

НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ:

директор института

_____ В.П. Гергель

« ____ » _____ 2020

Рабочая программа дисциплины

Анализ на многообразиях

Уровень высшего образования
специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2020 год

Лист актуализации

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 2019 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2019-2020 учебном году на заседании кафедры

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

___ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры

Протокол от _____ 20__ г. № ____
Зав. кафедрой _____

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части. Код дисциплины – Б1.В.02

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-1. Владеет методами математического исследования при анализе проблем механики на основе знаний фундаментальных физико-математических и компьютерных наук и навыками проблемно-задачной формы представления научных знаний	ПК-1.1. Знает теоретические основы фундаментальных методов исследования проблем механики.	<i>Знать</i> терминологию, аппарат и методы решения задач, используемые в анализе на многообразиях	<i>Тест</i>
	ПК-1.2. Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определения целей и задач исследования, а также выбора корректного метода исследования научной проблемы.	<i>Уметь</i> четко формулировать теоремы, решать теоретические и вычислительные задачи, обнаруживать связи с другими разделами математики и механики	<i>Задачи</i> <i>Реферат</i>
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области механики,	<i>Владеть</i> навыками обоснования корректности выбранных методов решения задач	<i>Задачи</i>

	а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой.		
--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	22
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	в том числе						
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа студента часы	
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные работы	Консультации индивидуальные	Всего контактных часов		СРС
Гладкие многообразия. Гладкие структуры и гладкие отображения. Касательные векторы и касательные пространства. Дифференциал гладкого отображения. Регулярные и критические точки. Подмногообразия гладкого многообразия. Ориентации и ориентируемость. Гладкие многообразия с краем. Корректность определения внутренности и края.	12	6	2				8	

Край как гладкое подмногообразие. Прямые произведения гладких многообразий. Гладкие расслоения. Группы Ли.							
Тензорные расслоения и тензорные поля. Кокасательное пространство и его базис. Касательное и кокасательное расслоения. Векторные поля на многообразиях и их гладкость. Алгебра Ли векторных полей. Тензоры и операции над ними. Построение тензорных расслоений. Тензорные поля и их гладкость.	14	6	4			10	4
Полилинейные формы. Базис пространства k -линейных форм. Внешние формы. Внешнее умножение форм. Свойства альтернирования и внешнего умножения. Пространство внешних форм фиксированной степени и его базис. Формы объема.	14	6	4			10	4
Дифференциальные формы. Внешние формы на многообразии (поля форм). Внешнее дифференцирование форм и его свойства. Связь с классическими дифференциальными операторами. Кодифференциал гладкого отображения и его свойства.	12	6	2			8	4
Интегрирование на многообразиях. Разбиение единицы на гладком многообразии. Интегрирование финитных внешних форм по многообразию. Формула Стокса. Следствия из формулы Стокса. Вывод классических теорем математического анализа (формул Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса) и теоремы Коши для комплексных аналитических функций из общей формулы Стокса.		6	2			8	4
Когомологии де Рама. Коцепной комплекс де Рама. Замкнутые и точные формы. Группы когомологий. Гомоморфизмы, индуцированные гладкими отображениями. Гомотопическая инвариантность		2	2			4	2

когомологий де Рама. Топологический смысл группы нульмерных когомологий. Лемма Пуанкаре. Группы n-мерных когомологий замкнутого n-мерного многообразия. Связи с теорией дифференциальных уравнений. Потенциальные и соленоидальные векторные поля с точки зрения теории де Рама.							
Текущий контроль	2						
Промежуточная аттестация - экзамен	36						
Итого	108	32	16			48	22

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

К видам самостоятельной работы обучающихся относятся: изучение литературы, выступление на семинаре с ответами на вопросы преподавателя и студентов.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки,	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	ошибки.	ошибки.	несколько негрубых ошибок	несколько несущественных ошибок	без ошибок.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Уровень подготовки	
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
Построение тензорных расслоений.	ПК-1
Формула Стокса на многообразиях.	ПК-1
Замкнутые и точные формы. Группы когомологий.	ПК-1
Потенциальные и соленоидальные векторные поля с точки зрения теории де Рама.	ПК-1

5.2.2.

Задачи для быстрой проверки компетенции ПК-1

Доказать, что $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = |x|\}$ – гладкое многообразие размерности 1.

Пусть H – гладкое векторное поле на \mathbb{R}^2 . Доказать, что формула $S(X) = (H, X)$ определяет гладкое тензорное поле S типа $(1,0)$ на \mathbb{R}^2 .

Задачи для более глубокой оценки компетенции ПК-1

Доказать, что отображение $f: SO(2) \rightarrow SO(2)$, определенное формулой $f(A) = A^{-1}$, дифференцируемо. Есть ли у него критические точки?

5.2.4. Темы рефератов

1. Исследование странных гомоклинических аттракторов трехмерных неориентируемых отображений Эно.
2. Исследование бифуркаций разрушения замкнутых инвариантных кривых трехмерных отображений.
3. Исследования спиральных аттракторов трехмерных систем (потоков и/или отображений).

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. - М.: Наука. – 1979, 1986. - 759 с. (86 экз.)

Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ. – 1980. - 439 с. (101 экз.)

б) дополнительная литература:

Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы теории гомологий. - М.: Наука. - 1984. (9 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

<http://www.unn.ru/e-library/>

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО _____.

Автор (ы) _____ Е.И. Яковлев

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ М.И. Кузнецов