МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Гергель В.П.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  | 2018 г. |

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Уравнения математической физики 1**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Математическое моделирование и вычислительная математика**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

**бакалавр**

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2018

1. **Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина входит в вариативную часть обязательных дисциплин блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП (Б1.В.04), обязательна для освоения на 3 году обучения в 5 семестре. трудоемкость составляет 5 зачетных единиц. Предусмотрено проведение лекционных (32 ч.) и практических (32 ч.) занятий.

 **Цели дисциплины**«Уравнения математической физики 1 »

Содержание дисциплины направлено на освоение методов моделирования основных уравнений математической физики, овладение аналитическими методами решения корректно поставленных математических задач для этих уравнений, способностью анализировать полученные результаты.

 **2**. **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Код компе-тенции по ОПОП | Характеристикакомпетенции | Составляющие компетенции |
| знания | Умения и навыки | владение опы-том и личностная готовность к профессиональному совершенствованию |
| ОПК-1 базовый этап | способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | Фундаментальные знания в области уравнений с частными производными | Умение использовать фундаментальные знания математической физики | Готовность использовать фундаментальные знания математической физики  |
| ПК-2 | способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | Знание математического аппарата дисциплины «Уравнения математической физики» | Умение применять современный математический аппарат математической физики | Опыт применения и совершенствования современного математического аппарата математической физики |

1. **Структура и содержание дисциплины (модуля)**«Уравнения математической физики 1»

Объем дисциплины (модуля) составляет 5 зачетных единиц, всего 180 часов, из которых 66 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятий лекционного типа, 32 часа практических занятий, 2 часа – промежуточная аттестация), 114 час составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 45 часов – подготовка к экзамену).

Содержание дисциплины (модуля)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование разделов и тем дисциплины (модуля),** **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего****(часы)** | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
|  **Занятия лекционного типа** |  **Занятия семинарского типа** |  **Занятия лабораторного типа** | **Консультации** | **Всего**  |
| Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная | Очная | Очно-заочная | Заочная |
| 1.Классифика-ция уравнений с частными производными. | 10 | 4 |  2 |  |  |  6 | 4 |
| 2.Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике.  | 8 | 3 |  2 |  |  |  5 | 3 |
| 3.Метод характеристик для одномерного волнового уравнения. | 16 | 4 |  6 |  |  |  10 | 6 |
| 4.Задачи Коши и Гурса.  | 25 | 5 |  10 |  |  |  15 | 10 |
| 5.Обобщеные функции и их применение в математической физике. | 4 | 2 | 1 |  |  |  3 | 1 |
| 6.Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны.  | 18 | 4 | 7 |  |  |  11 | 7 |
| 7.Классифика-ция уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения. | 8 | 6 |  |  |  |  6 | 2 |
| 8.Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.  | 10 | 4 | 4 |  |  |  8 | 2 |
| Промежуточная аттестацияЭкзамен в 5сем. | 45 |  |  |  |  |  |  |

**Краткое содержание разделов дисциплины**

Раздел 1. Классификация уравнений с частными производными.

Понятие дифференциального уравнения с частными производными, его классического решения. Нелинейные, квазилинейные, линейные уравнения. Классификация линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду.

Раздел 2. Вывод основных уравнений гиперболического типа, изучаемых в матфизике.

Вывод уравнений малых поперечных колебаний струны, продольных колебаний стержня. Постановка начальной и начально-краевой задач. Условия согласования в начально-краевой задаче.

Раздел 3. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения.

Решение начальной задачи для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Понятие области зависимости, области определенности, области влияния. Решение неоднородного уравнения. Устойчивость решения к входным данным. Понятие о корректно поставленной задаче.

Раздел 4. Задачи Коши и Гурса.

 Задача Коши для уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Теорема Коши-Ковалевской.(без док-ва) Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Существования и единственность классического решения. Постановка задачи Гурса для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными.

Раздел 5. Обобщеные функции и их применение в математической физике.

 Определение обобщенной функции. Примеры. Действия с обобщенными функциями. По-нятие обобщенного решения дифференциального уравнения.

Раздел 6. Начально-краевая задача для полуограниченной и ограниченной струны.

Решение задач методом продолжений. Отражение на закрепленных и свободных концах. Решение задач о распространении краевого режима.

Раздел 7. Классификация уравнений с n независимыми переменными. Начальная задача для трехмерного волнового уравнения.

Получение решения методом сферического среднего. Физическая интерпретация формулы Пуассона, принципГюйгенса. Решение начальной задачи методом Дюамеля. Запаздывающий потенциал. Метод спуска.. Постановка начально-краевой задачи для трехмерного и двумерного волнового уравнения.

Раздел 8. Задача Штурма-Лиувилля. Цилиндрические функции.

Свойства собственных значений и собственных функций. Теорема Стеклова (без док-ва). Уравнение Бесселя. Отыскание решения уравнения Бесселя в виде обобщенного степенного ряда. Функция Неймана.

1. **Образовательные технологии**

Используются формы проведения занятий в виде лекций и практических занятий.

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В течение семестра студенты решают задачи домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. В 5 семестре студенты выполняют домашнюю контрольную работу.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Задача Коши для уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Составители: Денисова Н.А., Морозов С.Ф.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 1996.

2. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения .- Н.Новгород: изд. ННГУ, 2014.-72с.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**), включающий:
	1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования *.*

Карта компетенций, в формировании которых участвует дисциплина «Уравнения математической физики 1» приведена в пункте 2. Шкала оценивания компетенций аналогична шкале оценивания на экзамене (пункт 6.2) (чем полнее ответ и меньше количество ошибок, тем выше оценка).

* 1. Описание шкал оценивания Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

• уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;

• уровень понимания студентами изученного материала

• способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает устную и письменную часть. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопроса курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает разбор решения задачи.

|  |  |
| --- | --- |
| Превосходно | Самостоятельное решение задачи, ответ на теоретический вопрос с полными доказательствами, правильные ответы на дополнительные вопросы. |
| Отлично | Самостоятельное решение задачи, ответ на теоретический вопрос с незначительными погрешностями. |
| Очень хорошо | Решение задачи с одной подсказкой, ответ на теоретический вопрос с незначительными погрешностями. |
| Хорошо | Решение задачи с одной, двум подсказками, ответ на теоретический вопрос без достаточных обоснований. |
| Удовлетворительно | Решение задачи с подсказками, знание определений и теорем дисциплины. |
| Неудовлетворительно | Неумение решить задачу, незнание большей части определений курса. |
| Плохо | Отсутствие знаний по дисциплине. |

* 1. **Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций**

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- устный опрос, решение практических задач.

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

Вариант №1 домашней контрольной работы в 5 семестре:

1. Используя формулу Даламбера, найти решение задачи:

$U\_{tt}=U\_{xx}+sinx, \left.U\right|\_{t=0}=x, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=x$.

1. Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке x=π/2. Начальные функции имеют вид:

$$φ\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}sinx, \left|x\right|<π\\0, \left|x\right| >π\end{array}\right. , Ψ\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}V\_{0}, |x|<π \\0, \left|x\right|>π \end{array}\right. $$

1. Построить профиль полуограниченной струны с жестко закрепленным концом x=0 в момент времени t=5c/2a , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале ( c , 4c ) и имеет форму ломаной с вершинами в точках (c,0),(2c,2h),(3c,h),(4c,0). Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки x=5c/2.

4. Полуограниченной струне со свободным концом x=0 в начальный момент времени t=0 с помощью поперечного удара передается импульс I в точках $x=x\_{0}, x=4x\_{0}$. Найти отклонения точек струны в момент времени$ t=\frac{3x\_{0}}{2a}.$

5. Найти решение начально-краевой задачи:

$$U\_{tt}-4U\_{xx}=0, x>0,t>0$$

$$\left.U\right|\_{t=0}=2-x, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=2,$$

$$\left.\left(U\_{t}+3U\_{x}\right)\right|\_{x=0}=3t-e^{t}$$

1. Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой (х=0) свободен , а другой (x=π) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$\left.U\right|\_{t=0}=cos\frac{x}{2}, \left.U\_{t}\right|\_{t=0}=cos\frac{x}{2} $$

1. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце x=0 и подверженной на конце $x=l $действию силы$ Asinωt$. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех $0<t<\frac{3l}{2a}.$

Список контрольных вопросов

1. Дайте классификацию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

2. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения гиперболического типа.

3. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения параболического типа.

4. Приведите с доказательствами схему преобразования к каноническому виду уравнения эллиптического типа.

5. Выведите уравнение малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.

6. Дайте определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.

7. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля. Докажите свойства собственных функций и собственных значений.

 8. Дайте определение обобщенного решения дифференциального уравнения.

 9. Сформулируйте задачу Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определите вторые производные от решения на начальной кривой.

10. Сформулируйте теорему Коши-Ковалевской.

11. Сформулируйте теорему существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.

12. Сформулируйте теорему единственности решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.

13. В чем заключается задача Гурса для уравнения гиперболического типа.

14. Выведите формулу Даламбера.

15. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения.

16. Дайте определение функции Бесселя.

17. Вычислите вронскиан функций Бесселя и Неймана.

18. Дайте классификацию линейных уравнений с частными производными с п независимыми переменными.

19. Дайте определение сферического среднего. Перечислите его свойства.

20. Решите начальную задачу для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.

21. Дайте физическую интерпретацию формулы Пуассона.

22. Решите начальную задачу для неоднородного волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Почему решение называется запаздывающим потенциалом.

23. В чем заключается метод спуска. Получите решение начальной задачи для волнового уравнения с двумя пространственными переменными.

* 1. **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

<http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.– М.: Наука 1984. 38 экз, 1974 –31 экз.

2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. –М.: Наука, 1977. 61 экз. [(http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/TihonovSamarskij1977ru.djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/TihonovSamarskij1977ru.djvu), 1966 – 4 экз., 1972 – 4 экз., 2004 – 4 экз.

3. Сборник задач по уравнениям математической физики. Под редакцией Владимирова В.С.–М.: Наука,1982. 81 экз., 1974 – 43 экз., 2001 – 3 экз., 2003 – 1 экз., 2004 – 10 экз.

4. Гаврилов В.С., Денисова Н.А. Метод характеристик для одномерного волнового уравнения .- Н.Новгород: изд. ННГУ, 2014.-72с. <http://www.unn.ru/books/met_files/onewaveeq.pdf>

б) дополнительная литература:

1. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. Ч.1 – М.: МГУ, 1976 110 с. 1 экз. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.–252с

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.– М.: Наука, 1988. 83 экз., 1967 – 1 экз., 1971 – 2 экз., 1976 – 34 экз., 1981 – 14 экз.

3. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Минск, 1974. 4 экз. 1964 1 экз. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Smirnov1964ru.djvu>)

4. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике.– М.: Наука, 1979. [(http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/BudakSamarskijTixonov1979ru.djvu)](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/BudakSamarskijTixonov1979ru.djvu), 1980.–688с. 143 экз., 1956 – 2 экз., 2003 – 11 экз., 2004 – 99 экз.

5. Задача Коши для уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменны-ми. Составители: Денисова Н.А., Морозов С.Ф.– Н.Новгород: изд. ННГУ, 1996. (кафедра МФОУ).

 в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 987.15.06 <http://www.unn.ru/books/met_files/onewaveeq.pdf>

2. http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 1286.16.06 <http://www.unn.ru/books/met_files/gavr-den-umf-mch.pdf>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре математической физики и оптимального управления.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль «Математическое моделирование и вычислительная математика»).

Автор (ы) Денисова Н.А.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Сумин М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.