МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | Гергель В.П. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

|  |
| --- |
| Уравнения математической физики |

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| 01.03.03 – Механика и математическое моделирование  |

 (указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг |

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| бакалавр |

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

 (очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2017

1. **Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в базовую часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП (Б1.Б.16), обязательна для освоения на 3 году обучения в 5, 6 семестрах. трудоемкость составляет 8 зачетных единиц. Предусмотрено проведение лекционных (64 ч.) и практических (64 ч.) занятий.

**Цели дисциплины**«Уравнения математической физики»

Содержание дисциплины направлено на освоение методов моделирования основных уравнений математической физики, овладение аналитическими методами решения корректно поставленных математических задач для этих уравнений, способностью анализировать полученные результаты.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Код компе-тенции по ОПОП | Характеристикакомпетенции | Составляющие компетенции |
| Знания | Умения и навыки | владение опы-том и личностная готовность к профессиональному совершенствованию |
| ОПК-2базовый | готовностью использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности | Фундаментальные знания в области уравнений с частными производными | Умение использовать фундаментальные знания в области математической физики | Готовность использовать фундаментальные знания в области математической физики в будущей профессиональной деятельности |
| ПК-1Базовый | способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области | Знание общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Умение осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики | Опыт использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики |
| ПК-2Базовый | способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики | Знание постановок математически корректных классических задач математической физики | Умение математически корректно ставить классические задачи математической физики | Владеть методами, применяемыми при постановке классических задач математической физики |
| ПК-3базовый | способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата | Знание теорем и утверждений уравнений математической физики | Умение строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата | Опыт строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата |

1. **Структура и содержание дисциплины (модуля)** «Уравнения математической физики»

Объем дисциплины (модуля) составляет 8 зачетных единиц, всего 288 часа, из которых 132 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (64 часов занятий лекционного типа, 64 часов практических занятий, 4 часа промежуточной аттестации), 156 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 81 часа подготовки к экзаменам).

Содержание дисциплины (модуля)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),** **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего****(часы)** | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
|  **Занятия лекционного типа** |  **Занятия семинарского типа** |  **Занятия лабораторного типа** |  | **Всего**  |
| 1.Классифика-ция уравнений с частными производными. | 11 | 4 |  4 |  |  |  8 | 3 |
| 2.Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике.  | 8 | 3 |  2 |  |  |  5 | 3 |
| 3.Метод характеристик для одномерного волнового уравнения. | 14 | 4 |  6 |  |  |  10 | 4 |
| 4.Задачи Коши и Гурса.  | 20 | 4 |  8 |  |  |  12 | 8 |
| 5.Обобщеные функции и их применение в математической физике. | 12 | 3 | 1 |  |  |  4 | 8 |
| 6.Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны.  | 21 | 4 | 7 |  |  |  11 | 10 |
| 7.Классифика-ция уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения.  | 10 | 6 | 0 |  |  |  6 | 4 |
| 8.Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.  | 10 | 4 | 4 |  |  |  8 | 2 |
| В т.ч. текущий контроль  | 2 |  | 2 |  |  |  |  |
| Промежуточная аттестация – экзамен (36 часов) |
| 9.Метод Фурье(метод разделе-ния переменных). | *29* | *8* | *12* |  |  |  *20* | *9* |
| 10.Уравнения параболического типа.  | 26 | 8 | 10 |  |  |  18 | 8 |
| 11.Уравнения эллиптического типа.. | 28 | 10 | 10 |  |  |  20 | 8 |
| 12.Теория потенциалов.  | 14 | 6 | 0 |  |  |  6 | 8 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  | 2 |  |  |  |  |
| Промежуточная аттестация - экзамен (45 часов) |

**Краткое содержание разделов дисциплины**

Раздел 1. Классификация уравнений с частными производными.

Понятие дифференциального уравнения с частными производными, его классического решения. Нелинейные, квазилинейные, линейные уравнения. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду.

Раздел 2. Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике.

Вывод уравнений малых поперечных колебаний струны, продольных колебаний стержня. Постановка начальной и начально-краевой задач. Условия согласования в начально-краевой задаче.

Раздел 3. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения.

Решение начальной задачи для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Понятие области зависимости, области определенности, области влияния. Решение неоднородного уравнения. Устойчивость решения к входным данным. Понятие о корректно поставленной задаче.

Раздел 4. Задачи Коши и Гурса.

 Задача Коши для уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Теорема Коши-Ковалевской.(без док-ва) Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Существования и единственность классического решения. Постановка задачи Гурса для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

Раздел 5. Обобщеные функции и их применение в математической физике.

 Определение обобщенной функции. Примеры. Действия с обобщенными функциями. По-нятие обобщенного решения дифференциального уравнения.

Раздел 6. Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны.

Решение задач методом продолжений. Отражение на закрепленных и свободных концах. Решение задач о распространении краевого режима.

Раздел 7. Классификация уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения.

Получение решения методом сферического среднего. Физическая интерпретация формулы Пуассона, принцип Гюйгенса. Решение начальной задачи методом Дюамеля. Запаздывающий потенциал. Метод спуска.. Постановка начально-краевой задачи для трехмерного и двумерного волнового уравнения.

Раздел 8. Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.

Свойства собственных значений и собственных функций. Теорема Стеклова (без док-ва). Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Функция Неймана.

Раздел 9. Метод Фурье (метод разделения переменных).

 Реализация метода на примере решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Интеграл энергии. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от начальных данных. Обоснование метода разделения переменных для смешанной задачи для волнового уравнения. Цилиндрические функции, их использование при решении задач с осевой симметрией.

Раздел 10. Уравнения параболического типа.

Задача о распространении тепла. Постановки начальной и начально-краевой задач. Решение начальной задачи методом преобразования Фурье. Фундаментальное решение, его свойства. Решение начальной задачи в трехмерном пространстве. Принцип максимума и минимума. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных. Решение начально-краевых задач методом разделения переменных. Понятие функции Грина.

Раздел 11. Уравнения эллиптического типа.

 Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Свойства гармонических функций. Принцип максимума и минимума для гармонических функций. Основные постановки задач для уравнения Пуассона. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных. Метод функции Грина для решения задачи Дирихле. Построение функции Грина методом конформных отображений. Построение функции Грина методом отражений.

Раздел 12. Теория потенциалов.

Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Применение потенциалов к решению краевых задач.

1. **Образовательные технологии**

Используются активные и интерактивные формы проведения лекций и практических занятий.

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В течение 5,6 семестров студенты решают задачи домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. В каждом семестре студенты выполняют домашнюю контрольную работу.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Задача Коши для уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Составители: Денисова Н.А., Морозов С.Ф.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 1996. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

2. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения .- Н.Новгород: изд. ННГУ, 2014.-72с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

3. Денисова Н.А., Метод разделения переменных в задачах математической физики, часть 1. –Н.Новгород: изд. ННГУ,2008.–47с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

4. Гаврилов В.С., Денисова Н.А., Калинин А.В. Цилиндрические функции.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 2008.–42с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

5. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод разделения переменных в задачах математической физики, часть 2.– Н.Новгород: изд. ННГУ,2010.–40с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**), включающий:
	1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования*.*

Карта компетенций, в формировании которых участвует дисциплина «Уравнения математической физики» приведена в пункте 2. Шкала оценивания компетенций аналогична шкале оценивания на экзамене (пункт 6.2) (чем полнее ответ и меньше количество ошибок, тем выше оценка).

ОПК-2 Готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | отлично |
| ЗНАТЬ: фундаментальные знания в области уравнений с частными производными | Отсутствие знаний или фрагментарное знание в области уравнений с частными производными | В целом успешное, но не систематическое знание в области уравнений с частными производными | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание в области уравнений с частными производными | Успешное и систематическое знание в области уравнений с частными производными |
| УМЕТЬ: использовать фундаментальные знания в области математической физики | Отсутствие умений или частично освоенное умение использовать фундаментальные знания в области математической физики | В целом успешное, но не систематически освоенное умение использовать фундаментальные знания в области математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение использовать фундаментальные знания в области математической физики | Сформированное умение использовать фундаментальные знания в области математической физики |
| ВЛАДЕТЬ: навыками использования фундаментальные знания в области математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования фундаментальные знания в области математической физики | Общие, но не структурированные навыки использования фундаментальные знания в области математической физики | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования фундаментальные знания в области математической физики | Сформированные систематические навыки использования фундаментальные знания в области математической физики |

ПК-1 Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | отлично |
| ЗНАТЬ: общие формы и закономерности уравнений математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарное знание общих форм и закономерностей уравнений математической физики | В целом успешное, но не систематическое знание общих форм и закономерностей уравнений математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Успешное и систематическое знание общих форм и закономерностей уравнений математической физики |
| УМЕТЬ: осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики | Отсутствие умений или частично освоенное умение осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики | В целом успешное, но не систематически освоенное умение осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики | Сформированное умение осознанно определять общие формы и закономерности уравнений математической физики |
| ВЛАДЕТЬ: навыками использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Общие, но не структурированные навыки использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики | Сформированные систематические навыки использования общих форм и закономерностей уравнений математической физики |

ПК-2 Способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики и механики

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | отлично |
| ЗНАТЬ: постановки математически корректных классических задач математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарное знание постановок математически корректных классических задач математической физики | В целом успешное, но не систематическое знание постановок математически корректных классических задач математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание постановок математически корректных классических задач математической физики | Успешное и систематическое знание постановок математически корректных классических задач математической физики |
| УМЕТЬ: математически корректно ставить классические задачи математической физики | Отсутствие умений или частично освоенное умение математически корректно ставить классические задачи математической физики | В целом успешное, но не систематически освоенное умение математически корректно ставить классические задачи математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение математически корректно ставить классические задачи математической физики | Сформированное умение математически корректно ставить классические задачи математической физики |
| ВЛАДЕТЬ: методами, применяемыми при постановке классических задач математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования методов, применяемых при постановке классических задач математической физики | Общие, но не структурированные навыки использования методов, применяемых при постановке классических задач математической физики | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки методов, применяемых при постановке классических задач математической физики | Сформированные систематические навыки методов, применяемых при постановке классических задач математической физики |

ПК-3 Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

| **Планируемые результаты обучения**\* (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) | **Критерии оценивания результатов обучения** |
| --- | --- |
| Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | отлично |
| ЗНАТЬ: теоремы и утверждения уравнений математической физики | Отсутствие знаний или фрагментарное знание теорем и утверждений уравнений математической физики | В целом успешное, но не систематическое знание теорем и утверждений уравнений математической физики | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы знание теорем и утверждений уравнений математической физики | Успешное и систематическое знание теорем и утверждений уравнений математической физики |
| УМЕТЬ: строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата | Отсутствие умений или частично освоенное умение строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата | В целом успешное, но не систематически освоенное умение строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата | Сформированное умение строго доказывать утверждение, формулировать результаты, видеть следствия полученного результата |
| ВЛАДЕТЬ: опытом строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата | Отсутствие знаний или фрагментарные навыки использования опыта строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата | Общие, но не структурированные навыки использования опыта строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы навыки опыта строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата | Сформированные систематические навыки опыта строго доказательства утверждений, формулировки результата, видение следствия полученного результата |

* 1. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

• уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;

• уровень понимания студентами изученного материала

• способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает устную и письменную часть. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает разбор решения задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Отлично | Превосходно | Самостоятельное решение задачи, ответ на теоретический вопрос с полными доказательствами, правильные ответы на дополнительные вопросы. |
| Отлично | Самостоятельное решение задачи, ответ на теоретический вопрос с незначительными погрешностями. |
| Хорошо | Очень хорошо | Решение задачи с одной подсказкой, ответ на теоретический вопрос с незначительными погрешностями. |
| Хорошо | Решение задачи с одной, двум подсказками, ответ на теоретический вопрос без достаточных обоснований. |
| Удовлетворительно | Удовлетворительно | Решение задачи с подсказками, знание определений и теорем дисциплины. |
| Неудовлетворительно | Неудовлетворительно | Неумение решить задачу, незнание большей части определений курса. |
| Плохо | Отсутствие знаний по дисциплине. |

* 1. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций**

**Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:**

- индивидуальное собеседование,

- письменные ответы на вопросы.

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- устный опрос, решение практических задач.

**Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:**

- практические контрольные.

Типы практических контрольных заданий:

- задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий, выяснения влияния различных факторов на результаты выполнения задания;

- установление последовательности (описать алгоритм выполнения действия),

- нахождение ошибок в последовательности (определить правильный вариант последовательности действий).

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

Вариант №1 домашней контрольной работы в 5 семестре:

1. Используя формулу Даламбера, найти решение задачи:

$U\_{tt}=U\_{xx}+sinx, \left.U\right|\_{t=0}=x, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=x$.

1. Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке x=π/2. Начальные функции имеют вид:

$$φ\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}sinx, \left|x\right|<π\\0, \left|x\right| >π\end{array}\right. , Ψ\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}V\_{0}, |x|<π \\0, \left|x\right|>π \end{array}\right. $$

1. Построить профиль полуограниченной струны с жестко закрепленным концом x=0 в момент времени t=5c/2a , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале ( c , 4c ) и имеет форму ломаной с вершинами в точках (c,0),(2c,2h),(3c,h),(4c,0). Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки x=5c/2.

4. Полуограниченной струне со свободным концом x=0 в начальный момент времени t=0 с помощью поперечного удара передается импульс I в точках $x=x\_{0}, x=4x\_{0}$. Найти отклонения точек струны в момент времени$ t=\frac{3x\_{0}}{2a}.$

5. Найти решение начально-краевой задачи:

$$U\_{tt}-4U\_{xx}=0, x>0,t>0$$

$$\left.U\right|\_{t=0}=2-x, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=2,$$

$$\left.\left(U\_{t}+3U\_{x}\right)\right|\_{x=0}=3t-e^{t}$$

1. Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой (х=0) свободен , а другой (x=π) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$\left.U\right|\_{t=0}=cos\frac{x}{2}, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=cos\frac{x}{2} $$

1. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце x=0 и подверженной на конце $x=l $действию силы$ Asinωt$. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех $0<t<\frac{3l}{2a}.$

Вариант №1 домашней контрольной работы в 6 семестре

1. К струне, один конец которой (x=0) свободен, а другой (x=l) закреплен жестко, с момента времени t=0 приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью f(x,t)=Asinωt. Найти колебания струны в среде без сопротивления; исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.

2. Найти стационарную температуру в круглом цилиндре с радиусом основания $r\_{0}$ и высотой $h$, если температуры нижнего и верхнего оснований равны соответственно $T\_{0}$ и $T\_{0}(1-\frac{r}{r\_{0}})$, а боковая поверхност цилиндра теплоизолирована.

Список контрольных вопросов

5 семестр

1. Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

2. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа.

3. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа.

4. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа.

5. Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.

6. Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.

7. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений.

6 семестр

8. Рассмотрите метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Приведите обоснование полученного решения.

9. Докажите теорему единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.

10. Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения.

11. Докажите теорему о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.

12. Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой.

13. Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской.

14. Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.

15. Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.

16. В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа.

17. Выведите формулу Даламбера.

18. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения.

19. Дайте определение функции Бесселя.

20. Вычислите вронскиан функций Бесселя и Неймана.

21. Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с п независимыми переменными.

22. Определите фундаментальное решение уравнения теплопроводности. Перечислите его свойства.

23. Выведите уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле. Сформулируйте постановки начальной и начально-краевой задач для уравнения теплопроводности.

24. Докажите основные свойства гармонических функций.

25. Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства.

26. Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.

27. Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона.

28. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Почему решение называется запаздывающим потенциалом.

29. В чем заключается метод спуска. Получите решение начальной задачи для волнового уравнения с двумя пространственными переменными.

30. Выведите интегральное представление гармонических функций.

31. Определите функцию Грина задачи Дирихле. Докажите ее свойства.

32. Дайте определение потенциала двойного слоя. Перечислите его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле.

33. Сведите решение задачи Неймана к решению интегрального уравнения, используя потенциал простого слоя.

34. Дайте определение объемного потенциала. Докажите его свойства.

35. Получите функцию Грина для шара.

36. Решите задачу Дирихле для шара.

37. Решите начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.

38. Сформулируйте и докажите принцип максимума для уравнения параболического типа.

39. Сформулируйте и докажите теорему единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.

40. Докажите теоремы единственности и непрерывной зависимости от входных данных первой начально-краевой задачи для уравнения параболического типа.

* 1. **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

<http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.– М.: 1984. (69 экз.)

2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. –М.: Наука, 1971. (73 экз.)

3. Сборник задач по уравнениям математической физики. Под редакцией Владимирова В.С.–М.: Наука,1982. (138 экз.)

4. Задача Коши для уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменны-ми. Составители: Денисова Н.А., Морозов С.Ф.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 1996. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

5. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения .- Н.Новгород: изд. ННГУ, 2014.-72с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

6. Денисова Н.А., Метод разделения переменных в задачах математической физики, часть 1. –Н.Новгород: изд. ННГУ,2008.–47с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

7. Гаврилов В.С., Денисова Н.А., Калинин А.В. Цилиндрические функции.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 2008.–42с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

8. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод разделения переменных в задачах математической физики, часть 2.– Н.Новгород: изд. ННГУ,2010.–40с. (кафедра МФОУ, более 25 экз., электр.скан.)

б) дополнительная литература:

1. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.–252с

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.– М.: Наука, 1971.

3. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Минск, 1974.

4. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике.– М.: Наука, 1972.–688с.

 в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер261.10.06

2. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 671.14.06 http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 987.15.06

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории, оборудованные мультимедийной техникой (компьютер, проектор, экран), для проведения занятий лекционного и семинарского типа. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре математической физики и оптимального управления.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 01.03.03 Механика и математическое моделирование (профиль "Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг").

Автор(ы) Денисова Н.А.

Рецензент(ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сумин М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.