

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
30.11.2022 №13

**Рабочая программа дисциплины**

**Алгебра и геометрия**

---

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

---

Направление подготовки  
**090303 Прикладная информатика**

---

Направленность образовательной программы  
**Прикладная информатика в информационной сфере**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Нижний Новгород  
2021

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.07 «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1.</b> Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.	Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации из области аналитической геометрии и высшей алгебры	Собеседование Задача
	<b>УК-1.2.</b> Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Уметь интерпретировать новую информацию в предметной области	Задача
	<b>УК-1.3.</b> Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.	Владеть навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках.	Задача
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в	<b>ОПК-1.1.</b> Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знает основные понятия и результаты линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры	Собеседование
	<b>ОПК-1.2.</b> Демонстрирует умение решать профессиональные	Умения решать основные задачи линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры	Задача

<i>профессиональной деятельности</i>	<i>задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.</i>		
	<b>ОПК-1.3.</b> <i>Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i>	Владение опытом использования аппарата алгебры и геометрии при решении практических задач	<i>Задача</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины «Алгебра и геометрия»

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>15 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>540</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>230</b>
- занятия лекционного типа	<b>128</b>
- занятия семинарского типа	<b>96</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>6</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>202</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>108</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

**Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)**

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Часов					
			Всего	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактных часов	
1	Группа, кольцо, поле. Понятие группы, кольца поля. Примеры, конечные поля.	1	8	2	2		4	4
2.	Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней.	1	8	2	2		4	4
3.	Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры. Интерполяционный многочлен. Теорема Штурма. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.	1	20	7	7		14	6
4.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	1	6	1	1		2	4

5.	<b>Матрицы и определители матриц.</b> Связь элементарных преобразований строк и столбцов с умножением матриц. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица.. Решение матричных уравнений. Формула Бине–Коши.	1	28	10	10		20	8
6.	<b>Векторы на плоскости и в пространстве.</b> Операции с векторами. Базис. Координаты вектора в базисе. Аффинная система координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Различные уравнения прямых и плоскостей.	1	14	5	5		10	4
7.	<b>Линейное (векторное) пространство над полем.</b> Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм линейных пространств.	1	18	7	7		14	4
8.	<b>Теория систем линейных уравнений.</b> Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.	1	12	4	4		8	4
9.	<b>Суммы подпространств</b> , базис и размерность суммы. Прямая сумма.	1	14	5	5		10	4
10.	<b>Линейные преобразования.</b> Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования. Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог.	1	14	5	5		10	4
	<b>Текущий контроль</b>	1	2				2	
	<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>	1	36				0	
11.	<b>Евклидово (унитарное) пространство.</b> Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений. Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.	2	27	10	7		17	10

12.	<b>Скалярное произведения векторов.</b> Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат.	2	27	10	7		17	10
13.	<b>Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.</b> Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.	2	29	10	7		17	12
14	<b>Билинейные и квадратичные функции.</b> Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям.	2	32	10	7		17	15
15.	<b>Кривые и поверхности 2-го порядка.</b> Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.	2	27	8	4		12	15
	<b>В том числе текущий контроль</b>	2	2				2	
	<b>Промежуточная аттестация: экзамен</b>	2	36				0	
16.	<b>Группы.</b> Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.	3	50	12	6		18	32
17.	<b>Кольца.</b> Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами. Фактор-Кольцо	3	50	12	6		18	32
18.	<b>Поля.</b> Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.	3	42	8	4		12	30
	<b>Текущий контроль</b>	3	2				2	
	<b>Итоговая аттестация: экзамен</b>	3	36				0	
	<b>Итого за три семестра</b>		<b>540</b>	<b>128</b>	<b>96</b>	<b>0</b>	<b>230</b>	<b>202</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов:

- Проработка теоретического материала лекционных занятий
- Подготовка домашних заданий к семинарским занятиям
- Подготовка к промежуточной (итоговой) аттестации в форме зачета и экзамена

##### 4.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и рекомендованной литературы. Контроль выполняется на семинарских занятиях путем экспресс опроса основных понятий и определений по пройденному материалу.

##### 4.2. Подготовка домашних заданий к семинарским занятиям.

Домашнее задание выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и рекомендованной литературы. Проверка домашнего задания осуществляется выборочно на семинарском занятии. Некоторые задания могут коллективно обсуждаться у доски.

##### 4.3. Подготовка к промежуточной (итоговой) аттестации в форме зачета и экзамена.

Подготовка к промежуточной (итоговой) аттестации в форме заключается в повторении пройденного материала. При этом рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, методические издания и соответствующую литературу. Перед экзаменом проводится групповая консультация, на которой можно обсудить вопросы по материалу, вызвавшие затруднения.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	отказа обучающегося от ответа	.					
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении и стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки .	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами .	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении и стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки .	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна

зачтено		компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Вопросы к экзамену 1 семестр

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы.	УК-1
2. Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем). Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены.	УК-1
3. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Производная многочлена. Выделение кратных множителей.	УК-1
4. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел. Формулы Виета.	УК-1
5. Интерполяционный многочлен. Симметрические многочлены и	УК-1

их выражение через элементарные.	
6. Теорема Штурма.	УК-1
7. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна неприводимости	УК-1
8. Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).	УК-1
9. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Матричная интерпретация метода Гаусса. LU-разложение. Эквивалентные матрицы	УК-1
10. Обратная матрица	УК-1
11. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат	УК-1
12. Деление отрезка в заданном отношении	УК-1
13. Центр тяжести системы материальных точек	УК-1
14. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат	УК-1
15. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат	УК-1
16. Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем $F$ , пространство матриц над полем $F$ , пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом	ОПК-1
17. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене	ОПК-1
18. Размерность и базис линейного пространства	ОПК-1
19. Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств	ОПК-1
20. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.	ОПК-1
21. Два способа задания линейного подпространства, фундаментальная система решений системы линейных уравнений	ОПК-1
22. Различные виды задания прямых и плоскостей	ОПК-1
23. Взаимное расположение прямых и плоскостей	ОПК-1
24. Задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями	ОПК-1
25. Определитель (детерминант) матрицы и его свойства	ОПК-1
26. Теорема Лапласа	ОПК-1
27. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	ОПК-1
28. Формула Бине–Коши	ОПК-1
29. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма	ОПК-1
30. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы	ОПК-1
31. Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Подобие матриц	ОПК-1
32. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения	ОПК-1

33. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа	ОПК-1
34. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы	ОПК-1
35. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел	ОПК-1

## 2 семестр

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.	УК-1
2. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты.	УК-1
3. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.	УК-1
4. Изоморфизм унитарных пространств.	УК-1
5. Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений.	УК-1
6. Нахождение нормальных решений систем линейных уравнений	УК-1
7. Объем системы векторов. Неравенство Адамара	УК-1
8. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения	УК-1
9. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов	УК-1
10. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства	УК-1
11. Унитарные и ортогональные преобразования	УК-1
12. Сопряженные и симметричные преобразования	УК-1
13. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него	УК-1
14. Билинейные (полуторалинейные) и квадратичные функции (формы) и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной (полуторалинейной) функции при изменении базиса	УК-1
15. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду	УК-1
16. Закон инерции квадратичных форм	ОПК-1
17. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением	ОПК-1
18. Приведение квадратичной формы к главным осям	ОПК-1
19. Одновременное приведение пары квадратичных форм к каноническому виду	ОПК-1
20. Полярное и сингулярное разложения матриц	ОПК-1
21. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка	ОПК-1
22. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности	ОПК-1

вращения. Центр, асимптотические направления, диаметрально плоскости	
23. Взаимное расположение прямой и поверхности 2-го порядка.	ОПК-1
24. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Инварианты и полуинварианты	ОПК-1
25. Приведение матриц над кольцом многочленов	ОПК-1
26. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы	ОПК-1
27. Жорданова форма матрицы	ОПК-1
28. Функции от матриц	ОПК-1
29. Группы. Теорема Кэли	ОПК-1

### 3- семестр

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Циклические группы и их подгруппы	УК-1
2. Циклические группы и их подгруппы	УК-1
3. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп	УК-1
4. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.	УК-1
5. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.	УК-1
6. Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.	ОПК-1
7. Нормальная диагональная форма Смита, ее существование	ОПК-1
8. Нормальная диагональная форма Смита, ее единственность	ОПК-1
9. Кольцо матричных многочленов. Обобщенная теорема Безу	ОПК-1
10. Критерий подобия матриц	ОПК-1
11. Теорема о существовании Жордановой формы	ОПК-1
12. Функции от матрицы	ОПК-1
13. Решение СЛУ над кольцом целых чисел.	ОПК-1

### 5.4. Типовые задачи к зачету 2-го семестра

1. Через точку  $A(1, 0, 7)$  параллельно плоскости  $6x - 3y + 4z - 11 = 0$  проведите прямую так, чтобы она пересекала прямую  $\{x=2t, y=5-t, z=-1-t\}$ .
2. Центр квадрата находится в точке  $P(-1, 0)$ , уравнение одной из его сторон  $x+3y-5=0$ . Составьте уравнения трех других сторон квадрата.
3. На прямой  $x+y-8=0$  найти точки, равноудаленные от точки  $P(2,8)$  и от прямой  $x-3y+2=0$ .
4. Найти точки, находящиеся на равных расстояниях от точек  $P(4, 1)$  и  $Q(8, -3)$  и от прямой  $5x+12y=0$ .
5. Найти расстояние от точки  $M(1, 3, 5)$  до прямой  $\{3x+y+z-1=0, 3x+y+2z-3=0\}$ .
6. Напишите уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости  $5x-y+3z-2=0$  и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости  $Oxy$ .
7. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\{2x-y+3z-5=0, x+2y-z+2=0\}$  перпендикулярно к плоскости  $5x-y+3z-2=0$ .

8. Найти точку, симметричную точке  $P(-3, 1, -1)$  относительно прямой  $\{4x-3y-13=0, y-2z+5=0\}$ .
9. Найти точку, симметричную точке  $B(4, 3, 10)$  относительно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$ .
10. Найти расстояние от вектора  $x=(1, 1, -2, 1)$  до подпространства, порожденного векторами  $a=(3, 2, 1, 1)$ ,  $b=(1, 1, 2, 2)$ ,  $c=(2, 1, 0, -1)$ . Скалярное произведение – стандартное.
11. Найти проекцию вектора  $x=(1, 1, -2, 1)$  на подпространство, порожденное векторами  $a=(3, 2, 1, 1)$ ,  $a=(1, 1, 2, 2)$ . Скалярное произведение – стандартное.
12. Постройте ортогональный базис линейной оболочки заданных векторов  $(1, 1, -1, -2)$ ,  $(5, 8, -2, -3)$ ,  $(3, 9, 3, 8)$ . Скалярное произведение стандартное
13. Найдите ортогональный базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов  $(1, 2, 3, 4)$ ,  $(4, 3, 2, 1)$
14. При каких значениях  $\lambda$  квадратичная функция положительно определена?  
 $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
15. Методом Гаусса найти нормальный вид квадратичной функции  
 $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$ .
16. Привести квадратичную функцию к каноническому виду ортогональным преобразованием  $x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ .
17. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$ .
18. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:  $x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + 3x + 3y - 3z = 0$ .
19. Вычислить матрицу линейного преобразования  $\varphi$  множества векторов плоскости с заданным на ней базисом, если  $\varphi$  есть отражение плоскости в прямой  $x+2y=0$  параллельно прямой  $x+3y=0$ . Диагонализируемо ли  $\varphi$ ? Если да, то найти базис в котором оно диагонализируемо.
20. Линейное подпространство  $L$  четырехмерного евклидова пространства в некотором ортонормированном базисе задано системой двух линейных уравнений  $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$ ,  $3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0$ . Найти в том же базисе матрицу ортогонального проектирования на  $L$ .
21. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора, заданного матрицей  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ .
22. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора в  $C^2$ , заданного матрицей  $\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ .

23. Найти линейное уравнение, определяющее двумерное инвариантное подпространство преобразования, заданного в некотором ортонормированном

базисе трехмерного евклидова пространства матрицей  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

24. Для преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей  $A$ , найти ортонормированный базис, в котором матрица преобразования будет

верхнетреугольной  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

25. Вычислить  $\sqrt[3]{A}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

26. Найти 100 степень матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

27. Найти минимальный многочлен линейного преобразования  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### а) Основная литература:

1. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
3. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз

### б) Дополнительная литература:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра. – СПб.: Лань, 2006. 46экз
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. 12экз.
3. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008. 24экз.

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 09.03.03 Прикладная информатика.

Автор к.ф.-м.н., доц. \_\_\_\_\_ Чирков А.Ю.

Рецензент \_\_\_\_\_ Федосенко Ю.С.

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. \_\_\_\_\_ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института  
информационных технологий, математики и механики

07.12.2022 протокол №4