

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал

Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Геометрия

(наименование дисциплины)

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математика и физика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год начала подготовки 2020

Арзамас

2023 год

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.06.03 «Геометрия» относится к обязательной части образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и Физика.

Дисциплина предназначена для освоения студентами очной формы обучения в 1, 2, 3, 4 семестрах первого и второго курсов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине (дескрипторы компетенции) **	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач.	<i>Знать</i> принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач в области геометрии	тестирование
	ИУК 1.2 Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области.	<i>Уметь</i> Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к различным разделам геометрии	тестирование
	ИУК 1.3 Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	<i>Владеть</i> Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач различных разделов геометрии	тестирование
ПКР-4 Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	ИПКР 4.1 Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач.	<i>Знать</i> основные понятия, базовые идеи и строгие доказательства фактов векторной алгебры и аналитической геометрии, проективной, дифференциальной и конструктивной геометрии; основные математические структуры и аксиоматический метод; а также содержание и основные этапы развития геометрической науки, взаимосвязь между различными разделами высшей геометрии и другими математическими дисциплинами, место изучаемого в учебной дисциплине материала в структуре и содержании школьного курса геометрии.	тестирование
	ИПКР 4.2 Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний.	<i>Уметь</i> анализировать и применять теоретические знания к решению задач по векторной алгебре и аналитической геометрии, проективной, дифференциальной и конструктивной геометрии;	тестирование
	ИПКР 4.3 Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.		практические контрольные задания

		применять идеи и методы курса высшей геометрии при доказательстве теорем и решении задач школьного курса математики; реализовывать методы геометрических рассуждений на основе общих методов научного исследования.	
		<i>Владеть</i> приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач по классическим разделам высшей геометрии; приемами логического и алгоритмического мышления.	тестирование практические контрольные задания

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Трудоемкость	очная форма обучения
Общая трудоемкость	14 з.е.
часов по учебному плану, из них	504
Контактная работа , в том числе аудиторные занятия:	
– занятия лекционного типа	132
– занятия семинарского типа	96
контроль самостоятельной работы	7
промежуточная аттестация зачет, экзамен	144
Самостоятельная работа	125

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов (Р) или тем (Т) дисциплины (модуля), Форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы, в период			
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (в т.ч. текущий контроль успеваемости)		Контроль самостоятельной работы		промежуточной аттестации (контроля)		теоретического обучения	
					семинары, практические занятия	лабораторные работы						
	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная
Тема 1. Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости и в пространстве.	28		10		8						10	
Тема 2. Преобразования плоскости и их приложения к решению задач.	24		8		6						10	

Тема 3. Линии первого и второго порядка на плоскости. Поверхности первого и второго порядка в пространстве.	28		10		8								10	
В том числе текущий контроль	2								2					
Экзамен	54								2		54			
Тема 4. Аффинное и евклидово n -мерные пространства. Квадратичные формы и квадрики.	26		10		6								10	
Тема 5. Основные факты проективной геометрии.	28		10		8								10	
Тема 6. Проективная теория линий второго порядка.	26		10		6								10	
В том числе текущий контроль	2								2					
Экзамен	36								2		36			
Тема 7. Геометрические построения на плоскости.	27		10		8								9	
Тема 8. Методы изображений.	24		10		6								8	
Тема 9. Общие вопросы аксиоматики. Обоснование евклидовой геометрии.	24		10		6								8	
Тема 10. Исторический обзор обоснования геометрии.	22		8		6								8	
Тема 11. Теория измерения величин.	22		8		6								8	
В том числе текущий контроль	1								1					
Зачет														
Тема 12. Элементы топологии.	22		8		6								8	
Тема 13. Дифференциальная геометрия. Линии в евклидовом пространстве.	26		10		8								8	
Тема 14. Дифференциальная геометрия. Поверхности в евклидовом пространстве.	26		10		8								8	
В том числе текущий контроль	2								2					
Экзамен	54										54			
ИТОГО	504		132		96				7		144		125	

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Геометрия» осуществляется в следующих видах:

- работа над учебным материалом (учебниками, конспектами лекций, дополнительной литературой);
- подготовка к занятиям семинарского типа (практическим занятиям);
- подготовка к контрольной работе, тестированию;
- подготовка к зачёту и экзамену.

Методические рекомендации по работе над учебным материалом

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на текущей консультации или на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Методические рекомендации по подготовке к занятиям семинарского типа (практическим занятиям)

Практические занятия представляют особую форму сочетания теории и практики. Их назначение – углубление проработки теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжении всего курса. Процесс подготовки к практическим занятиям включает

- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия по теме занятия;
- изучение дополнительной литературы по теме практического занятия с обязательным конспектированием материала, который понадобится при обсуждении;
- решение задач по образцу и выполнение инвариантных упражнений.

Помните, что необходимо:

- выписать основные термины и запомнить их определения;
- записывать возникшие во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросы, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращаться за консультацией к преподавателю при возникновении затруднений в освоении материала практической работы.

Методические рекомендации по подготовке к выполнению практических заданий, тестированию

Контрольные работы (тестирование) являются одним из обязательных видов самостоятельной работы студентов. Целью контрольных работ является выработка умений и навыков самостоятельной работы; формирование навыков работы со специальной литературой и умения применять свои знания к конкретным ситуациям.

1. Внимательно прочитайте теоретический материал – конспект, составленный на лекционном занятии, материал учебника, пособия. Выпишите формулы из конспекта по изучаемой теме.

2. Обратите внимание, как использовались данные формулы или выполнялись чертежи при решении задач на занятии.

3. Решите предложенные типовые задачи.

4. В случае необходимости воспользуйтесь справочными данными.

5. Проанализируйте полученный результат (проверьте правильность расчетов, правильность вывода неизвестной величины из формулы, верность чертежей).

6. Решение задач должно сопровождаться необходимыми пояснениями.

Показатели результатов работы для самопроверки:

- грамотная запись условия задачи и ее решения;
- грамотное использование формул или выполнение чертежей;
- грамотное использование справочной литературы;
- точность и правильность расчетов;
- обоснование решения задачи.

Методические рекомендации по подготовке к зачету, экзамену

Зачет и экзамен проводятся в традиционной форме (ответ на вопросы экзаменационного билета).

Подготовка к зачету, экзамену начинается с первого занятия по дисциплине. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь требованиями, конспектировать важные для решения учебных задач источники, обращаться к преподавателю за консультациями по неусвоенным вопросам.

Для подготовки к сдаче зачета, экзамена необходимо первоначально прочитать лекционный материал, а также соответствующие разделы рекомендуемых изданий. Лучшим вариантом является тот, при котором при подготовке используется несколько источников информации. Это способствует разностороннему восприятию каждой конкретной темы дисциплины.

В обобщённом варианте подготовка к сдаче зачета, экзамена включает в себя:

- просмотр программы учебной дисциплины, перечня вопросов к зачету, экзамену;
- подбор рекомендованных преподавателем источников (учебников, дополнительной литературы и т.д.),
- использование конспектов лекций, материалов занятий и их изучение;
- консультирование у преподавателя.

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

адреса доступа к документам

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

В ходе промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется оценка сформированности компонентов компетенций (полнота знаний/ наличие умений/ навыков), т.е. результатов обучения, указанных в таблице п.2 настоящей рабочей программы, на основе оценки усвоения содержания дисциплины.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенции в ходе промежуточной аттестации по дисциплине проводится на основе учета текущей успеваемости в ходе освоения дисциплины и учета результата сдачи промежуточной аттестации.

Выявленные признаки несформированности компонентов (индикаторов) хотя бы одной компетенции не позволяют выставить интегрированную положительную оценку сформированности компетенций и освоения дисциплины на данном этапе обучения.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации, которая вносится в зачетно-экзаменационную ведомость по дисциплине и зачетную книжку студента, осуществляется по следующей оценочной шкале.

Шкала оценки сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
Не зачтено	Неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

Шкала оценивания сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)				
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем требованиям программы подготовки, без ошибок.
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

5.2 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Критерии оценки тестирования

Оценка «отлично» 80 – 100 % правильных ответов;

Оценка «хорошо» 60 – 79 % правильных ответов;

Оценка «удовлетворительно» 40 – 59% правильных ответов.

Критерии оценки выполнения практических контрольных заданий

Оценка «зачтено» – выполненные контрольные задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две – три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.

Оценка «не зачтено» – выполненные контрольные задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону.

Критерии ответа студента при устном опросе на занятии, на зачёте, экзамене

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с ситуационными заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при анализе информации.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении анализа информации.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины и / или неумение использовать полученные знания.

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения и для контроля формирования компетенции

Семестр 1

Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций УК-1

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.

1. Если $\vec{b} \{1, -3, 4\}$, $\vec{c} \{5, -1, 0\}$, $\vec{e} \{0, 1, 2\}$, то вектор $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c} + 5\vec{e}$ имеет координаты

1) $\{31, 13, -7\}$; 2) $\{-13, 2, 18\}$; 3) $\{13, 2, -8\}$; 4) $\{-7, 13, 31\}$.

2. Пусть $ABCDEK$ – правильный шестиугольник, O – его центр, причём $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$. То-

гда вектор \overrightarrow{CA} запишется в виде

1) $-\vec{b}$; 2) $-\vec{a} + 2\vec{b}$; 3) $2\vec{a} - \vec{b}$; 4) $3\vec{b} + \vec{a}$.

3. Модуль вектора $\vec{a} \{-\sqrt{7}, 3\}$ равен

1) 4; 2) $\sqrt{7} + 3$; 3) $3 - \sqrt{7}$; 4) 16.

4. Из коллинеарных векторов состоит пара

1) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, -4, 6\}$; 2) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, 4, 6\}$;

3) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, -4, -6\}$; 4) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{2, 4, -6\}$.

сформированности компетенций ПКР-4

5. Две прямые в пространстве

$$l_1: \begin{cases} x = 3t, \\ y = -8 - 4t, \\ z = -3 - 3t. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

1) пересекаются; 2) параллельны; 3) скрещиваются; 4) совпадают.

6. Уравнением $18x^2 - 2y^2 + 36x + 8y - 17 = 0$ задаётся

1) эллипс; 2) гипербола; 3) парабола; 4) пересекающиеся прямые.

7. Если $A(2, 1, -1)$, $B(5, 1, 2)$, $C(3, 0, -3)$, то плоскость ABC имеет уравнение

1) $x + 3y - z - 6 = 0$; 2) $x - 2 = \frac{y - 1}{3} = \frac{z + 1}{-1}$;

3) $3x - 9y - 3z - 8 = 0$; 4) $x + 3y - z + 7 = 0$.

8. Вектор, полученный из $\vec{a} \{2, \sqrt{5}\}$ поворотом на 90° против часовой стрелки, имеет координаты

1) $\{\sqrt{5}, 2\}$; 2) $\{-\sqrt{5}, 2\}$; 3) $\{-2, \sqrt{5}\}$; 4) $\{-2, -\sqrt{5}\}$.

Типовые практические контрольные задания для оценки сформированности индикаторов УК-1.

1. Выяснить взаимное расположение плоскостей $3x - 2y + 7z = 0$ и $-6x + 4y - 14z = 0$.

2. Найти расстояние от точки $M(-2, 1, 3)$ до плоскости $3x - 6y - 2z - 3 = 0$.

3. Найти угол между плоскостями $x + y - 3 = 0$ и $2x - 2z + 1 = 0$.

4. Найти точку, симметричную точке $A(3, -5, 2)$ относительно плоскости, заданной уравнением $x - 4y + 2z - 6 = 0$.

сформированности компетенций ПКР-4

5. Показать, что прямая и плоскость пересекаются и найти точку их пересечения

$x = -1 - 3t$, $y = 2 - t$, $z = 4 - t$ и $4x + 3y + 2z + 18 = 0$.

6. Установить взаимное расположение прямых

$x = t$, $y = -8 - 4t$, $z = -3 - 3t$ и $x + y - z = 0$, $2x - y + 2z = 0$.

7. Найти угол между прямой $x = 5 + 6t$, $y = 1 - 3t$, $z = 2t$ и плоскостью $4x + y - 8z + 16 = 0$.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1.	Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Определение векторного пространства.	УК-1
2.	Теоремы о коллинеарных и компланарных векторах.	УК-1
3.	Понятие линейной зависимости системы векторов. Свойства линейной зависимости.	УК-1
4.	Теоремы о линейной зависимости двух и трех векторов.	УК-1
5.	Теорема о разложении вектора по 3 некопланарным векторам.	УК-1

6.	Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.	УК-1
7.	Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов, его свойства.	УК-1
8.	Аффинная система координат на плоскости и в пространстве.	УК-1
9.	Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.	УК-1
10.	Преобразование аффинной системы координат. Частные случаи.	ПКР-4
11.	Формула деления отрезка в данном отношении.	ПКР-4
12.	Геометрическое истолкование уравнений и неравенств с двумя переменными. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$.	ПКР-4
13.	Различные виды уравнения прямой в аффинной системе координат.	УК-1
14.	Уравнения прямой в прямоугольной системе координат.	УК-1
15.	Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.	УК-1
16.	Взаимное расположение двух прямых. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.	УК-1
17.	Эллипс.	УК-1
18.	Гипербола.	УК-1
19.	Парабола.	УК-1
20.	Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.	ПКР-4
21.	Общая теория линий второго порядка.	ПКР-4
22.	Отображение и преобразование множеств.	ПКР-4
23.	Группа преобразований плоскости.	ПКР-4
24.	Понятие движения. Свойства движений.	ПКР-4
25.	Аналитическое задание движения.	ПКР-4
26.	Виды движений: параллельный перенос, осевая симметрия и скользящая симметрия.	ПКР-4
27.	Виды движений: поворот, центральная симметрия.	ПКР-4
28.	Представление движений в виде композиции двух осевых симметрий.	ПКР-4
29.	Представление движений в виде композиции трех осевых симметрий. Классификация движений.	ПКР-4
30.	Гомотетия, ее свойства. Формулы гомотетии.	ПКР-4
31.	Подобия, свойства подобий. Классификация подобий.	ПКР-4
32.	Представление подобия в виде композиции гомотетии и движения. Формулы подобий.	ПКР-4
33.	Аффинные преобразования, их свойства. Групповой подход к геометрии.	ПКР-4
34.	Косое сжатие, сдвиг.	ПКР-4
35.	Векторное произведение векторов и его свойства.	ПКР-4
36.	Смешанное произведение трех векторов и его свойства.	ПКР-4
37.	Различные виды уравнений плоскости.	ПКР-4
38.	Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.	ПКР-4
39.	Различные виды уравнений прямой в пространстве.	ПКР-4
40.	Взаимное расположение прямой и плоскости.	ПКР-4
41.	Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	ПКР-4
42.	Углы между двумя плоскостями, двумя прямыми, прямой и плоскостью.	ПКР-4
43.	Эллипсоид.	ПКР-4
44.	Гиперболоиды.	ПКР-4
45.	Параболоиды.	ПКР-4
46.	Цилиндры и конусы.	ПКР-4
47.	Прямолинейные образующие ПВП.	ПКР-4

Семестр 2

Типовые практические контрольные задания для оценки сформированности индикаторов УК-1.

1. На расширенной плоскости $\bar{\pi}$ задана проективная система координат $\{A_1, A_2, A_3, E\}$. Построить точку $M(-7, 21, 14)$.
2. На расширенной плоскости $\bar{\pi}$ задана проективная система координат $\{A_1, A_2, A_3, E\}$. Построить прямую $x_1 + \frac{1}{3}x_2 - x_3 = 0$.
3. На проективной прямой даны точки A, B, C . Построить на этой прямой точку D так, чтобы $(AB, CD) = 2$.

сформированности компетенций ПКР-4

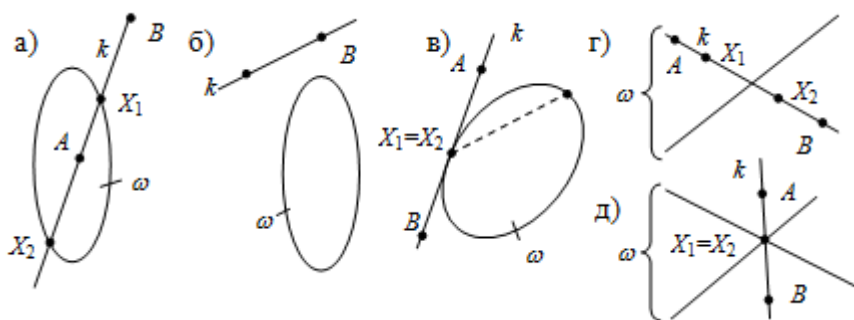
4. Найти формулы проективного преобразования прямой по трем парам соответствующих точек $A(1,1) \rightarrow A'(1,2)$, $B(1,0) \rightarrow B'(2,1)$, $C(1,-1) \rightarrow C'(1,0)$.
5. Найти уравнение касательной к кривой второго порядка $x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 - 5x_2x_3 = 0$ в ее точке $A(1,1,0)$.

6. Дано изображение равнобедренного треугольника с углом при основании 30° . Построить изображение точки пересечения его высот.
7. Дано изображение четырехугольной призмы $ABCD A'B'C'D'$. Построить сечение призмы плоскостью, заданной точками K, L, M , принадлежащими соответственно ребрам AA' и AB и грани $CC'D'D$.

Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ПКР 4

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа

1. При движении $x' = y - 5$; $y' = -x + 2$ координаты прообраза точки $N(1, 2)$ равны
 - 1) $(0, 6)$;
 - 2) $(6, 0)$;
 - 3) $(6, 6)$;
 - 4) $(-6, -6)$.
2. С помощью ортогонального преобразования евклидова векторного пространства квадратичная форма $5x_1^2 - 8x_1x_2 - x_2^2$ приводится к каноническому виду:
 - 1) $7y_1^2 + 3y_2^2$;
 - 2) $y_1^2 - y_2^2$;
 - 3) $7y_1^2 - 3y_2^2$;
 - 4) $y_1^2 + y_2^2$.
3. На каких из представленных рисунках прямая является касательной к кривой



- 1) в, г, д;
- 2) в, г;
- 3) г, д;
- 4) б, д.

4. Гиперплоскость задана в A_4 параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x_1 = t_1 + t_2 - 3 \\ x_2 = t_2 - t_3 \\ x_3 = t_2 + t_3 \\ x_4 = 1 + t_1 \end{cases}$$

Тогда ее общее уравнение имеет вид

- 1) $2x_1 - 3x_4 - 2 = 0$;
 - 2) $2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 + 8 = 0$;
 - 3) $x_2 - 2x_4 + 1 = 0$;
 - 4) $2x_3 + x_4 - 4 = 0$.
5. Параметрические уравнения прямой натянутой в A_4 на точку $A(1; -1; 2; 0)$ и вектор $\vec{u}\{3, 4, -1, 2\}$ имеют вид

$$1) \begin{cases} x_1 = 1 + 3t \\ x_2 = -1 + 4t \\ x_3 = 2 - t \\ x_4 = 2t \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 = t_1 + t_2 - 3 \\ x_2 = t_2 - t_3 \\ x_3 = t_2 + t_3 \\ x_4 = 1 + t_1 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x_1 = 1t + 3 \\ x_2 = -1t + 4 \\ x_3 = 2t - 1 \\ x_4 = 2 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x_1 = 1 - 3t \\ x_2 = -1 - 4t \\ x_3 = 2 + t \\ x_4 = 2t \end{cases}.$$

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1.	Аксиомы Вейля n -мерного аффинного пространства, следствия.	УК-1
2.	Аффинная система координат. Преобразование систем координат в A_n .	УК-1
3.	K -мерные плоскости n -мерного пространства.	УК-1
4.	Собственные векторы и характеристические числа квадратичной формы. Теорема 1 о собственном векторе.	ПКР-4
5.	Собственные векторы и характеристические числа квадратичной формы. Теорема 2 о характеристических числах.	ПКР-4
6.	Проективное пространство. Модели проективной прямой.	УК-1
7.	Проективное пространство. Модели проективной плоскости.	УК-1
8.	Свойства проективной плоскости. Принцип двойственности.	УК-1
9.	Координаты на проективной прямой.	ПКР-4
10.	Координаты на проективной плоскости.	ПКР-4
11.	Уравнение прямой на проективной плоскости.	ПКР-4
12.	Проективные отображения и преобразования.	ПКР-4
13.	Формулы проективных преобразований прямой и плоскости.	ПКР-4
14.	Коллинеации и их свойства.	ПКР-4
15.	Теорема Дезарга.	ПКР-4
16.	Перспективные отображения и их связь с проективными.	ПКР-4
17.	Двойное отношение 4-х точек и 4-х прямых, свойства двойного отношения.	ПКР-4
18.	Гармонические четверки. Полный 4-х вершинник.	ПКР-4
19.	Кривые второго порядка и их классификация на проективной плоскости.	ПКР-4
20.	Понятие касательной к кривой второго порядка. Теорема об особых точках кривой.	ПКР-4
21.	Полюса и поляры. Построение поляры данной точки и полюса данной прямой.	ПКР-4
22.	Свойства полюсов и поляр. Автополярные треугольники.	ПКР-4
23.	Теоремы Паппа-Паскаля и Брианшона. Их предельные случаи.	ПКР-4

Семестр 3

Типовые практические контрольные задания для оценки сформированности индикаторов УК-1.

1. Построить треугольник по двум сторонам и медиане, проходящим через одну вершину.
2. Дано изображение окружности. Построить изображение правильного треугольника, описанного около окружности.
3. Плоскость Π задана следами. Построить следы плоскости Ω , проходящей через данную точку (M, M_3) параллельно плоскости Π .

сформированности компетенций ПКР-4

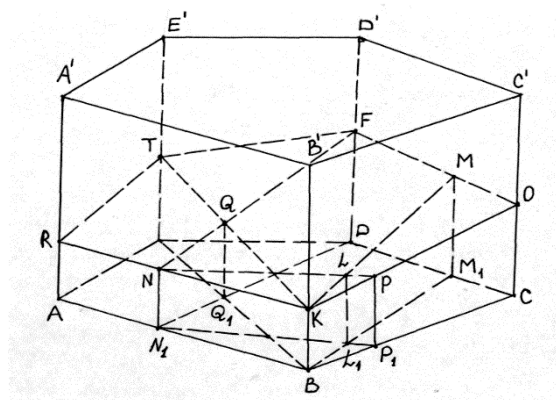
4. Дана пятиугольная призма $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$. В её боковых гранях даны точки $N \in ADD_1A_1; K \in ABB_1A_1; M \in BCC_1B_1$. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через M, N, K : а) методом следов; б) методом внутреннего проектирования.

5. Докажите, что в абсолютной геометрии треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны, если $AB = A_1B_1$, $CH = C_1H_1$, $CM = C_1M_1$, где CM и C_1M_1 – медианы, а CH и C_1H_1 – высоты треугольников.
6. Докажите, что в плоскости Лобачевского сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, больше радиуса окружности.

Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций УК 1

В каждом задании следует выбрать **один** правильный вариант ответа

1. Два многоугольника называются равновеликими, если
- 1) они равностороннены;
 - 2) их площади равны;
 - 3) они равны;
 - 4) они не равностороннены.
2. Из перечисленных пар укажите прямую секущую плоскости и ее проекцию на плоскость основания:
- 1) MK и BL_1 ;
 - 2) RN и DN_1 ;
 - 3) LN и M_1L_1 ;
 - 4) L_1L и PP_1 .



3. Изображением данной трапеции служит
- 1) произвольный параллелограмм;
 - 2) четырехугольник с тем же отношением оснований;
 - 3) трапеция с тем же отношением оснований;
 - 4) произвольная трапеция.

сформированности компетенций ПКР-4

4. Следом прямой на плоскости называется
- 1) параллельная проекция прямой на данную плоскость;
 - 2) прямая, параллельная данной и лежащая в данной плоскости;
 - 3) точка пересечения этой прямой с данной плоскостью;
 - 4) центральная проекция данной прямой на данную плоскость.
5. Метод внутреннего проектирования при построении сечений многогранников заключается в том, что
- 1) строят общие точки, а по ним следы секущей плоскости с плоскостями граней многогранника;
 - 2) по проекциям точек секущей плоскости на основную плоскость находят точки секущей плоскости;
 - 3) по проекциям точек основной плоскости находят точки основной плоскости;
 - 4) находят след секущей плоскости на основной плоскости.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к зачету)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1.	Понятие математической структуры. Требования, предъявляемые к системе аксиом.	УК-1

2.	Исторический обзор обоснования геометрии. Характеристика «Начал» Евклида.	УК-1
3.	Проблема пятого постулата. Значение работ Лобачевского.	УК-1
4.	Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость.	УК-1
5.	Доказательство теорем в системе аксиом Вейля.	УК-1
6.	Обзор системы аксиом Гильберта.	УК-1
7.	Первая группа системы аксиом Гильберта. Следствия.	УК-1
8.	Вторая группа системы аксиом Гильберта. Следствия.	УК-1
9.	Третья группа системы аксиом Гильберта. Следствия.	УК-1
10.	Четвертая и пятая группы системы аксиом Гильберта. Следствия.	УК-1
11.	Аксиома параллельности Лобачевского, основные факты геометрии Лобачевского.	УК-1
12.	Треугольники и четырехугольники в плоскости Лобачевского.	ПКР-4
13.	Пучки прямых в плоскости Лобачевского.	ПКР-4
14.	Модель Кели – Клейна плоскости Лобачевского.	ПКР-4
15.	Измерение отрезков.	ПКР-4
16.	Понятие площади многоугольника. Вычисление площади прямоугольника, трапеции, треугольника, параллелограмма.	ПКР-4
17.	Теорема существования и единственности площади многоугольника.	ПКР-4
18.	Равновеликость и равносторонность многоугольников.	ПКР-4
19.	Теорема Бояи-Гервина.	ПКР-4
20.	Обзор теории объемов.	ПКР-4
21.	Параллельная проекция и ее свойства.	ПКР-4
22.	Изображение плоских фигур в параллельной проекции.	ПКР-4
23.	Изображение пространственных фигур. Теорема Польке-Шварца.	ПКР-4
24.	Полные изображения. Позиционные и метрические задачи. Примеры.	ПКР-4
25.	Аксометрия.	ПКР-4
26.	Метод Монжа.	ПКР-4

Семестр 4

Типовые практические контрольные задания для оценки сформированности индикаторов УК-1.

1. Для линии $x = \frac{t^3 - 1}{t}$, $y = \frac{t + 1}{t^2}$, $z = t^3 + 1$ найти единичные векторы касательной, бинормали, главной нормали, вывести уравнения главной нормали и соприкасающейся плоскости в точке $M(2,0,0)$.

2. Дана линия $x - y^3 - 1 = 0$, $y^2 + z + 2 = 0$. Вывести уравнения касательной прямой, бинормали, нормальной и спрямляющей плоскости, вычислить кривизну и кручение в точке $P(2,1,-3)$.

сформированности компетенций ПКР-4

3. Доказать, что линия $x = t^2 - 3t + 7$, $y = -9t + 1$, $z = 2t^2 + 3t$ плоская и найти плоскость, в которой она лежит.

4. На поверхности $x = u^2 + v^2$, $y = u^2 - v^2$, $z = uv$ заданы линии l : $u - v = 0$ и m : $v + 1 = 0$. Вычислить величину угла между этими линиями. Вычислить полную и среднюю кривизны поверхности в произвольной точке.

5. Дана поверхность Φ : $x - y^2 - z^2 = 0$. Вывести уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M(2,1,1)$. Вычислить основные квадратичные формы поверхности. Вычислить нормальную кривизну линии l : $\begin{cases} y - z - 1 = 0 \\ x - 2z^2 - 2z - 1 = 0 \end{cases}$ в точке $P(1,0,-1)$.

Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций УК 1

1. Известны коэффициенты первой квадратичной формы поверхности $E=G=1$, $F=0$ и коэффициенты второй квадратичной формы поверхности $M=N=0$, $L=-1$. Тогда полная кривизна поверхности равна

- 1) $-1/2$;
- 2) $1/2$;
- 3) 1 ;
- 4) 0 .

2. По теореме Декарта – Эйлера о многогранниках (число вершин B , число граней Γ , число ребер P):

- 1) $B + \Gamma = P - 2$;
- 2) $P + \Gamma = B + 2$;
- 3) $B + \Gamma + P = 2$;
- 4) $B + \Gamma = P + 2$.

сформированности компетенций ПКР-4

3. Эйлерова характеристика листа Мебиуса равна

- 1) 2;
- 2) 1;
- 3) 0;
- 4) -1.

4. Направляющий вектор бинормали кривой $\vec{r}(t)$ равен

- 1) $\vec{r}'(t)$;
- 2) $\vec{r}''(t)$;
- 3) $\vec{r}'(t) \cdot \vec{r}''(t)$;
- 4) $[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)]$

5. Лист Мебиуса является

- 1) двумерным топологическим многообразием с краем, компактным;
- 2) двумерным топологическим многообразием, компактным;
- 3) двумерным топологическим многообразием с краем, не компактным;
- 4) двумерным топологическим многообразием, не компактным.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции (индикатора)
1.	Топологические пространства. Примеры.	УК-1
2.	Определения внутренних, внешних, граничных точек. Замкнутые множества. Теорема о множестве состоящем из внутренних точек.	УК-1
3.	Замкнутые множества. Теорема о замыкании замкнутого множества.	УК-1
4.	Непрерывность и гомеоморфизм. Примеры.	УК-1
5.	Отделимость. Компактность. Связность. Примеры.	УК-1
6.	Метрические пространства.	УК-1
7.	Топологические многообразия. Примеры топологических многообразий.	УК-1
8.	Клеточное разбиение и ориентация топологического многообразия.	УК-1
9.	Эйлерова характеристика топологического многообразия и её инвариантность относительно способа клеточного разбиения. Эйлеровы характеристики гомеоморфных многообразий.	УК-1
10.	Классификация двумерных топологических многообразий.	УК-1
11.	Теорема Эйлера для многогранников нулевого рода. Существование пяти типов топологически правильных многогранников нулевого рода.	ПКР-4
12.	Топологические свойства проективной плоскости.	УК-1
13.	Вложение и погружение множеств. Примеры.	УК-1
14.	Векторная функция скалярного аргумента и её дифференцирование.	УК-1
15.	Понятие кривой, гладкие кривые. Примеры.	ПКР-4
16.	Касательные к кривой.	ПКР-4
17.	Длина дуги кривой. Теорема о независимости длины дуги кривой от способа параметризации.	ПКР-4
18.	Теорема о векторе постоянного модуля.	ПКР-4
19.	Сопровождающий трехгранник кривой.	ПКР-4
20.	Формулы Френе. Кручение кривой.	ПКР-4
21.	Вычисление кривизны и кручения при обычной параметризации.	ПКР-4
22.	Взаимное расположение кривой и плоскости.	ПКР-4
23.	Строение кривой вблизи данной точки.	ПКР-4

24.	Кривые нулевой кривизны. Кривые нулевого кручения.	ПКР-4
25.	Понятие поверхности. Гладкие поверхности. U и V– линии на поверхности.	ПКР-4
26.	Касательная плоскость к поверхности.	ПКР-4
27.	Первая квадратичная форма и ее применение к решению задач.	ПКР-4
28.	Нормаль к поверхности.	ПКР-4
29.	Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна линии лежащей на поверхности.	ПКР-4
30.	Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.	ПКР-4
31.	Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.	ПКР-4
32.	Теорема Родрига.	ПКР-4
33.	Определение главных кривизн при произвольном выборе координатных линий. Полная и средняя кривизна поверхности.	ПКР-4
34.	Полная кривизна поверхности вращения.	ПКР-4
35.	Поверхности вращения постоянной кривизны.	ПКР-4
36.	Внутренняя геометрия поверхности. Геодезические линии. Сумма углов геодезического треугольника.	ПКР-4

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 1: учебное пособие для вузов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский. — Электрон. дан. — Москва: Издательство "Лаборатория знаний", 2017. — 334 с. // ЭБС «Лань»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/94095>
2. Атанасян, Л.С. Геометрия Лобачевского [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.С. Атанасян. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2017. — 467 с. // ЭБС «Лань»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/94096>
3. Игнаточкина Л.А., Топология для бакалавров математики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Игнаточкина Л.А. - М.: Прометей, 2016. - 88 с. // ЭБС «Консультант студента»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990745315.html>

б) дополнительная литература:

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, В.Г. Ушаков. — Электрон. дан. — Москва: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 547 с. // ЭБС «Лань»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/66314>
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2018. — 448 с. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/98235>
3. Буланже Г. В. Основы начертательной геометрии. Краткий курс и сборник задач.: Учебное пособие / Буланже Г. В., Гушин И. А., Гончарова В. А. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 142 с. // ЭБС «Znanium»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=479429>
4. Паньженский, В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2015. — 240 с. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/67459>
5. Попов В. Л. Аналитическая геометрия: учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 232 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс) // ЭБС «Юрайт»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: https://urait.ru/viewer/analiticheskaya-geometriya-413975?share_image_id=#page/1
6. Сборник задач по геометрии [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.А. Франгулов [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2014. — 256 с. // ЭБС «Лань»: [Электронный ресурс]. — Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/41018>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: (ноутбук, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа дисциплины **Геометрия** составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования (ОС ННГУ) бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ ННГУ от 17.05.2023 года № 06.49-04-0214/23).

Автор(ы):
к.п.н., доцент

Атрощенко С.А.

Рецензент (ы):
к.п.н., доцент

Нестерова Л.Ю.

Кафедра математики, физики и информатики

д.п.н., доцент

Фролов И.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.2023 года, протокол № 5

Председатель МК
к.п.н., доцент

факультета естественных и математических наук
Володин А.М.

П.6. а) СОГЛАСОВАНО:

Заведующий библиотекой

Федосеева Т.А.