МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

и.о. декана _____ Малышев А.И.

« 30 » августа 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.02 Физика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
профиль "Кристаллофизика"
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора
2015
(для обучающихся какого года набора разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород – 2017

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» относится к базовой части Б1.Б блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на первом году обучения, в первом семестре.

Целями освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» являются:

- овладение методами исследования математических и геометрических моделей объектов и процессов в окружающем мире, основанных на принципах аналитической геометрии, состоящих в применении метода координат при описании геометрических объектов;
- освоение студентами начал математического аппарата линейной алгебры на примере простых задач аналитической геометрии, в том числе основ теории линейных и квадратичных образов;
- выработка у студентов практических навыков описания сложных процессов и закономерностей физики на языке адекватных и хорошо известных математических и геометрических моделей.

2. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины «Аналитическая геометрия» составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа, из которых 66 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 32 часа занятия лекционного типа, 32 часа занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 78 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (42 часа самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

Содержание дисциплины «Аналитическая геометрия»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Введение. Метод координат. Декартовы координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение кривой на плоскости. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Параметрические уравнения кривой. Точка пересечения кривых.	15	4	4	–	8	7
2. Системы линейных уравнений второго и третьего порядка. Понятие матрицы. Формулы для определителей матриц второго и третьего порядков. Системы линейных уравнений второго и третьего порядков. Формулы Крамера для решения систем с квадратной матрицей коэффициентов.	11	2	2	–	4	7
3. Векторная алгебра. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Линейная независимость и базис в векторном пространстве. Переход от одного базиса к другому на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис. Векторное и смешанное произведение векторов. Условия компланарности и коллинеарности векторов. Приложения векторной алгебры к вычислению площадей и объёмов.	19	6	6	–	12	7
4. Прямые линии и плоскости. Уравнения первой степени относительно координат: прямая линия на плоскости и плоскость в	19	6	6	–	12	7

пространстве. Уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Основные задачи на прямую на плоскости. Пучок прямых. Плоскость и прямая в пространстве. Координатные и векторные уравнения. Параллельность плоскостей в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой.						
5. Кривые второго порядка. Понятие алгебраической линии и алгебраической поверхности. Цилиндрические и конические поверхности. Конические сечения, основные свойства, уравнения в полярных координатах. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод из уравнений в полярных координатах. Эллипс, гипербола и парабола как алгебраические линии второго порядка. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Фокусы и директрисы. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Параметрическое уравнение эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость и эллипс как сечение круглого цилиндра. Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления.	19	6	6	–	12	7
6. Поверхности второго порядка. Определение поверхности второго порядка в декартовой системе координат. Центральные поверхности нахождение центра поверхности. Стандартное упрощение уравнения поверхности второго порядка через поворот системы координат. Классификация центральных поверхностей второго порядка. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.	23	8	8	–	16	7

Инварианты поверхностей второго порядка. Исследование уравнения поверхности с помощью инвариантов.						
В т.ч. текущий контроль	2	2				–
Промежуточная аттестация – **экзамен**						

3. Образовательные технологии

1) Чтение лекций;
2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
3) методика «вопросы и ответы»;
4) выполнение практического задания у доски;
5) индивидуальная работа над практическим заданием;
6) работа в парах над практическим заданием;
7) работа в малых группах над практическим заданием;
8) методика «мозговой штурм».

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	(ОПК-2) **Знать** границы применимости и возможности использования моделей геометрических объектов. (ОПК-2) **Уметь** решать в рамках профессиональной деятельности задачи, требующие знания основ моделирования геометрических объектов. (ОПК-2) **Владеть** навыками, требующимися для решения задач моделирования геометрических объектов.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Аналитическая геометрия» является **экзамен**.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Плохо» – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

«Неудовлетворительно» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Удовлетворительно» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал

умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Очень хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Отлично» – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

«Превосходно» – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Аналитическая геометрия»:

1. Декартовы координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение кривой на плоскости.
2. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве.
3. Определители и системы линейных уравнений 2-го и 3-го порядков. Формулы Крамера.
4. Понятие вектора. Линейные операции. Линейная независимость и базис.
5. Переход от одного базиса к другому на плоскости и в пространстве.
6. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис.
7. Векторное и смешанное произведение векторов.
8. Условия компланарности и коллинеарности векторов.
9. Уравнения первой степени: прямая линия на плоскости и плоскость в пространстве.
10. Уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
11. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Основные задачи на прямую на плоскости. Пучок прямых.

12. Плоскость и прямая в пространстве. Координатные и векторные уравнения.
13. Параллельность плоскостей в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
14. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой.
15. Алгебраические линии и поверхности. Цилиндры и конусы.
16. Конические сечения, уравнения в полярных координатах.
17. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод из уравнений в полярных координатах.
18. Эллипс, гипербола и парабола как алгебраические линии второго порядка.
19. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Фокусы и директрисы.
20. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе.
21. Параметрическое уравнение эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость и эллипс как сечение круглого цилиндра.
22. Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления.
23. Поверхности второго порядка. Центр поверхности.
24. Стандартное упрощение уравнения поверхности второго порядка через поворот системы координат.
25. Классификация центральных поверхностей второго порядка.
26. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка.
27. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. **Введение. Метод координат.**
   1.1. Даны точки $A(3,-1)$ и $B(2,1)$. Определить координаты точки M, симметричной точке A относительно точки B, и координаты точки N, симметричной точке B относительно точки A.
   1.2. Составить уравнение геометрического места точек, равноудалённых от двух данных точек $M_1(-2,4)$ и $M_2(6,8)$.
   1.3. Точка M со скоростью v равномерно движется по прямой ON, которая равномерно вращается вокруг точки O (начала координат) с постоянной угловой скоростью ω. Траектория точки M на плоскости (ρ,φ) называется спиралью Архимеда. Составить её уравнение в полярных координатах.

2. **Системы линейных уравнений второго и третьего порядка.**

2.1. Упростить выражение $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos\alpha & \sin\beta & 1 \\ \sin\alpha & \cos\beta & 1 \end{vmatrix}$.

2.2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$.

2.3. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$.

3. **Векторная алгебра.**

3.1. На плоскости даны векторы $\mathbf{e}_1 = (2, \ -3)$ и $\mathbf{e}_2 = (1, \ 2)$. Найти разложение вектора $\mathbf{a} = (9, \ 4)$ по векторам $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$.

3.2. Даны три некомпланарных вектора $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, и три вектора $\mathbf{l} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$, $\mathbf{m} = 2\mathbf{b} - \mathbf{c} - \mathbf{a}$ и $\mathbf{n} = 2\mathbf{c} - \mathbf{a} - \mathbf{b}$. Являются ли векторы $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ компланарными? Если да, то указать, какая линейная связь между ними существует.

3.3. Показать, что при любых векторах $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{d} = (\mathbf{a}, \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a}, \mathbf{b})\mathbf{c}$ являются перпендикулярными.

3.4. На плоскости даны два вектора $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, причём $|\mathbf{e}_1| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{e}_2| = 1$, а угол между данными векторами $\varphi = \pi/4$. На плоскости также построен параллелограмм, стороны которого заданы векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, имеющими в базисе $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ координаты $\mathbf{a} = (2, \ 2)$ и $\mathbf{b} = (-1, \ 4)$. Найти длины диагоналей и углы этого параллелограмма.

3.5. Для некоторых трёх векторов $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ выполняется равенство $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] + [\mathbf{b}, \mathbf{c}] + [\mathbf{c}, \mathbf{a}] = \mathbf{0}$. Показать, что вектора $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ являются компланарными.

3.6. Какое множество $\mathbf{x}$ векторов удовлетворяет уравнению $[\mathbf{x}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ есть некоторые фиксированные векторы?

3.7. Доказать тождество: $([\mathbf{a}, \mathbf{b}], [\mathbf{c}, \mathbf{d}]) = \begin{vmatrix} (\mathbf{a}, \mathbf{c}) & (\mathbf{a}, \mathbf{d}) \\ (\mathbf{b}, \mathbf{c}) & (\mathbf{b}, \mathbf{d}) \end{vmatrix}$.

4. Прямые линии и плоскости.

4.1. На плоскости даны точки $L(-6, 0)$ и $N(0, 8)$. Записать уравнение прямой, проходящей через середину отрезка LN и отсекающей на оси Ox втрое больший отрезок, чем на оси Oy.

4.2. На плоскости даны координаты вершин треугольника PQR: $P(0, 5)$; $Q(-3, 1)$; $R(1, -2)$. Найти длину высоты треугольника, опущенной из вершины R.

4.3. Найти расстояние d_{ML} от точки M с радиус-вектором $\mathbf{r}_0$ до прямой L, заданной в нормальной форме уравнением $(\mathbf{r},\mathbf{n}) = D$.

4.4. Известны координаты вершин тетраэдра $ABCD$: $A(2,-1,3)$, $B(1,-3,5)$, $C(6,2,5)$ и $D(3,-2,-5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

4.5. С помощью операций векторной алгебры записать уравнение плоскости $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ в виде $(\mathbf{r},\mathbf{n}) = D$.

4.6. Составить уравнение плоскости, отсекающей на оси Oz отрезок $c = -5$ и перпендикулярной к вектору $\mathbf{n} = (-2,\ 1,\ 3)$.

4.7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми L_1 и L_2, заданными уравнениями $[\mathbf{r},\mathbf{a}] = \mathbf{b}_1$ и $[\mathbf{r},\mathbf{a}] = \mathbf{b}_2$.

5. Кривые второго порядка.

5.1. Записать каноническое уравнение эллипса, симметричного относительно координатных осей и проходящего через точки $L(3\sqrt{2},\ 2\sqrt{2})$ и $N(6,\ 0)$.

5.2. Доказать, что произведение расстояний от любой точки гиперболы до её асимптот есть величина постоянная.

5.3. Составить уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$, проходящих через начало координат.

5.4. Дано уравнение эллипса $x^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$, лежащего в плоскости $y = 0$. Получить уравнение эллипсоида вращения, полученного вращением этого эллипса вокруг оси Oz.

6. Поверхности второго порядка.

6.1. Дано уравнение оси L круглого цилиндра: $x = 9 - t$, $y = 4 - 2t$, $z = 7 + 2t$, и координаты точки $M_0(1,-2,3)$, лежащей на его поверхности. Составить уравнение цилиндра в декартовых координатах.

6.2. Составить векторное уравнение прямого кругового конуса с вершиной в точке $M_0(\mathbf{r}_0)$ и осью $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$, зная, что угол между его образующей и осью равен α.

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Д.В. Беклемишев, Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М.: Наука, 1987, 320 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.
2. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1988, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 26 экз.
3. Д.В. Хомицкий, А.В. Тележников, Сборник задач по аналитической геометрии, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2008, 71 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.
4. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров, Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, М.: Наука, 2003, 496 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 30 экз.
5. Д.В. Клетеник, Сборник задач по аналитической геометрии, М.: Наука, 1986, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.

б) дополнительная литература:

1. А.В. Погорелов, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1968, 176 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 24 экз.
2. О.Н. Цубербиллер, Задачи и упражнения по аналитической геометрии, СПб.: Лань, 2007, 336 с. https://e.lanbook.com/book/430

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ
http://www.lib.unn.ru/.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор:

доцент кафедры теоретической физики
физического факультета,
к. ф.-м. н., доцент _____ / Хомицкий Д.В. /

Рецензент:

И.о. зав. кафедрой теоретической физики
физического факультета,
д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ от 30 августа 2017 года, протокол № б/н

Председатель
Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ _____ / Сдобняков В.В. /