

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

\_\_\_\_\_ Гергель В.П.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020

**Рабочая программа дисциплины**

Метод конечных элементов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2020 год

## Лист актуализации

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК  
\_\_\_\_\_ 2019 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2019-2020 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК  
\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК  
\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК  
\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений, блока 1 (Б1.В.ДВ.07.01) ОПОП и обязательна для освоения в 8-ом семестре студентами 4-го курса, обучающимися по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика».

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-2Способен самостоятельно анализировать поставленную задачу, выбирать корректные методы её решения, применять математически сложные алгоритмы в современных специализированных программных комплексах, реализовывать в них новые алгоритмы	<b>ПК-2.1. Знает</b> теоретические основы и методологию построения решений фундаментальных задач механики, основы информационных технологий.	<b>Знает</b> вариационные постановки статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин и алгоритмы их решения методом конечных элементов.	<i>Собеседование</i>
	<b>ПК-2.2. Умеет</b> самостоятельно осуществлять анализ и выбор методов и алгоритмов решения задач профессиональной деятельности.	<b>Умеет</b> осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин.	<i>Собеседование</i>
	<b>ПК-2.3. Имеет практический опыт</b> решения задач механики в соответствии с выбранным методом и построенным алгоритмом с использованием современных программных комплексов.	<b>Владеет навыками</b> решения задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин методом конечных элементов с использованием современных программных комплексов/	<i>Собеседование</i>
ПК-3. Умеет самостоятельно разрабатывать, исследовать, применять математические модели для расчётов, проводить расчётные работы и исследования, обработку результатов, оформление отчётной	<b>ПК-3.1. Знает</b> классические модели механики, методы решения задач, современные программные комплексы для проведения расчётных исследований, методы проведения, обработки и анализа результатов исследований.	<b>Знает</b> классические модели механики, методы решения задач, современные программные комплексы для проведения расчётных исследований.	<i>Собеседование</i>
	<b>ПК-3.2. Умеет</b> самостоятельно	<b>Умеет</b> выбирать и применять современные	<i>Расчетно-графическая</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
документации	проводить исследования, выбирать и применять современные программные комплексы, получать, обрабатывать и анализировать результаты исследований.	программные комплексы, проводить численные исследования, обрабатывать и анализировать результаты.	
	<b>ПК-3.3. Имеет практический опыт применения математического и компьютерного моделирования.</b>	<b>Владеет навыками применения метода конечных элементов при численном решении задач механики</b>	<i>Расчетно-графическая</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5 з.е.</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	32
- текущий контроль (КСР)	3
<b>самостоятельная работа</b>	<b>45</b>
<b>Промежуточная аттестация –зачет, экзамен</b>	<b>Экзамен (36)</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
Основы МКЭ. Постановка задачи теории упругости и теплопроводности. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца. Простейшие задачи.	18	4	4	4	12	6
Обобщенные вариационные формулировки	5	2			2	3
Простейшие аппроксимации в конечных элементах	18	4	4	4	12	6
Семейства конечных элементов различной мерности	18	4	4	4	12	6
Криволинейные элементы. Изопараметрическая	22	4	6	6	16	6

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
технология						
Точность, устойчивость, сходимость метода конечных элементов. Проблемы сдвигового и объемного записания	18	4	4	4	12	6
Вычислительные вопросы МКЭ	18	4	4	4	12	6
МКЭ для задач устойчивости и динамики конструкций	24	6	6	6	18	6
	141	32	32	32	96	45
<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.						
<sup>2</sup> Занятия лекционного типа.						
<sup>3</sup> Занятия семинарского типа.						
<sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.						

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского и лабораторного типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное решение задач (3 задачи в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**Фонд оценочных средств включает** контрольные материалы для проведения текущего контроля в расчетно-графических работ, собеседования и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
			Имели место грубые ошибки.	место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
очень хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
отлично		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
превосходно		Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»

Оценка		Уровень подготовки
незачтено	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Основная идея МКЭ.	ПК-2
2. Метод Рунге на кусочно-гладких базисных функциях	ПК-2
3. Общая схема МКЭ.	ПК-2, ПК-3
4. Локальная и глобальная системы координат. Преобразование матрицы жесткости и вектора узловых сил КЭ при переходе к новой системе координат.	ПК-2
5. Локальная и глобальная нумерация неизвестных. Составление глобальной матрицы жесткости системы. Полуширина ленты СЛАУ. Рациональная и нерациональная нумерация узлов.	ПК-2
6. Учет граничных условий	ПК-2
7. Учет граничных условий в системе координат, не совпадающей с глобальной.	ПК-2
8. Вычисление внутренних усилий в элементах фермы.	ПК-2
9. Особенности расчета пространственных ферм.	ПК-2
10. Дифференциальная и вариационная постановки задачи плоской задачи теории упругости.	ПК-2
11. Треугольный элемент с линейными функциями формы.	ПК-2
12. Четырехугольный элемент с билинейными функциями формы.	ПК-2
13. Анализ аппроксимаций перемещений. Ложный сдвиг. Моментная схема конечных элементов.	ПК-2
14. Гибридная формулировка, основанная на предположении о законе изменения напряжений.	ПК-2
15. Прямоугольные КЭ. Сирендипово семейство функций формы.	ПК-2
16. Прямоугольные КЭ. Лагранжево семейство функций формы.	ПК-2
17. Семейство треугольных элементов. Естественные координаты.	ПК-2
18. Криволинейные конечные элементы. Аппроксимация геометрии КЭ. Суб-, изо- и суперпараметрические КЭ.	ПК-2

19. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ. Численное интегрирования. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимого порядка точности интегрирования.	ПК-2
20. КЭ для решения задач изгиба пластин. Проблема совместности.	ПК-2
21. Четырех и треугольные КЭ для пластин по модели Кирхгофа.	ПК-2
22. Расчет пространственных и оболочечных систем. Конечные элементы стержней и пластин по модели Рейснера-Тимошенко. Требование C0 непрерывности базисных функций.	ПК-2
23. Изопараметрические элементы для расчета пластин и оболочек.	ПК-2
24. Понятие и определение точности, сходимости и устойчивости численного метода.	ПК-2
25. Ошибки, возникающие при применении МКЭ. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа обусловленности от различных факторов.	ПК-3
26. Совместные элементы. Критерий полноты.	ПК-2
27. Несовместные элементы. Кусочный тест Айронса.	ПК-2
28. Анализ сходимости решений для различных типов конечных элементов.	ПК-3

#### **5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-2**

1. Записать принцип Лагранжа для случая плоской теории упругости
2. Сформулировать критерий полноты. Показать эквивалентность альтернативных формулировок в виде одного и двух утверждений

#### **5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-3**

1. Характеризовать методы решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS
2. Записать основной алгоритм МКЭ

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

№	а) основная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. ( <a href="http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf">http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf</a> ).	Э
2.	Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. - 428 с. - 3экз. <a href="https://dwg.ru/dnl/3236">https://dwg.ru/dnl/3236</a>	Э, 3 экз.
3.	Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летальных аппаратов. М.: ВШ, 1985. . - 391 с. - 3экз. <a href="http://bookfi.net/book/543719">http://bookfi.net/book/543719</a>	Э

<sup>1</sup>Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».



№	б) дополнительная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Деклу Ж. Метод конечных элементов, перев. с фр. М.: Мир, 1976. 96 с. ( <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu</a> ).	Э
2.	Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, перев с англ. М.: Мир, 1975. 543 с. ( <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu</a> ).	Э
3.	Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, перев. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с. ( <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu</a> ).	Э
4.	Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. . - 392 с. - 5экз.	Э
5.	Норри Дж., Де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981. - 304 с. - 5экз	1
6.	Рикардс Р.Б. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек. Рига.: Зинатне, 1988.	1
7.	Голованов А.И., Корнишин М.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек. Казань, 1989, - 269 с. - 1экз..	–
8.	Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. - 542 с.. - 4экз..	–

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» <sup>2</sup>
1.	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm</a>	С
2.	ANSYS Help версии 15, 16, 17	Л
3.	<a href="http://www.emt.ru">http://www.emt.ru</a>	С
4.	<a href="http://www.fea.ru/">http://www.fea.ru/</a>	С
5.	<a href="http://www.cae.ru/">http://www.cae.ru/</a>	С
6.	<a href="http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms">http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms</a>	С
7.		С

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран). Компьютерные классы 2 и 6 корпусов ННГУ, лицензионные программы ANSYS Academic Teaching Advanced (25 Tasks) – 2 лицензии.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Автор(ы)

К.Т.Н., доцент  
Леонтьев Н.В

<sup>2</sup>Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.

Рецензент(ы)

Заведующий кафедрой  
теоретической, компьютерной и  
экспериментальной механики

д.ф.-м.н., профессор  
Игумнов Л.А.