МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

и.о. декана _____ Малышев А.И.

« 30 » августа 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Методы математической физики
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.02 Физика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
«Физика конденсированного состояния»
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очно-заочная
(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора
2013
(для обучающихся какого года набора разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород – 2017

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Методы математической физики» относится к вариативной части Б1.В блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на третьем году обучения, в шестом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математика», «Общая физика» в первом – пятом семестрах.

Целями освоения дисциплины «Методы математической физики» являются:

- овладение методами исследования математических и физических моделей объектов и процессов в окружающем мире, основанных на принципах теории линейных векторных пространств и теории линейных операторов в гильбертовом пространстве (ГПР);
- изучение фундаментальных законов и положений, определяющих свойства линейных операторов в ГПР;
- выработка у студентов практических навыков описания сложных процессов микромира и закономерностей физики на языке адекватных обобщенных операторных моделей.

2. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, всего 216 часов, из которых 50 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 32 часа занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 166 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (130 часов самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

Содержание дисциплины «Методы математической физики»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	**Всего (часы)**	**В том числе**				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				**Самостоятельная работа в течение семестра, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
1. Векторные пространства. Векторное пространство – операции над векторами. Примеры векторных пространств. Линейная независимость векторов. Размерность векторного пространства. Сопряженное векторное пространство. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис векторного пространства. Построение ортонормированного базиса из системы линейно-независимых векторов.	36	7	3	–	10	26
2. Теория линейных операторов. Определение линейности оператора. Матричные элементы операторов. Представление оператора своими матричными элементами. Представление	37	7	4	–	11	26

единичного оператора – условие полноты базиса. Функциональные векторные пространства. Интегральное ядро. Действия над операторами. Свойства коммутаторов. Сопряженные операторы. Эрмитовские операторы. Преобразование базиса, унитарные операторы. Преобразование компонент вектора и матричных элементов оператора при унитарном преобразовании. Обратный оператор. Проекционный оператор. Собственный базис оператора. Задача на собственные векторы и собственные значения оператора. Собственные векторы и собственные значения эрмитовского оператора. Связь между эрмитовским и унитарным операторами. Вырождение спектра оператора. Замечание о спектре эрмитовского оператора. Совместный спектр двух (или более) эрмитовских коммутирующих операторов.						
3. Функциональные векторные пространства. Операторы функциональных пространств. Интегральное ядро единичного оператора – δ-функция Дирака. Аппроксимация δ-функции другими функциями. Обратный оператор. Функция Грина. Пространство функций на кольце. Пространство непериодических функций на прямой – построение базиса, нормировка базисных функций. Теорема о неотрицательности среднего значения квадрата эрмитовского оператора.	35	6	3	–	9	26
4. Сферические функции. Операторы орбитального момента. Коммутационные соотношения. Действие операторов $\hat{I}_{\pm}$ на сферическую функцию. Определение спектра оператора квадрата момента. Условия ортогональности и полноты для сферических функций. Явное выражение для сферической функции. Уравнение Лежандра. Присоединенные и обычные полиномы Лежандра. Связь сферической функции с полиномами Лежандра. Условие нормировки для полиномов Лежандра. Свойства полиномов Лежандра. Полнота полиномов Лежандра. Производящая функция для полиномов Лежандра. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра.	35	6	3	–	9	26
5. Цилиндрические функции. Постановка задачи на собственные функции и собственные значения оператора Лапласа в цилиндрических координатах. Уравнение Бесселя. Асимптотики функций Бесселя и Неймана в нуле. Производящая функция для функции Бесселя. Разложение функции Бесселя в ряд Тэйлора. Свойства функции Бесселя. Представление функции Бесселя интегралом. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Нули функций Бесселя, условие ортогональности.	35	6	3	–	9	26
В т.ч. текущий контроль	2	–	2	–	2	–
Промежуточная аттестация – **экзамен**						

3. Образовательные технологии

1) Чтение лекций;
2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
3) методика «вопросы и ответы»;
4) выполнение практического задания у доски;
5) индивидуальная работа над практическим заданием;
6) работа в парах над практическим заданием;
7) работа в малых группах над практическим заданием;
8) методика «мозговой штурм».

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	(ОПК-2) **Знать** границы применимости и возможности использования основных методов математической физики. (ОПК-2) **Уметь** решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основных методов математической физики. (ОПК-2) **Владеть** навыками, требующимися для решения задач методов математической физики.
ОПК-3 способность использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач	(ОПК-3) **Знать** области применимости основных моделей математической физики. (ОПК-3) **Уметь** решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основ математической физики. (ОПК-3) **Владеть** навыками решения основных типов задач математической физики.
ПК-5 способность пользоваться современными методами обработки, анализа и синтеза физической информации в избранной области физических исследований	(ПК-5) **Знать** методы математической физики в применении к физике конденсированного состояния. (ПК-5) **Уметь** использовать современные методы математической физики в рамках профессиональной деятельности. (ПК-5) **Владеть** навыками решения задач физики конденсированного состояния, требующих применения методов математической физики.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Методы математической физики» является **экзамен**.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Плохо» – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

«Неудовлетворительно» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Удовлетворительно» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Очень хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Отлично» – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

«Превосходно» – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Методы математической физики»:

1. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Полный набор линейно независимых векторов.
2. Скалярное произведение векторов. Сопряженное векторное пространство.
3. Линейные операторы. Коммутатор. Коммутирующие операторы.
4. Функции от оператора. Оператор сдвига.
5. Эрмитовское сопряжение операторов. Самосопряженные операторы.
6. Матричное представление оператора. След оператора.
7. Интегральное ядро оператора. Унитарные операторы.
8. Собственные векторы и спектр оператора.
9. Собственный базис оператора. Функции от операторов в собственном базисе.
10. Обратный оператор. Связь унитарных и эрмитовских операторов.
11. Совместный спектр нескольких коммутирующих операторов. Полный набор коммутирующих операторов.
12. Проекционные операторы.
13. Условие полноты системы базисных векторов. Дельта-функция Дирака и ее свойства.
14. Собственные функции и собственные значения оператора сдвига.
15. Координатное и импульсное представления операторов.
16. Функция Грина оператора.
17. Оператор Лапласа в сферических координатах. Угловая часть оператора Лапласа и ее связь с оператором момента импульса.
18. Собственные значения и собственные функции оператора квадрата момента импульса.
19. Производящая функция для полиномов Лежандра. Полиномы Лежандра.
20. Присоединенные полиномы Лежандра. Явный вид сферических функций.
21. Оператор Лапласа в цилиндрических координатах. Общее решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.
22. Производящая функция для функций Бесселя. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Асимптотическое поведение и нули функций Бесселя.

6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Функцию $f(z,\varphi)=\sin z\cdot\cos\varphi$ разложить по общему собственному базису операторов $\hat{l}_z$ и $\hat{P}_z$.
2. Вычислить интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\delta(x\cdot\cos x)}{x^2+1}dx$.
3. Разложить по полиномам Лежандра функцию $f(x)=x(x-1)^2$.

4. Найти вид оператора $\hat{A}=\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$ в собственном представлении оператора $\exp(i\hat{\sigma}_z)$.

5. Используя метод функции Грина, найти частное решение уравнения $\frac{df}{dx}+f=x^2$.

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Дж.Мэтьюз, Р.Уокер «Математические методы в физике», Атомиздат, 1972. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=66339&DB=1
2. А.И.Ахиезер, И.М.Глазман «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве», М.: Наука, 1966. http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=94875&DB=1
3. Будак, Б.М. Сборник задач по математической физике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2004. — 688 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/63669.

б) дополнительная литература:

1. Ли Цзун Дао «Математические методы в физике», М,:Мир, 1965 http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=66797

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ http://www.lib.unn.ru/.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Авторы:

доцент кафедры теоретической физики
физического факультета,
к. ф.-м. н., доцент _____ / Перов А.А. /

профессор кафедры теоретической физики
физического факультета,
д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Рецензент:

И.о. зав. кафедрой теоретической физики
физического факультета,
д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от 30 августа 2017 года, протокол № б/н.

Председатель
Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ _____ / Сдобняков В.В. /