятия вычислительной математики. М.: Наука, 1976. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
  7. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>

в) интернет-источники

1. EqWorld. Мир математических уравнений / Разработчик – А. Д. Полянин. – М.: ИПМ РАН. Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
2. Вайнберг А.М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. Москва-Иерусалим, 2009. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
3. Бабушка И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1969. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
4. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
5. Дородницын А.А. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. Сборник статей. М.: Наука, 1964. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
6. Литература для студента режим доступа <http://www.libsib.ru/etika/etika-delovogo-obscheniya/vse-stranitsi>
7. Научная электронная библиотека режим доступа <http://elibrary.ru/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению «**09.03.04 Программная инженерия**»

Автор ст.преподаватель каф.ДУМЧА\_\_\_\_\_ Федотов И.А.

Рецензент \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ДУМЧА проф..\_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.