

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «16» июня 2021 г. № 8

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2021 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.22, «Численные методы» относится к обязательной части ООП специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-3 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает принципы работы современных информационных технологий	Знает как создавать и грамотно использовать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов. Как применять численные методы для решения прикладных задач.	<i>Собеседование</i>
	ОПК-3.2. Умеет решать задачи профессиональной деятельности с использованием современных информационных технологий	Умеет самостоятельно создавать и грамотно использовать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов. Умеет применять численные методы для решения прикладных задач.	<i>Контрольная работа</i>
	ОПК-3.3. Имеет практический опыт решения задач профессиональной деятельности с использованием современных информационных технологий	Владеет навыками: самостоятельно создавать и грамотно использовать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, как применять численные методы для решения прикладных задач.	<i>Контрольная работа</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма
--	-------------

	обучения
Общая трудоемкость	4 з.е.
Часов по учебному плану	288
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
- занятия лабораторного типа	64
- текущий контроль (КСР)	3
самостоятельная работа	57
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР ¹ , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			из них				
			ЗЛеТ ²	ЗСеТ ³	ЗЛаТ ⁴	Всего	
1	Тема 1. Теория погрешностей. Основы теории погрешностей, классификация погрешностей, источники погрешностей. Абсолютная и относительные погрешности. Прямая и обратная задачи теории погрешностей. Оценка погрешности методами интервальной математики.	10	2	2	2	6	4
2	Тема 2. Интерполирование функции. Общая задача интерполирования, чебышевская система функций. Интерполяционный полином Лагранжа, методическая погрешность. Полином Чебышева. Интерполяционный полином Ньютона. Задача кратного интерполирования, полином Эрмита. Интерполирование функций многих переменных, особенности задачи. Понятие сплайна, интерполирование сплайнами.	16	4	4	4	12	4
3	Тема 3. Аппроксимация функции. Аппроксимация функций в метрических пространствах. Наилучшие приближения в линейных нормированных пространствах, существование элемента наилучшего приближения. Наилучшие приближения непрерывных функций. Метод наименьших квадратов. Полиномы Бернштейна. Приближение функций в гильбертовых пространствах. Приближение алгебраическими многочленами, тригонометрическими многочленами, рациональными многочленами.	16	4	4	4	12	4
4	Тема 4. Численное дифференцирование. Численное дифференцирование, анализ полной погрешности формул численного	16	4	4	4	12	4

	дифференцирования. Некорректность операции численного дифференцирования. Понятие аппроксимации оператора дифференцирования..						
5	Тема 5. Численное интегрирование . Вычисление определенного интеграла. Вывод формул (с оценкой методической погрешности): прямоугольников, трапеций, Симпсона. Составные квадратурные формулы: трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Квадратурные формулы. Основные понятия: коэффициенты, узлы, методическая погрешность квадратурной формулы. Весовая функция. Алгебраическая степень точности. Интерполяционная квадратурная формула. Теорема об алгебраической степени точности интерполяционной квадратурной формулы. Формулы Ньютона–Котеса. Практические способы оценки погрешности составных квадратурных формул. Квадратурные формулы Гаусса. Теоремы об алгебраической степени точности, узлах квадратурной формулы, о коэффициентах квадратурной формулы, наивысшем порядке точности и методической погрешности. Алгоритм построения квадратурных формул Гаусса. Вычисление несобственных интегралов..	16	4	4	4	12	4
6	Тема 6. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): методы Гаусса и Жордана, LU-метод, квадратного корня, метод простой итерации, метод Зейделя, метод верхних релаксаций. Применение к задаче построения обратной матрицы. Приведение произвольной СЛАУ к виду, пригодному для применения метода простой итерации. Метод прогонки решения систем с трехдиагональной матрицей. Число обусловленности СЛАУ, его свойства. Особенности реализации методов на компьютере. Вариационные методы решения СЛАУ	22	6	6	6	18	4
7	Тема 7. Проблема собственных значений матрицы. Наибольшее и наименьшее собственное значение матрицы. Собственные вектора.	16	4	4	4	12	4
8	Тема 8. Решение нелинейных уравнений и систем. Методы решения скалярных уравнений: метод итераций, метод Чебышева, метод Ньютона, метод хорд, метод обратной интерполяции. Метод Ньютона решения нелинейных систем уравнений. Итерационные методы	22	6	6	6	18	4
9	Тема 9. Теория разностных уравнений. Классификация уравнений. Решение уравнений первого, второго порядка. Фундаментальное решение. Устойчивость решения к малым возмущениям.	16	4	4	4	12	4
10	Тема 10. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).	16	4	4	4	12	4

	Численные методы решения задачи Коши. Основные понятия: методическая погрешность, полная погрешность, локальная погрешность. Одношаговые и многошаговые методы. Порядок аппроксимации, устойчивость сходимости.						
11	Тема 11. Методы Рунге–Кутты. Порядок точности. Число этапов. Вывод расчетных схем второго и третьего порядков точности. Сходимость метода Рунге–Кутты. Практические способы оценки локальной погрешности метод Рунге. Методы Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага вложенные методы. Многошаговые методы. Методы Адамса. Вывод расчетных формул: двух- и трехшаговых методов. Устойчивость разностных схем. Численное интегрирование жестких систем. Методы Гира	28	8	8	8	24	4
12	Тема 12. Численные методы решения краевых задач для. Постановка задачи. Интегро-интерполяционный метод построения краевой разностных задач. Устойчивость разностной задачи. Метод прогонки, метод стрельбы, метод скорейшего спуска.	16	4	4	4	12	4
13	Тема 13. Разностные методы решения граничных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Аппроксимация дифференциального оператора сеточными операторами. Построение РС методом неопределенных коэффициентов. Явные и неявные РС для уравнений первого порядка. РС с весами для уравнения теплопроводности, решение РС для уравнения теплопроводности. РС для уравнений гиперболического типа. РС задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка. Принцип максимума и следствия из него. Теоремы о монотонности, мажоранте, оценке решения сеточного уравнения через его правую часть.	23	6	6	6	18	5
14	Тема 14. Интегральные уравнения. Численные методы решения уравнений Фредгольма и уравнений Вольтера. Быстрое преобразование Фурье.	16	4	4	4	12	4
	Текущий контроль (КРС)	3				3	
	Промежуточная аттестация	36				36	
	ИТОГО	288	64	64	64	231	57
¹ Самостоятельная работа обучающегося. ² Занятия лекционного типа. ³ Занятия семинарского типа. ⁴ Занятия лабораторного типа.							

Краткое содержание разделов и тем дисциплины

1. Элементарная теория погрешностей. Различные виды представления числа в компьютере. Классификация погрешностей. Операции с погрешностями. Умение решать численные примеры.

1. Постановка общей задачи интерполирования. (Общая постановка задачи интерполяции, полиномы Ньютона, Эрмита, тригонометрические интерполяционные полиномы, приближение рациональными функциями.)

2. Интерполяционный полином Лагранжа.

3. Многочлены Чебышева. Экономизация рядов.

4. Интерполирования сплайнами.
5. Интерполирование параметрически заданных кривых.
6. Задача о наилучшем приближении функции в гильбертовом пространстве.
7. Метод наименьших квадратов. (доп. сглаживание сеточных функций.)
8. Численное дифференцирование. (методы получения разностных производных, некорректность операции численного дифференцирования.)
9. Элементарные формулы численного интегрирования. (прямоугольников, трапеций, Симпсона, частичные и составные формулы погрешности и т.д.)
10. Априорные и апостериорные оценки погрешностей численного интегрирования.
11. Квадратурные формулы интерполяционного типа. (Квадратурные формулы Ньютона-Котесса. Симметричные формулы.)
12. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности.
13. Прямые методы решения СЛАУ. (Метод Гаусса с выбором главного элемента, LU-метод, метод квадратного корня.)
14. Обусловленность СЛАУ.
15. Итерационные методы решения СЛАУ.
16. Теоремы о сходимости итерационных методов решений СЛАУ.
17. Итерационные методы вариационного типа решения СЛАУ.
18. Проблема собственных значений матрицы.
19. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения. (теорема о сходимости.)
20. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения.
21. Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений. (метод хорд, метод обратного интерполирования).
22. Итерационные методы решения системы нелинейных уравнений.
23. Теория разностных уравнений 1-го порядка.
24. Теория разностных уравнений 2-го порядка.
25. Метод решения краевой разностной задачи. Метод прогонки.
26. Понятие аппроксимации разностной задачей ОДУ, устойчивости решения разностной задачи, сходимости решения разностной задачи к решению ОДУ. (как в частном, так и в общем случае.)
27. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. (общая теория построение методов, примеры, реализация алгоритма с автоматическим выбором шага.)
28. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ. (сходимость и устойчивость методов Рунге-Кутты.)
29. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Классификация, построение, примеры.)
30. Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Устойчивость и сходимость.)
31. Теория устойчивости разностных схем задачи Коши.
32. Аппроксимация краевой задачи для ОДУ. (Интегро-интерпол. метод построения разностных схем.)
33. Аппроксимация краевой задачи для ОДУ. (метод неопределенных коэффициентов, методы решения задачи.)
34. Разностные схемы для уравнений переноса первого порядка. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, устойчивость.)
35. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, схемы предиктор-корректор, схемы с весами, устойчивость.)
36. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Канонический вид, принцип максимума, схемы с расщеплением.)
37. Разностные схемы для волнового уравнения. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, трехслойные схемы, схемы с весами, устойчивость.)

38. Метод разделения переменных для разностных схем. (Аналог задачи Штурма-Лиувилля.)
39. Разностная схема задачи Дирихле для уравнения Пуассона. (Аппроксимация, устойчивость, методы решения, канонический вид)
40. Принцип максимума для разностной схемы в каноническом виде.
41. Обобщенная теория разностных схем.
42. Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа, лабораторного типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, лабораторного типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет, экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачёту*.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в	Продemonстрированы	Продemonстрированы

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
		объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
	очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
	превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

№	Вопрос	Код Формируемой компетенции
1	. Элементарная теория погрешностей.	ОПК-3
2	Постановка общей задачи интерполирования.	ОПК-3
3	Интерполяционный полином Лагранжа.	ОПК-3
4	Многочлены Чебышева. Экономизация рядов.	ОПК-3
5	Интерполирования сплайнами.	ОПК-3
6	Интерполирование параметрически заданных кривых.	ОПК-3
7	Задача о наилучшем приближении функции в гильбертовом пространстве.	ОПК-3
8	Метод наименьших квадратов.	ОПК-3
9	Численное дифференцирование.	ОПК-3
10	Элементарные формулы численного интегрирования. (прямоугольников, трапеций, Симпсона, частичные и составные формулы погрешности и т.д.)	ОПК-3
11	Априорные и апостериорные оценки погрешностей численного интегрирования.	ОПК-3
12	Квадратурные формулы интерполяционного типа.	ОПК-3
13	Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности.	ОПК-3
14	Прямые методы решения СЛАУ. (Метод Гаусса с выбором главного элемента, LU- метод, метод квадратного корня.)	ОПК-3
15	Обусловленность СЛАУ.	ОПК-3
16	Итерационные методы решения СЛАУ.	ОПК-3
17	Теоремы о сходимости итерационных методов решений СЛАУ.	ОПК-3
18	Итерационные методы вариационного типа решения СЛАУ.	ОПК-3
19	Проблема собственных значений матрицы.	ОПК-3
20	Метод простой итерации решения нелинейного уравнения. (теорема о сходимости.)	ОПК-3
21	Метод Ньютона решения нелинейного уравнения.	ОПК-3
22	Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений. (метод хорд, метод обратного интерполирования).	ОПК-3

23	Итерационные методы решения системы нелинейных уравнений.	ОПК-3
24	Теория разностных уравнений 1-го порядка.	ОПК-3
25	Теория разностных уравнений 2-го порядка.	ОПК-3
26	Метод решения краевой разностной задачи. Метод прогонки.	ОПК-3
27	Понятие аппроксимации разностной задачей ОДУ, устойчивости решения разностной задачи, сходимости решения разностной задачи к решению ОДУ.	ОПК-3
28	Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ.	ОПК-3
29	Методы Рунге-Кутты 4 го порядка решения задачи Коши для ОДУ. (сходимость и устойчивость методов Рунге-Кутты.)	ОПК-3
30	Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Классификация, построение, примеры.)	ОПК-3
31	Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для ОДУ. (Устойчивость и сходимость.)	ОПК-3
32	Теория устойчивости разностных схем задачи Коши.	ОПК-3
33	Аппроксимация краевой задачи для ОДУ. (Интегро-интерпол. метод построения разностных схем.)	ОПК-3
34	Аппроксимация краевой задачи для ОДУ. (метод неопределенных коэффициентов, методы решения задачи.)	ОПК-3
35	Разностные схемы для уравнений переноса первого порядка. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, устойчивость.)	ОПК-3
36	Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, схемы предиктор-корректор, схемы с весами, устойчивость.)	ОПК-3
37	Разностные схемы для уравнения теплопроводности. (Канонический вид, принцип максимума, схемы с расщеплением.)	ОПК-3
38	Разностные схемы для волнового уравнения. (Построение схем на различных шаблонах, аппроксимация, трехслойные схемы, схемы с весами, устойчивость.)	ОПК-3
39	Метод разделения переменных для разностных схем. (Аналог задачи Штурма-Лиувилля.)	ОПК-3
40	Разностная схема задачи Дирихле для уравнения Пуассона. (Аппроксимация, устойчивость, методы решения, канонический вид)	ОПК-3
41	Принцип максимума для разностной схемы в каноническом виде.	ОПК-3
42	Обобщенная теория разностных схем.	ОПК-3
	Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра	ОПК-3

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-3

Билет N 1

Для функции $y = \sin x$

$$x_0 = \pi/6, x_1 = \pi/2$$

$$y_0 = 1/2, y_1 = 1$$

построить интерполяционный полином Лагранжа и оценить погрешность на отрезке $[0, \pi/2]$.

Билет N 2

Считая все значащие цифры верными (в узком смысле), вычислить и оценить погрешности по общей формуле теории погрешностей и методом границ

$$f = \frac{(2.9 + 7)}{11} \cdot 9.1$$

Билет N 3

Найти интерполяционный многочлен Лагранжа, который в точках

$$x_0 = -3, x_1 = -1, x_2 = 2$$

принимает соответствующие значения

$$y_0 = -5, y_1 = -11, y_2 = 10.$$

Билет N 4

Считая все значащие цифры верными, вычислить и оценить погрешности по общей формуле теории погрешностей и методом интервалов

$$f = (2.9 + 7) \times 9.1/11.$$

Посчитать среднее значение f . Записать ответы в естественной форме записи приближенного числа. Указать число верных значащих цифр.

Билет N 5

Вычислить $\int_2^6 \frac{dx}{x}$ по формуле прямоугольников для 2 и 4 отрезков разбиения. Оценить погрешность, уточнить решение по Рунге.

Билет N 6

Вычислить $\int_2^6 \frac{dx}{x}$ по формуле трапеций для 2 и 4 отрезков разбиения. Оценить погрешность, уточнить решение по Рунге.

Билет N 7

Вычислить $\int_2^6 \frac{dx}{x}$ по формуле Симпсона на 3 и 5 узлах. Оценить погрешность, уточнить решение по Рунге.

Билет N 8

Примените метод Якоби к системе уравнений $Ax = b$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Используйте в качестве начального приближения вектор $x^0 = (1, 1)$ и выполните такое количество шагов, чтобы стало ясно, как сходится итерационный процесс.

Билет N 9

Примените метод Гаусса-Зейделя к системе уравнений $Ax = b$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Используйте в качестве начального приближения вектор и выполните такое количество шагов, чтобы стало ясно, как сходится итерационный процесс.

Билет N 10

С какой точностью можно вычислить значение \sqrt{x} при $x = 85$, если вычисления производить на основе интерполяционного многочлена Лагранжа первой и второй степени, построенных по таблице данных

x	16	36	100
y	4	6	10

Билет N 11

Дана таблица значений функции на отрезке $[0.15; 0.18]$ с шагом $h = 0.005$

0.14944	0.15438	0.15932	0.16425	0.16918	0.17411	0.17903
---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

Требуется на основе интерполяционной формулы Ньютона «вперед» уплотнить эту таблицу с шагом $h = 0.001$ на участке $[0.155; 0.165]$.

Билет N 12

Методом Якоби найти решение системы с точностью $\varepsilon = 10^{-3}, x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0,0,0 \end{pmatrix}^T$

$$\begin{aligned} 6.25x_1 - x_2 + 0.5x_3 &= 7.5 \\ -x_1 + 5x_2 + 2.12x_3 &= -8.68 \\ 0.5x_1 + 2.12x_2 + 3.6x_3 &= -0.24 \end{aligned}$$

Билет N 13

Решить явным методом Эйлера следующую задачу Коши.
 $0.2y' + y = 1, y(0) = 0.$

Билет N 14

Найти приближенные решения задачи Коши

$$\begin{aligned} y' &= z - 1, y(0) = 1, \\ z' &= -y - 2z, z(0) = -1 \end{aligned}$$

на отрезке $[0; 0.2]$ с шагом $h = 0.1$ неявным методом Эйлера.

Билет N 15

Построить многочлены Лагранжа и Ньютона третьей степени для сеточной функции, заданной таблично

x	2	3	4	5
f	7	5	8	7

Вычислить значение функции в точке $x = 2.5$. Привести многочлен к традиционной форме записи по степеням x .

Билет N 16

Методом пристрелки с использованием алгоритма Эйлера с шагом $h = 0.25$ и методом половинного деления решить краевую задачу с точностью $\varepsilon = 0.05$

$$y'' = \frac{1}{x}y' + x^2, y(1) = 0, y(1) = 1.$$

Билет N 17

Методом Эйлера-Коши с шагом $h=0.1$ численно проинтегрировать следующую задачу Коши до значения $x=0.2$ включительно.

$$y' = x + y, y(0) = 1$$

Билет N 18

Организовать поиск действительного корня уравнения $x^3 + x - 3 = 0$ методом простых итераций.

Билет N 19

На сколько частей следует разбить промежуток интегрирования, чтобы с точностью до 0.1 вычислить $\int_2^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ по формуле прямоугольников.

Билет N 20

На сколько частей следует разбить промежуток интегрирования, чтобы с точностью до 0.1 вычислить $\int_1^4 x(l_n x - 1)dx$ по формуле трапеций.

Билет N 22

Найти интерполяционный закон Ньютона для функции $y = f(x)$, если $f(1) = 6, f(3) = 24, f(4) = 45$.

Билет N 23

Найти методом Рунге-Кутты 4-го порядка точности приближенные решения следующей задачи Коши

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, y(0) = 0$$

на отрезке $[0; 0,1]$ при $h = 0,1$.

Билет N 24

Найти методом конечных разностей с шагом $h = 0,5$ решение краевой задачи для уравнения $y'' + (1 + x^2)y = -1$ при граничных условиях $y(-1) = 0, y(1) = 0$.

Билет N 25

Найти решение системы методом прогонки

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 1 \\ -x_{i-1} + 2x_i - x_{i+1} &= 0, i = 2, 3, \dots, n-1 \\ -x_{n-1} + 2x_n &= 1. \end{aligned}$$

Билет N 26

Найти интерполяционный закон Ньютона для функции

$$f(x) = 2^x$$

по ее значениям в точках

$$x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 3$$

и вычислить

$$f(-0,5), f(2,5).$$

Билет N 27

Найти интерполяционный многочлен Лагранжа, который в точках

$$x_0 = -3, x_1 = -1, x_2 = 2$$

принимает соответствующие значения

$$y_0 = -5, y_1 = -11, y_2 = 10.$$

Билет N 28

С какой точностью можно вычислить с помощью интерполяционной формулы Лагранжа для функции $y = \sqrt{x}$, выбрав узлы интерполяции

$$x_0 = 100, x_1 = 121, x_2 = 144.$$

Билет N 29

Используя метод Адамса, найти значение $y(0,4)$ с точностью до 0,01 для дифференциального уравнения

$$y' = x^2 + y^2, y(0) = -1.$$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во ¹
1.	Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы, 1989г. (42 экз.)	Э 42экз
2.	Бахвалов Н.Р., Жидков Н. П., Кобельков Г. М Численные методы. М., 2003г. (50 экз.)	Э 50 экз
3.	Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекцийСПб.: БХВ-Петербург, 2004. - 320 с: ил. static.ozone.ru/multimedia/book_file/1007127161.pdf	

№	б) дополнительная литература:	К-во ¹
1.	Ляхов А.Ф., Петрова О.С. Аппроксимация функции методом наименьших квадратов: Лабораторная работа. ННГУ, Н. Новгород. 2004. (Электронный вариант)	Э 20
2.	Григорьева Л.Г.,Ляхов А.Ф. Сборник упражнений по обучению работе в пакете Matlab ННГУ, Н.Новгород, 2011.-20с. (более 20 экз. на кафедре ТКЭМ)	Э 20

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» ²
1.	Сайtexponenta http://matlab.exponenta.ru/ .	С

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01
Фундаментальные математика и механика.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

¹Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

²Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.

Автор(ы) _____ к.ф.-м.н., доцент
Ляхов А.Ф.

Рецензент(ы) _____

Заведующий кафедрой
теоретической, компьютерной и
экспериментальной механики _____ д.ф.-м.н., профессор
Игумнов Л.А.