МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2018 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Дифференциальные уравнения** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **02.03.01. Математика и компьютерные науки** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **общий профиль** |

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| **Бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очная** |

Нижний Новгород

2018

**1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в базовую часть блока 1. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математического анализа, фундаментальной и компьютерной алгебры, аналитической геометрии.

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимо при последующем изучении дисциплин «Уравнения математической физики», «Дифференциальная геометрия и топология», «Теоретическая механика» и ряда других, включая дисциплины по выбору. Обязателен для освоения в 3 семестре второго года обучения. Индекс дисциплины — **Б1.В.08.**

Форма отчетности – экзамен (3 семестр).

**Целями освоения дисциплины являются**:

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

1) фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений;

2) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях;

3) овладение основными методами исследования конкретных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений, изучение возможных модельных типов поведения их решений;

**2.Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| **ОПК-1 –** готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности  Начальный этап | ***ЗНАТЬ***  основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.  ***УМЕТЬ***  применять полученные знания для исследования дифференциальных уравнений и их систем  ***ВЛАДЕТЬ***  навыками и методами исследования решений дифференциальных уравнений и их систем. |
| **ПК-2 –** способность математически корректно ставить естественно-научные задачи, знание постановок классических задач математики  Начальный этап | ***УМЕТЬ***  доказывать теорему Коши и другие теоремы теории диф. уравнений, исследовать на устойчивость решения систем диф. уравнений, создавать математические модели физических задач  ***ВЛАДЕТЬ***  приемами исследования на устойчивость решений ДУ, техникой нахождения интегралов в простейших случаях  ***ЗНАТЬ***  знать классификацию основных типов линейных систем и соответствующих им фазовых портретов;  основные типы дифференциальных уравнений и систем, решаемых в квадратурах |

1. **Структура и содержание дисциплины «Дифференциальные уравнения»**

Объем дисциплины составляет **5** зачетных единиц, всего **180**  часов, из которых

**66** часов составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

**32** часа занятия лекционного типа,

**32** часа практические занятия,

**2** часа мероприятия промежуточной аттестации;

**114** часов составляет **самостоятельная работа** обучающегося ( в т.ч. включай 36 часов подготовки к экзамену).

**Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Раздел**  **дисциплины** | **Неделя семестра** | **Всего** | **Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)** | | | | **Формы текущего контроля успеваемости *по неделям семестра).* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*** |
| лекции | практ. занятия | лаб.  р-та | сам.  р-та |
| 1 | Понятие дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация: расширенное фазовое пространство, поле направлений, интегральные кривые, изоклины. Элементарные методы интегрирования. | 1-3 | 36 | 6 | 6 |  | 24 |  |
| 2 | Смысл и формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для систем и уравнений произвольного порядка. Примеры нарушения единственности. Динамические системы на прямой. | 4-5 | 30 | 4 | 4 |  | 22 |  |
| 3 | Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной: элементы теории и методы интегрирования. | 6-8 | 32 | 6 | 6 |  | 20 |  |
| 4 | Общая теория линейных диффенциальных уравнений. Формула Лиувилля – Остроградского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных для неоднородного уравнения. | 9-12 | 40 | 8 | 8 |  | 24 | Контрольная работа (на 16 неделе). Коллоквиум на 14 неделе |
| 5 | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Уравнения с правой частью в виде квазиполинома. Уравнения Эйлера. | 13-16 | 40 | 8 | 8 |  | 24 |  |
| 6 | **В т.ч. текущий контроль** |  | 2 |  |  |  |  |  |

1. **Образовательные технологии**

Используются образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателей нескольких домашних практических работ. На практических занятиях выделяется время для проведения презентации и обсуждения проектных работ.

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводятся по 2 контрольные работы (на семинарах). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ.

**5.1 Виды самостоятельной работы студентов**

* Выполнение домашних практических заданий.
* Работа над материалом лекций, попытки самостоятельного доказательства теоретических вопросов, вывод формул и построение графических иллюстраций к теоретическому материалу.

**5.2 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля**

а) Основная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения (4-е изд.). М.: Наука, 1974

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

2.Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.; Ижевск: Изд-во РХД, 2003

<http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=0&IdField=124201545&DB=1>

б) Дополнительная литература:

1.Арнольд В.И., Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд.4 Московский центр непрерывного математического образования

https://e.lanbook.com/book/56388?category\_pk=912#authors

2.Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

3.Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

4. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

**5.3 Вопросы для контроля:**

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения, порядок д.у. Решение

дифференциального уравнения. Уравнение, разрешенное относительно старшей

производной. Примеры дифференциальных уравнений. Геометрический смысл

дифференциального уравнения и его решений, изоклины.

1. Задача Коши для ОДУ первого порядка. Формулировка теоремы существования

и единственности решений.

1. Интегрирование дифф. уравнений первого порядка: уравнения с разделяющимися

переменными, однородные уравнения.

4. Интегрирование дифф. уравнений первого порядка: линейные дифф. уравнения,

уравнения Бернулли, случаи интегрируемости уравнения Риккати.

5. Уравнение x’ = f(x) и одномерная теория динамических систем.

6. Интегрирование д. у. первого порядка: симметричная форма д.у. первого порядка,

уравнения в полных дифференциалах.

7. Интегрирование уравнения математического маятника, случай 0<С<2.

8. Интегрирование уравнения математического маятника, случай C>2.

9. Интегрирование уравнения математического маятника, случай C=2.

10. Классы уравнений высшего порядка, допускающие понижение порядка.

11. Понятие о дифференциальных уравнениях первого порядка, не разрешенных

относительно производной, геометрия, связанная с таким уравнением.

12. Регулярные и особые точки уравнения, не разрешенного относительно производной,

теорема о существовании решений на листе регулярных точек.

13. Решение уравнений, не разрешенных относительно производной методом введения

параметра, поведение решений около особых точек (на примерах).

14. Фундаментальная система решений для системы с постоянными коэффициентами

в случае кратных корней характеристического уравнения. Изложить основную идею построения ф.с.р. и показать реализацию в случае одной жордановой клетки.

1. Нахождение частного решения неоднородной системы с постоянными коэффициентами

в случае неоднородности в виде векторного квазиполинома. Сформулировать основную

идею и показать ее реализацию на примере одной экспоненты.

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, **включающий:**

**6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Компетенция | Знания, умения, навыки | Процедура освоения |
| **ОПК1** | Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений. | Устный опрос, письменный опрос |
| **Уметь:** интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков | Письменный опрос, коллоквиум. |
| **Владеть:** всеми основными методами решения диф. уравнений и их систем. Методы исследования на устойчивость решений систем. | Круглый стол. |
| **ПК-2** | **Знать**: формулировки основных теорем теории диф. уравнений и матанализа, классификацию уравнений и методов решений. | Устный опрос, письменный опрос |
| **Уметь:** доказывать теорему Коши и другие теоремы теории дифуравнений, решать основные типы уравнений первого порядка и высших порядков, исследовать на устойчивость решения систем диф. уравнений, создавать математическую модель физических задач | Письменный опрос, коллоквиум |
| **Владеть:** процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации | Круглый стол |

**6.2 Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Превосходно | Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий поход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами. Студент активно работал на практических занятиях.  100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий |
| Отлично | Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами. Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше |
| Очень хорошо | Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п.  Студент активно работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%. |
| Хорошо | В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%. |
| Удовлетворительно | Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%. |
| Неудовлетворительно | Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%. |
| Плохо | Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий.  Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %. |

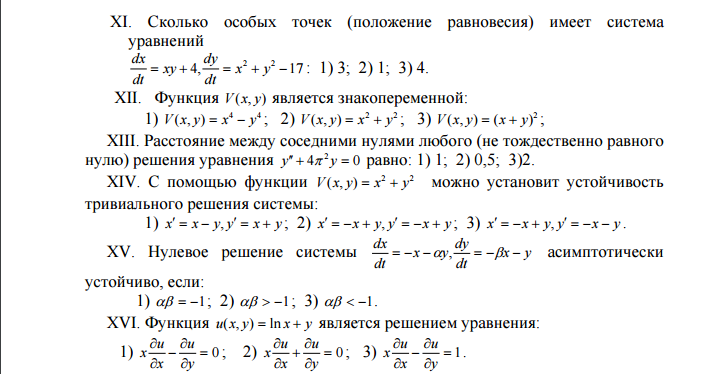
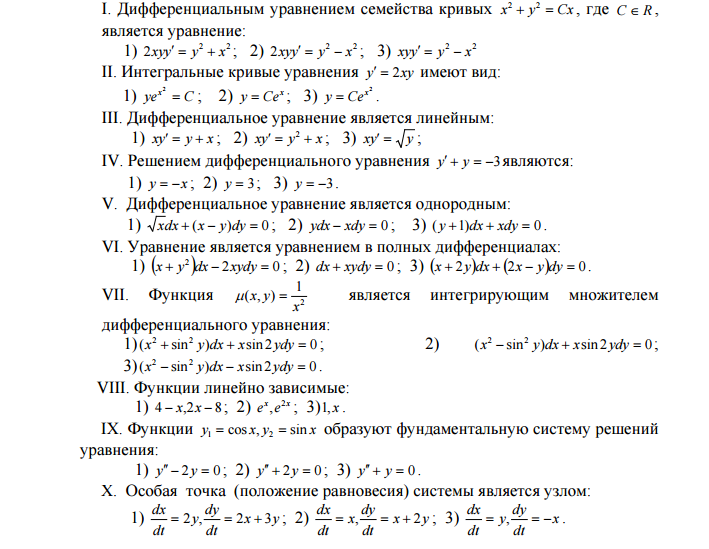
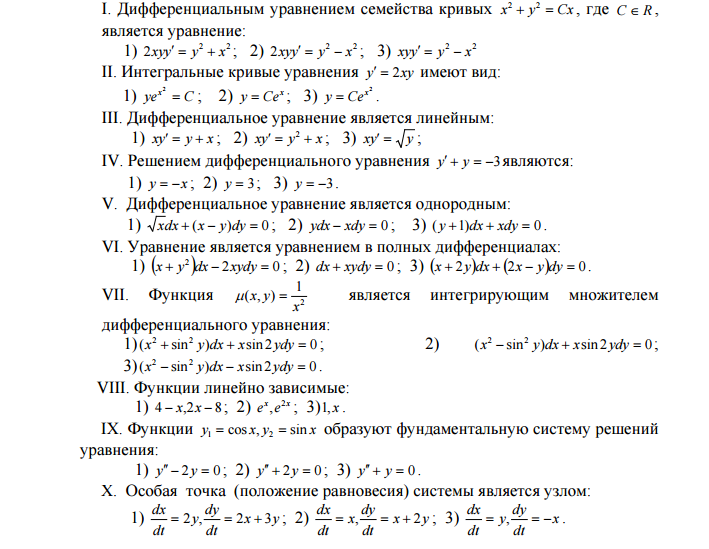
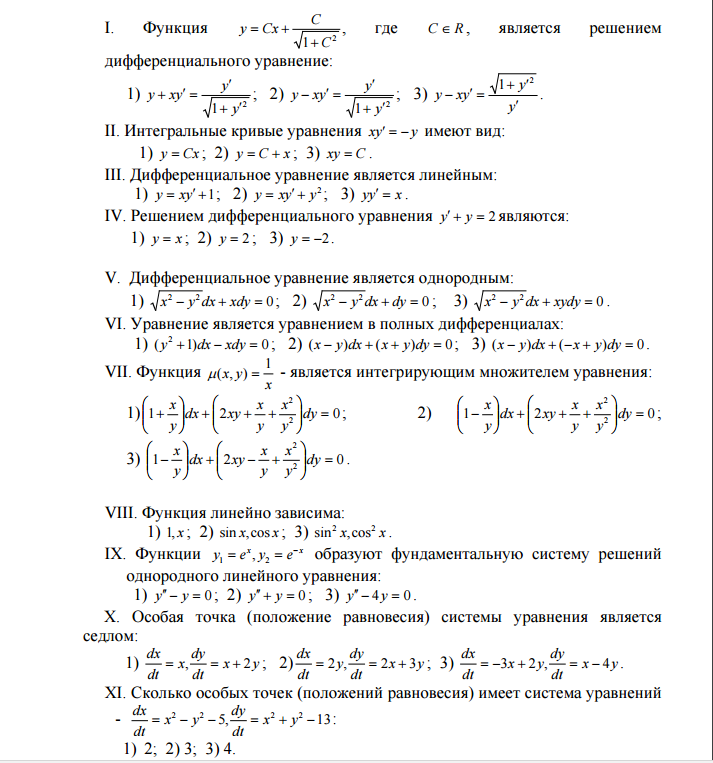
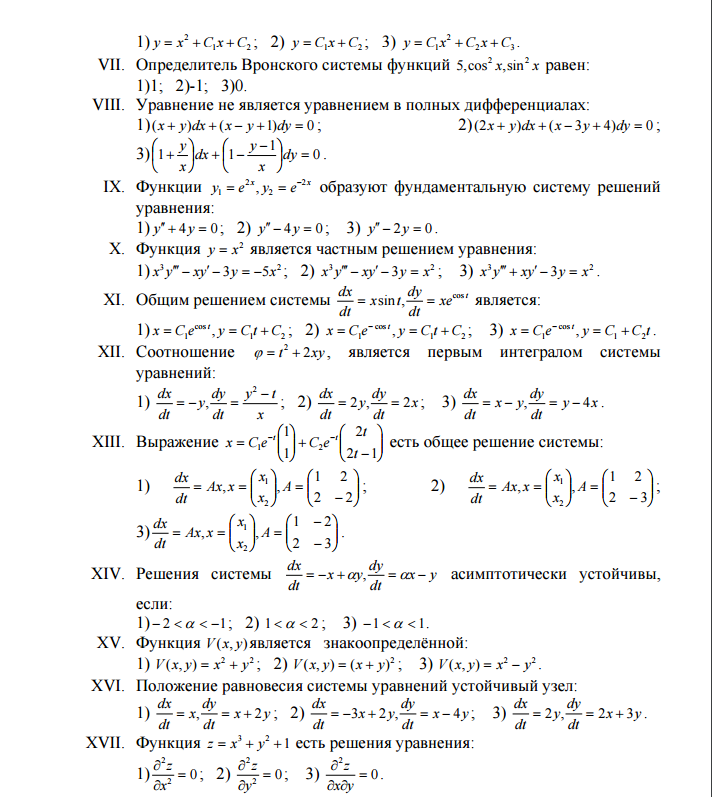
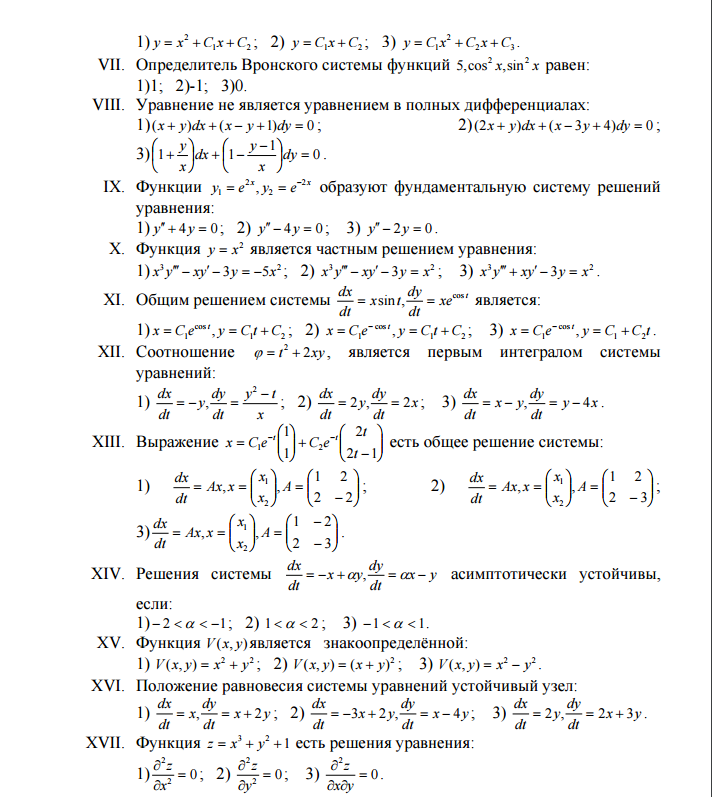
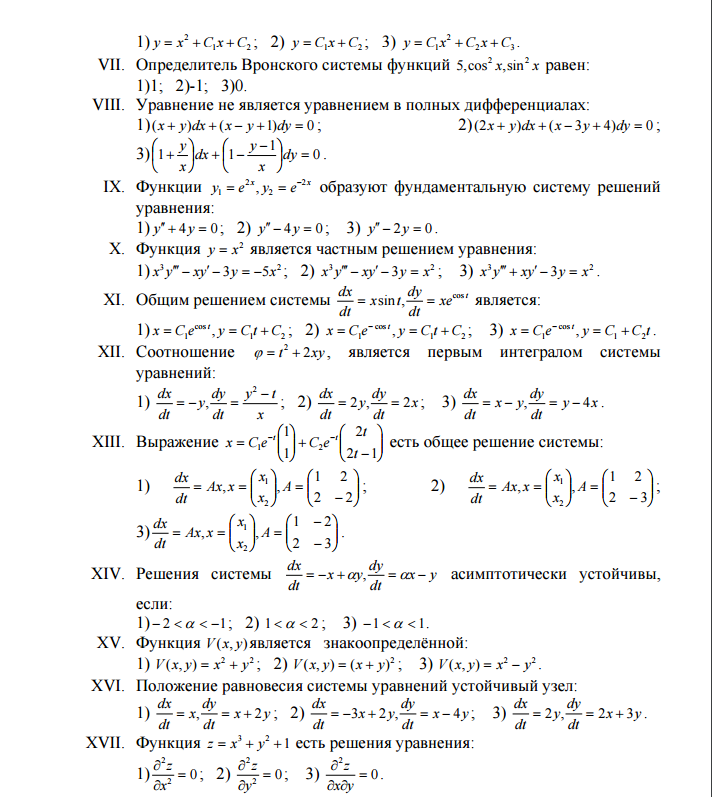
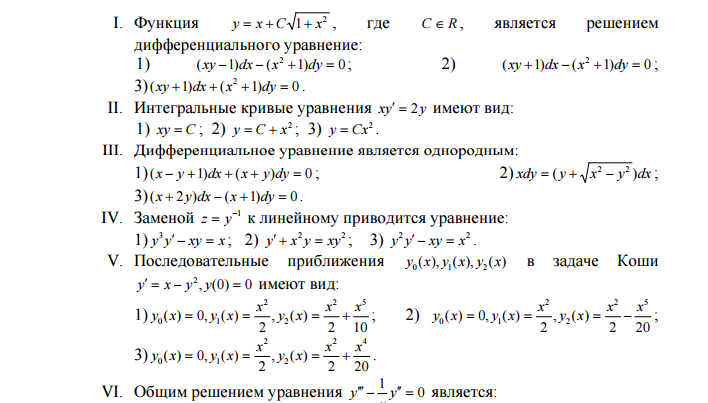
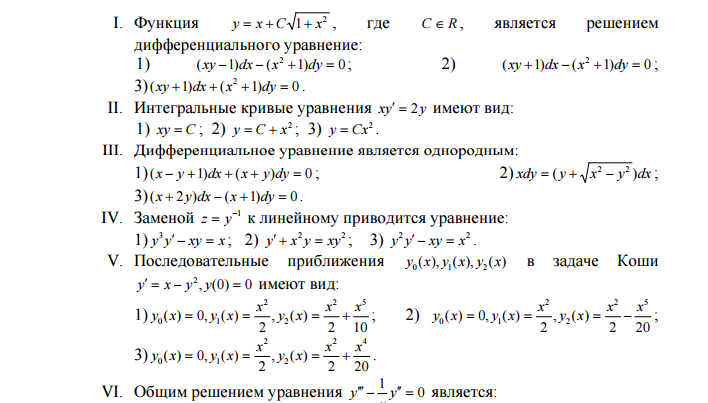
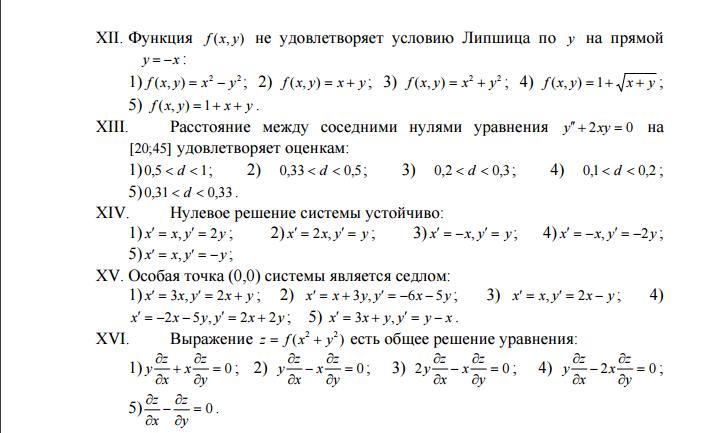
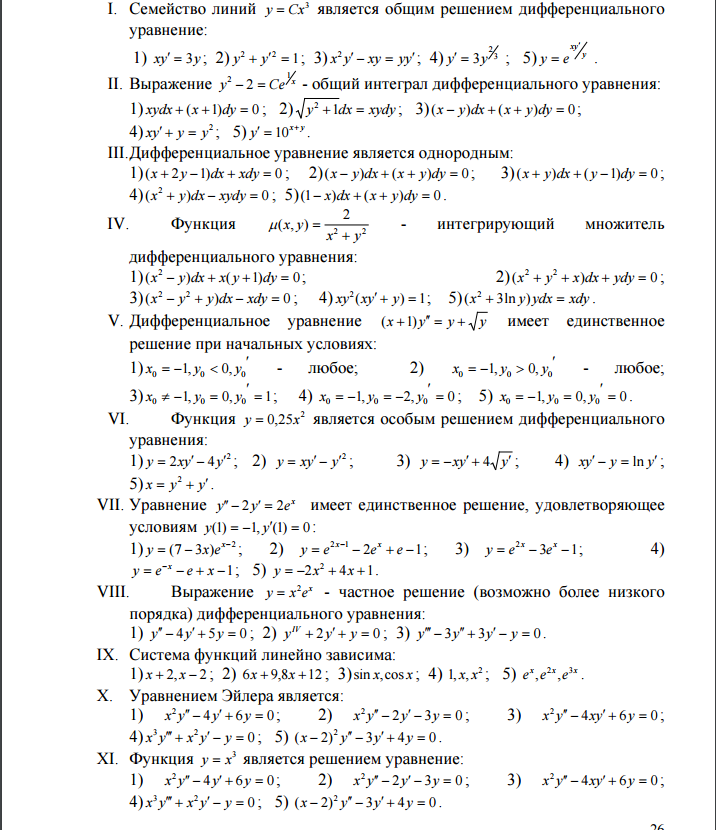
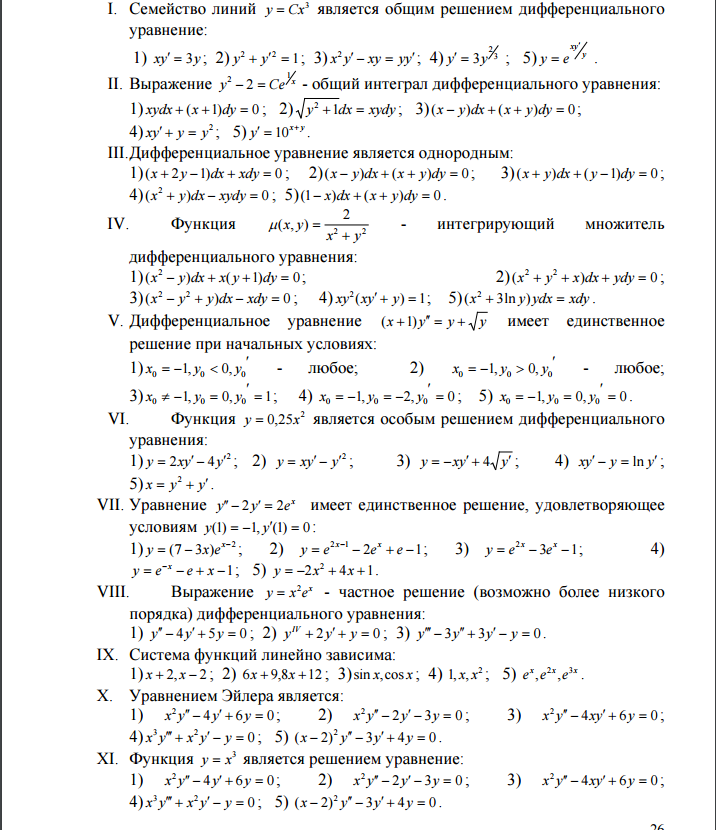
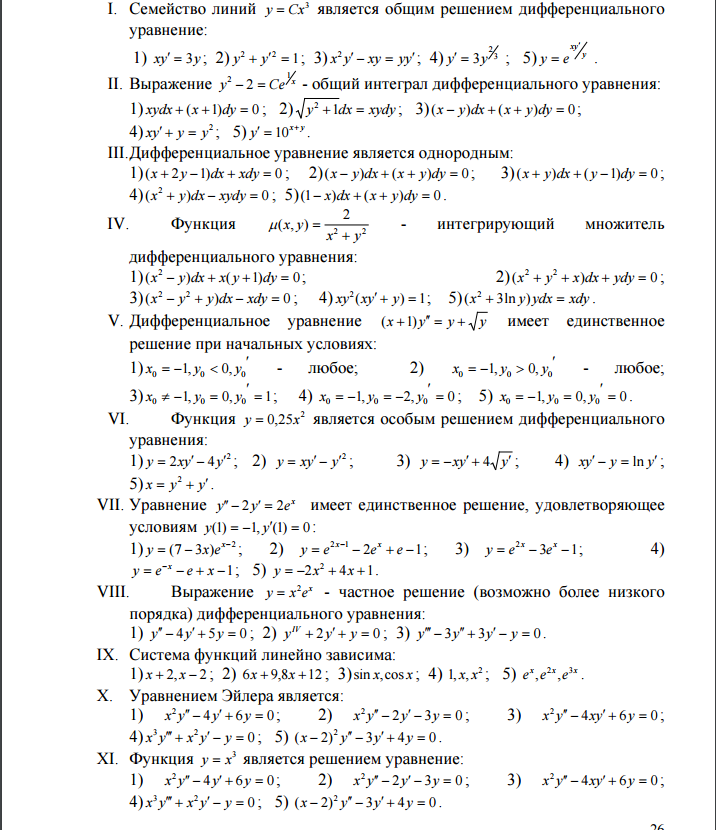
**6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций**

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,

- письменные ответы на вопросы.

**6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**



Пример экзаменационного билета по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского

Институт Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра Дифференциальных уравнений, математического и численного анализа

#### Дисциплина Дифференциальные уравнения

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1.Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении (ОДУ), его порядок. Решение

дифференциального уравнения. Уравнение, разрешенное относительно производной.

Примеры дифференциальных уравнений. Геометрический смысл дифференциального

уравнения и его решения. Изоклины, исследование ОДУ 1-го порядка с помощью изоклин.

2.Скалярное линейное однородное ОДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами,

метод Эйлера, характеристический многочлен и характеристическое уравнение.

Фундаментальная система решений в случае простых корней характеристического уравнения.

Вещественные решения вещественных ЛДУ.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Экзаменатор\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**6.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД, <http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf>

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература:

1. Лерман Л.М. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М.--Ижевск: Изд-во РХД, 2016

20 экземпляров книги имеется в научной библиотеке ННГУ.

2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения (4-е изд.). М.: Наука, 1974

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>

3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.; Ижевск: Изд-во РХД, 2000..

http://www.lib.unn.ru/php/catalog.php?Index=1&IdField=113010079&DB=14.

б) Дополнительная литература:

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.

http://www.decoder.ru/media/file/0/2614.pdf

2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.

http://www.alleng.ru/d/math/math539.htm

3.Арнольд В.И., Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений

http://www.klex.ru/bwk

4.Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

5.Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

6. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm

**8.Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре дифференциальных уравнений, математического и численного анализа

Программа составлена в соответствии с ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению **02.03.01. Математика и компьютерные науки.**

Автор д.ф.-м.н., проф. Лерман Л.М.

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Д.В. Баландин

Программа одобрена методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.