**Приложение 2**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совет ННГУ

протокол от

«11» мая 2021 г. № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

|  |
| --- |
| **КАЧЕСТВЕННО-ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ-1** |

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **бакалавриат** |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Системный анализ, исследование операций и управление** |

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очно-заочная** |

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2021

1. **Место и цели дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина Б1.B.ДВ.02.01, Качественно-численные методы исследования нелинейных динамических систем-1 относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

1. **Планируемые результаты обучения**

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине ), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции** | **Результаты обучения**  **по дисциплине** |
| ***ПК-13.***  *Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике* | ***ПК-13.1.*** *Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике* | ***Знать*** *методы, позволяющие анализировать процессы в системах различной природы.* | *Собеседование* |
| ***ПК-13.2.*** *Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований* | ***Знать*** *основные положения качественной теории динамических систем и теории бифуркаций, термины и подходы, применяемые для анализа поведения конкретных динамических объектов, включая такие понятия, как состояние, динамическая система, оператор эволюции, фазовое пространство, фазовые траектории, устойчивость, регулярные и хаотические аттракторы, автоколебания, области притяжения, фазовые и параметрические портреты движений, знать основные бифуркации нелинейных динамических систем и механизмы перехода к хаотическим режимам* | *Собеседование* |
| ***ПК-13.3.*** *Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности* | ***Уметь р****азрабатывать алгоритмы решения задач динамики.* | *Задача (практическое задание)* |
| ***ПК-13.4.*** *Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследовании.* | ***Владеть*** *основными методами и представлениями о технологии вычислительного эксперимента по исследованию динамики конкретных объектов и систем.* | *Задача (практическое задание)* |

1. **Структура и содержание дисциплины** 
   1. **Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| **Общая трудоемкость** | **4 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **144** |
| **в том числе** |  |
| **контактная работа:**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **18**  **16**  **2** |
| **самостоятельная работа** | **90** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |

* 1. **Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | **Самостоятельная**  **работа, часы** |
| **Занятия**  **лекционного типа** | **Занятия**  **семинарского типа** | **Лабораторные работы** | **Всего**  **контактных часов** |
| Тема 1. Введение. Динамические системы второго порядка и их исследование методами качественной теории дифференциальных уравнений. | 28 | 4 |  |  | 4 | 24 |
| Тема 2. Автономные динамические системы. Качественные методы отыскания периодических движений. | 28 | 4 |  |  | 4 | 24 |
| Тема3. Качественные методы исследования нелинейных автономных систем с одной степенью свободы. | 28 | 4 |  |  | 4 | 24 |
| Тема 4. Компьютерное моделирование динамики нелинейных систем. | 22 | 4 |  |  | 4 | 18 |
| Текущий контроль | 2 |  |  |  | 2 |  |
| **Итоговая аттестация. Экзамен.** | 36 |  |  |  |  |  |
| **Итого** | **144** | **16** |  |  | **18** | **90** |

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен)

* 1. **Содержание разделов дисциплины**

1. Введение. Динамические системы второго порядка и их исследование методами качественной теории дифференциальных уравнений.

Краткая характеристика курса, его структура и задачи. Характеристика литературных источников. Роль качественных и численных методов при исследовании динамических систем (ДС). ДС и их классификация. Типы колебаний ДС. Свободные колебания линейных систем с одной степенью свободы.

2. Автономные ДС. Качественные методы отыскания периодических движений.

2.1. Положения равновесия. Понятие устойчивости движения ДС.

2.2. Оценка устойчивости по первому приближению. Устойчивость состояний равновесия «в большом» и «в целом».

2.3. Второй метод Ляпунова.

2.4.Геометрическая интерпретация знакоопределенных функций.

2.5. Оценка области притяжения.

2.4. Типы нелинейного трения и нелинейной жесткости.

2.5. Метод энергетического баланса.

2.6. Метод Ван-дер Поля.

3. Качественные методы исследования нелинейных автономных систем с одной степенью свободы.

3.1. Бифуркации динамических систем первого порядка (двукратное равновесие, транскритическая бифуркация, трехкратное равновесие).

3.2. Состояния равновесия системы с одной степенью свободы. Их типы и устойчивость.

3.3. Замкнутые фазовые траектории. Индексы особых точек и замкнутых фазовых траекторий – индексы Пуанкаре. Критерии отсутствия замкнутых траекторий. Отсутствие фазовых траекторий, уходящих в бесконечность.

3.4. Понятие грубости ДС. Фазовый портрет динамической системы. Простейшие консервативные и диссипативные системы. Автоколебательные ДС. Примеры качественного исследования автоколебательных систем.

3.5. Бифуркация и бифуркационное значение параметра. Простейшие бифуркации,не связанные с рождением предельных циклов. Бифуркации, связанные с рождением предельных циклов.

3.6. Одномерные отображения (неподвижные точки и их устойчивость, бифуркации). Диаграмма Ламерея и теорема Кённигса. Логистическое отображение.

4. Компьютерное моделирование в исследовании динамических систем.

4.1. Понятие о качественно-численном исследовании конкретных динамических систем.

4.2. Алгоритмы и приемы численного исследования автономных ДС (состояния равновесия, устойчивость, бифуркационные диаграммы).

4.3. Алгоритмы и приемы численного исследования границ .

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Наполнение объема часов самостоятельной работы обучающихся предусмотрено в виде обработки и осмысления информации, полученной в ходе лекционных занятий, а также в виде выполнения заданий для индивидуальной и самостоятельной работы, подготовки к контрольной работе и к экзамену. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Текущий контроль самостоятельной работы осуществляется в виде оценки успешности выполнения этих заданий.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс, созданный в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/.

https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5422

**4.1. Тематика самостоятельной работы**

1. Автономные динамические системы первого порядка.

2. Автономные динамические системы второго порядка.

3. Алгоритмы и приемы численного исследования существования и устойчивости состояний равновесия конкретных автономных ДС.

**4.2. Контрольные вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

1. Понятие динамической системы. Состояние динамической системы, оператор эволюции, фазовое пространство, фазовые траектории, устойчивость.
2. Классификация динамических систем.
3. Понятие устойчивости движения. Анализ локальной устойчивости состояний равновесия динамических систем.
4. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.
5. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах. Разбиение плоскости параметров характеристического уравнения по типу его корней.
6. Устойчивость периодических движений динамических систем второго порядка.
7. Исследование периодических движений методом точечных отображений.
8. Понятие грубости динамических систем.
9. Бифуркации в динамических системах первого порядка.
10. Бифуркации динамических систем второго порядка.
11. Приемы качественного исследования двумерных динамических систем – критерий Бендиксона-Дюлака.
12. Неподвижные точки, их устойчивость и бифуркации одномерных отображений.
13. Логистическое отображение.
14. Алгоритмы численного исследования бифуркаций двумерных динамических систем.

**4.3. Формы текущего и промежуточного контроля успеваемости**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ п.п.** | **Тема** | **Форма текущего контроля** |
| 1 | Понятие динамической системы | Устный опрос |
| 2 | Устойчивость состояний равновесия автономных динамических систем | Устный опрос |
| 3 | Бифуркации автономных динамических систем первого порядка | Устный опрос |
| 4 | Приемы качественного исследования динамических систем второго порядка | Устный опрос |
| 5 | Одномерные точечные отображения | Устный опрос |
| 6 | Индексы Пуанкаре | Устный опрос |
| 7 | Алгоритмы и приемы численного исследования динамических систем | Устный опрос |
| 8 | Итоговая контрольная работа или тестирование | Письменная работа |
| 9 | Теоретические экзаменационные вопросы | Экзамен |

**4.4. Содержание и средства текущего контроля успеваемости**

Оценки за выполнение заданий, итоговой контрольной работы и по устному опросу учитываются при выставлении окончательной оценки на экзамене по дисциплине.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**
   1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минималь­ных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минималь­ных умений. Невозмож­ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего­ся от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест­венными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонст­рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания** для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

**Перечень оценочных средств**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Устный  опрос | Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде письменного опроса обучающихся | Перечень вопросов для устного опроса |
| 2 | Итоговая контрольная работа | Средство проверки знаний по дисциплине и умения применять их к решению конкретных задач | Комплект заданий для итоговой контрольной работы |

**5.2.1. Перечень вопросов для устного опроса**

1. Понятие состояния, эволюционного оператора, пространства состояний, фазовой траектории, динамики системы.

2. Классификация динамических систем.

3. Автоколебательные системы.

4. Зависимость движений динамических систем от параметров, бифуркации.

5. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость.

6. Орбитная устойчивость, устойчивость по Пуассону.

7. Линеаризация нелинейной динамической системы.

8. Теорема Гробмана–Хартмана.

9. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

10. Устойчивость состояний равновесия «в большом» и «в целом».

11. Второй метод Ляпунова, функции Ляпунова.

13. Бифуркации в динамических системах первого порядка.

14. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах.

16. Понятие грубости динамических систем.

17. Бифуркации в двумерных динамических системах.

18. Метод точечных преобразований для исследования динамических систем.

19. Критерий Бендиксона–Дюлака.

**Критерии оценок за устный опрос**

|  |  |
| --- | --- |
| Правильные ответы в % | Оценка |
| 90-100 | «отлично» |
| 70-89 | «хорошо» |
| 50-69% | «удовлетворительно» |
| менее 50 | «неудовлетворительно» |

**5.2.2.Типы заданий для итоговой контрольной работы по дисциплинедля оценки сформированности компетенций УК-1, ПК-13.**

«Качественно-численные методы исследования нелинейных динамических систем – 1»

Задание 1. Для системы

d*x*/dt= *y*,

d*y*/dt= − (1 − *rs*)*x* − (*r* − *s*)*y*

построить на плоскости (*r*,*s*) области, соответствующие различным типам состояний равновесия.

Задание 2. При каких значениях параметров ρ и μ динамическая система

d*x*/dt= ρ − cos *x*,

d*y*/dt= 2ρ(λ − sin *x* − μ*y*)

не имеет предельных циклов.

Задание 3. Найти состояния равновесия системы уравнений



и определить характер состояний равновесия.

Задание 4. Построить фазовый портрет системы

d*x*/dt = μ*x* + *x*3 , где μ – произвольный параметр.

Задание 5. Понятия устойчивости движения (по Ляпунову, асимптотической устойчивости, орбитной устойчивости, устойчивости по Пуассону).

Задание 6. Одномерные отображения, неподвижные точки и их устойчивость.

Задание 7. Метод функций Ляпунова в исследовании устойчивости.

Задание 8. На плоскости действительных параметров ***a*** и ***b*** выделите область, соответствующую устойчивому состоянию равновесия системы с характеристическим уравнением

***p*4** + (***a***+***b***)***p*3** + ***p*2** + ***ap*** + ***b*** = 0.

Задание 9. Метод точечных отображений при исследовании автономных динамических систем

**Критерии оценки за итоговую контрольную работу:**

* оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены все задания работы;
* оценка «хорошо» ставится, если выполнены четыре задания работы;
* оценка «удовлетворительно» ставится при выполнении трех заданий работы;
* оценка «неудовлетворительно» ставится, если выполнено менее трех заданий работы.

**5.2.3. Примеры тестов по дисциплине для оценки сформированности компетенций УК-1, ПК-13.**

**«Качественно-численные методы исследования нелинейных динамических систем – 1»**

1. Динамическая система , линеаризованная в окрестности точки , имеет вид:

*а*)  *б*)  *в*)  *г*) 

2. Динамическая система  имеет более одного состояния равновесия при значениях *а*) *b*<0 *б*) *b*<1 *в*) *b*=1 *г*) *b*>1

**Критерии оценок за выполнение теста**

|  |  |
| --- | --- |
| Правильные ответы в % | Оценка |
| 90-100 | «отлично» |
| 70-89 | «хорошо» |
| 50-69% | «удовлетворительно» |
| менее 50 | «неудовлетворительно» |

**5.2.4. Вопросы для экзамена для оценки сформированности компетенций УК-1, ПК-13.**

1. Понятие устойчивости движения. Анализ локальной устойчивости состояний равновесия автономных динамических систем. Теорема Гробмана-Хартмана.

2. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.

3. Системы первого порядка.

4. Типы состояний равновесия в двумерных автономных динамических системах. Разбиение плоскости параметров характеристического уравнения по типу его корней.

5. Устойчивость периодических движений автономных динамических систем

6. Бифуркации состояний равновесия автономных динамических систем второго порядка: бифуркация рождения предельного цикла (бифуркация Андронова-Хопфа).

7. Приемы исследования динамических систем второго порядка: критерий отсутствия предельных циклов, циклы без контакта

8. Одномерные отображения (неподвижные точки и их устойчивость, бифуркации).

9. Логистическое отображение.

10. Алгоритмы численного исследования состояний равновесия и предельных циклов в динамических системах второго порядка.

**5.2.5. Пример экзаменационного билета**

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра прикладной математики

Дисциплина Качественно-численные методы исследования нелинейных динамических систем-1

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №**

1. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах. Разбиение

плоскости параметров характеристического.

2. Задача

Составитель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.С.Метрикин

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.В. Иванченко

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976, 1990,- 496 с. (31 экз.)

2. Некоркин В.И. Лекции по основам теории колебаний. Учебное пособие. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2012. – 311 с. (34 экз.)

3. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний: Учебное пособие. – Красноярск: изд-во Красноярского университета, 1995. 430 с. (45 экз.)

б) дополнительная литература:

Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1976. 336 с.(37 экз.)

в) Интернет-ресурсы

1.  Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL:

<http://www.unn.ru/books/resources.html>.. –

2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, [URL:режим](../../../AppData/Roaming/AppData/Roaming/Microsoft/Word/режим) доступа

[https://e.lanbook.com](https://e.lanbook.com/search?query=Дифференциальные+уровнения)

3. Научная электронная библиотека свободный доступ.

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций ООП ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.С.Метрикин

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.В.Иванченко

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 24.02.2021 года, протокол № 5