

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
30.11.2022 №13

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
090303 Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в информационной сфере

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2021

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.09 «Дискретная математика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.	Знать 1) основные операции над множествами, законы и тождества алгебры множеств; 2) свойства бинарных отношений; 3) теорему о факторизации для отношений эквивалентности; 4) основные правила комбинаторики: правила равенства, суммы, произведения; 5) основные понятия комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений, формулы для вычисления их числа; 6) бином Ньютона и треугольник Паскаля; 7) принцип включения-исключения.	Собеседование Тест
	УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Уметь проводить доказательства математических утверждений, аналогичных ранее изученным, но более высокого уровня сложности.	Задача Контрольная работа
	УК-1.3. Демонстрирует наличие	Владеть опытом поиска научной информации	Контрольная работа

	практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.		
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	<p>1) Знать основные понятия и результаты дискретной математики;</p> <p>2) понятия упорядоченного и неупорядоченного разбиения, формулы для вычисления числа разбиений с заданной спецификацией;</p> <p>3) общий вид линейного рекуррентного уравнения, формулы для решения линейных рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами первого и второго порядка;</p> <p>4) типы графов, основные способы задания графов;</p> <p>5) понятие изоморфизма графов и инварианты при изоморфизме;</p> <p>6) метрические характеристики графа;</p> <p>7) важнейшие классы графов: деревья, эйлеровы, гамильтоновы, двудольные и планарные графы; критерии эйлеровости, двудольности и планарности графов;</p> <p>8) паросочетания, метод чередующихся цепей для нахождения наибольшего паросочетания в двудольном графе.</p>	Собеседование
	ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	<p>Уметь решать стандартные задачи дискретной математики: определять эквивалентность выражений в алгебре множеств; определять свойства бинарных отношений, строить классы эквивалентности для отношений эквивалентности, диаграммы Хассе для отношений порядка; применять основные правила комбинаторики для подсчета числа комбинаторных объектов, обладающих заданными свойствами; решать линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами первого и второго порядка; применять комбинаторику к решению простейших задач подсчета вероятностей; находить метрические характеристики графа, распознавать свойства эйлеровости, двудольности, планарности графа, используя соответствующие критерии, строить код Прюфера для дерева; находить наибольшее паросочетание в двудольном графе.</p> <p>Уметь доказывать ранее изученные математические утверждения.</p>	Задача Контрольная работа Тест

	ОПК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть навыком и опытом использования аппарата дискретной математики при решении практических задач	Задача Контрольная работа
--	---	--	------------------------------

3. Структура и содержание дисциплины «Дискретная математика»

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану	180
в том числе	
контактная работа:	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	78
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Часов					
	Всего	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Теория множеств. Понятие множества, подмножества. Основные теоретико-множественные операции. Основные	27	6	6		12	15

тождества алгебры множеств. Диаграммы Венна. Множество всех подмножеств конечного множества. Теорема о числе подмножеств конечного множества. Прямое (декартово) произведение множеств.						
Бинарные отношения. Бинарные отношения на множестве и их важнейшие свойства. Отношения эквивалентности и отношения порядка.	27	6	6		12	15
Комбинаторика. Основные правила комбинаторики. Размещения с повторениями и их число. Размещения без повторений и их число. Сочетания и их число. Бином Ньютона, биномиальные коэффициенты. Следствия из бинома Ньютона. Число сочетаний с повторениями. Упорядоченное разбиение множества. Полиномиальная теорема. Теорема включений и исключений. Примеры.	31	8	8		16	15
Элементы теории графов. Определение графа и способы его задания. Понятие изоморфизма графов, основные инварианты изоморфизма. Пути и циклы в графе. Эйлеровы графы. Критерий о существовании эйлерова цикла в связном графе. Алгоритм Флери. Деревья и их свойства. Код Прюфера для дерева. Планарные и плоские графы. Формула Эйлера для связных плоских графов. Необходимые условия планарности. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.	27	6	6		12	15
Алгоритмы на графах. Паросочетания. Метод чередующихся цепей. Нахождение наибольшего паросочетания в двудольном графе. Независимые множества, клики графа. Раскраски графа (вершинная и реберная). Задача о кратчайших путях. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути во взвешенном графе.	30	6	6		12	18
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация: экзамен	36					
Итого	180	32	32	0	66	78

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа. Итоговый контроль осуществляется на экзамене (в традиционной форме).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для самоконтроля у студента имеется возможность изучения материала в дистанционном управляемом курсе (требуется авторизация): <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=1683>

Самостоятельная работа студента включает в себя подготовку к аудиторным занятиям, самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины, подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе зачету и экзамену.

Виды самостоятельной работы студентов

- Выполнение домашних практических заданий.
- Тестирование.
- Чтение справочной, методической и научной литературы.
- Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.
- Подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	--	---	---	---	---	---	---

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой
---------	-----------------

	компетенции
1. Опишите понятие множества.	УК-1
2. Чем отличается множество от подмножества?	УК-1
3. Перечислите способы задания множеств.	УК-1
4. Сформулируйте определения операций объединения, пересечения, разности, дополнения, симметрической разности.	УК-1
5. В чем смысловая разница между записями $x \in A$ и $X \subseteq A$?	УК-1
6. В чем смысловая разница между записями $X \subset A$ и $X \subseteq A$?	УК-1
7. Какие операции над множествами обладают свойством коммутативности?	УК-1
8. Какие операции над множествами обладают свойством ассоциативности?	УК-1
9. Сформулируйте дистрибутивные законы для операций объединения и пересечения.	УК-1
10. Дайте определение прямого (декартова) произведения множеств.	ОПК-1
11. Сформулируйте теорему о мощности прямого произведения множеств.	ОПК-1
12. Что означает запись A^n для множества A ?	ОПК-1
13. Что означает запись 2^A для множества A ?	ОПК-1
14. Какова мощность множества всех подмножеств n -элементного множества?	ОПК-1
15. Дайте определение бинарного отношения.	ОПК-1
16. Перечислите свойства бинарных отношений.	ОПК-1
17. Какое отношение называется отношением эквивалентности? Приведите пример отношения эквивалентности.	ОПК-1
18. Из каких элементов множества образуется класс эквивалентности?	ОПК-1
19. Дайте определение разбиения множества.	ОПК-1
20. Какое отношение называется отношением порядка?	ОПК-1
21. Сформулируйте правила равенства, суммы и произведения комбинаторики.	ОПК-1
22. Дайте определение перестановки из n различных элементов. Приведите формулу для числа перестановок из n элементов.	ОПК-1
23. Дайте определение размещения из n элементов по k . Приведите формулу для числа размещений из n по k .	ОПК-1
24. Дайте определение сочетания из n элементов по k . Приведите формулу для числа сочетаний из n по k .	ОПК-1
25. Воспроизведите формулу бинома Ньютона. Что такое биномиальные коэффициенты? Перечислите свойства биномиальных коэффициентов.	ОПК-1
26. Чему равно число упорядоченных разбиений множества из n элементов на k частей, среди которых могут быть пустые? Приведите формулу.	ОПК-1
27. Дайте определение сочетания с повторениями. Чему равно число сочетаний с повторениями из n по k ?	ОПК-1
28. Приведите формулу включений-исключений для двух и трех множеств.	ОПК-1
29. Сформулируйте определение понятия графа.	ОПК-1
30. Какие типы графов вам известны?	ОПК-1
31. Какие графы называются изоморфными? Перечислите известные	ОПК-1

вам инварианты для изоморфных графов.	
32. Как определяется расстояние между двумя вершинами графа?	ОПК-1
33. Перечислите метрические характеристики графа и дайте определение каждой из них.	ОПК-1
34. Какой граф называется эйлеровым? Что такое эйлеров путь в графе?	ОПК-1
35. Сформулируйте необходимое и достаточное условие эйлеровости графа.	ОПК-1
36. Какой граф называется деревом? Какое дерево называется корневым?	ОПК-1
37. Какова длина кода Прюфера для дерева с n вершинами? Могут ли повторяться номера вершин в коде Прюфера?	ОПК-1
38. Продемонстрируйте алгоритм построения кода Прюфера на примере произвольного дерева с 6 вершинами.	ОПК-1
39. Продемонстрируйте алгоритм восстановления дерева по коду Прюфера на примере кода $p(T) = (6354417)$.	ОПК-1
40. Дайте определения планарного и плоского графов. Что такое грань плоского графа?	ОПК-1
41. Приведите формулу Эйлера, связывающую число вершин, число ребер и число граней плоского графа.	ОПК-1
42. Сформулируйте следствие из теоремы Эйлера, устанавливающее связь между числом вершин и числом ребер в планарном графе.	ОПК-1
43. Сформулируйте критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа.	ОПК-1
44. Сформулируйте критерий Вагнера планарности графа.	ОПК-1
45. Дайте определения паросочетания, максимального паросочетания, наибольшего паросочетания.	ОПК-1
46. Верно ли, что максимальное паросочетание всегда является наибольшим?	ОПК-1

5.2.2. Образец контрольной работы по алгебре множеств (оценка формирования компетенции УК-1 и ОПК-1).

Вариант № 1	
1. Доказать или опровергнуть утверждение: $(A \otimes BC) \otimes (BC \otimes (A \otimes B)) = B$.	
2. Задано универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и в нем подмножества $A = \{x \mid x \leq 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$, $D = \{x \mid x - \text{простое}\}$, $E = \{1, 2, 6, 7\}$. Найдите множества: $A \otimes B \bar{D} E$; $C \bar{A} \times (E - D)$; $2^{AC} - 2^{\bar{E}}$; $(C - A)^{BD}$.	
3. Упростить систему условий:	
$\begin{cases} A \subseteq \bar{B} \otimes \bar{C}; \\ AD \subseteq B \otimes \bar{C}; \\ AB \subseteq C \cup D; \\ AC \subseteq C (B \cup D). \end{cases}$	
4. Равносильны ли системы условий:	

$$\begin{cases} A \cup B \subseteq C \\ C \cup B \subseteq A \cup D \\ C \cup A \subseteq D \cup B \\ AC \subseteq B \end{cases} \stackrel{?}{\Leftrightarrow} \begin{cases} A = B \\ B \subseteq C \subseteq B \cup D. \end{cases}$$

5.2.3. Образец контрольной работы по комбинаторике (оценка формирования компетенции УК-1 и ОПК-1).

Вариант № 1

1. Дано множество U из 7 элементов. Каким числом способов в нем можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись условия: $|A - B| = 1$, $|B - (A \cup C)| = 4$?

2. На одной из кафедр университета работают S человек, среди которых T человек не знают ни одного иностранного языка. A человек знают английский, N – немецкий, F – французский. AN знают английский и немецкий, AF – английский и французский, NF – немецкий и французский, ANF знают все три языка. По заданным в таблице условиям восстановить недостающую информацию.

S	A	N	F	AN	AF	NF	ANF	T
17	11	6	5	4	3	2	1	?

3. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, a_3\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Подсчитайте число слов длины 9, удовлетворяющих условию $n_1 \geq 6$.

4. Сколькими способами можно переставить буквы слова «здание», чтобы гласные шли в алфавитном порядке?

5.2.4. Образец контрольной работы по теории графов (оценка формирования компетенции УК-1 и ОПК-1).

Вариант № 1

1. Решить рекуррентное соотношение: $x_{n+2} = 9x_{n+1} - 20x_n, x_0 = 0, x_1 = 5$.

2. Восстановить дерево по коду Прюфера $p(T) = (1, 2, 2, 1, 3, 1, 5, 5)$. Найти радиус, диаметр, центр дерева.

3. Построить дерево, в котором 11 вершин, найти для него код Прюфера.

4. Планарен ли граф?

1)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2)

В случае положительного ответа, изобразить изоморфный ему плоский граф и применить формулу Эйлера. В противном случае ответ обосновать, применяя критерий планарности.

5.2.5. Образец типовых тестовых заданий по курсу «Дискретная математика».

Приведены варианты ответов, правильный вариант отмечен знаком «+».

Вариант № 1	Вариант № 2
<p>1. Определить $A \otimes B$, если $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A - B = \{1,6\}$, $B - A = \{3\}$. Ответ: 1) $\{1,3,6\}$ 2) $\{1,2,6\}$ 3) $\{2,4,5\}$ (+)</p> <p>2. Упростить выражение: $A\bar{B}C \cup \bar{B}$. Ответ: 1) \bar{B} (+) 2) AC 3) $A\bar{B}C$</p> <p>3. Верно ли утверждение: $(A \otimes \emptyset) \cup \bar{B} = A - B$? Ответ: 1) да 2) нет (+)</p> <p>4. Сколько подмножеств у множества $A = \{a, b, \emptyset, \{\emptyset\}\}$? Ответ: 1) 4 2) 16 (+) 3) 8 4) 12</p> <p>5. Транзитивно ли бинарное отношение $aRb \Leftrightarrow a - b = 2$, заданное на множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$? Ответ: 1) да 2) нет (+)</p> <p>6. Задан код Прюфера $p(T) = (3,1,7,6,3,1,7)$. Найти множество вершин, смежных с вершиной 1. Ответ: 1) $\{2,3,6\}$ 2) $\{3,4,9\}$ 3) $\{3,4,7\}$ (+)</p> <p>7. Верна ли формула: $A_n^m = C_n^m \cdot n!$? Ответ: 1) да 2) нет (+)</p> <p>8. Верно ли, что всякий граф, содержащий восемь ребер, является планарным? Ответ: 1) да (+) 2) нет</p>	<p>1. Определить $A \otimes B$, если $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, $A \cup B = \{1,2,3,6\}$, $B \cap A = \{3,4,5\}$. Ответ: 1) $\{1,3,6\}$ 2) $\{1,2,6\}$ 3) $\{3,4,5\}$ (+)</p> <p>2. Упростить выражение: $A\bar{B}C \cup B$. Ответ: 1) B 2) $AC \cup B$ (+) 3) $A\bar{B}C$</p> <p>3. Верно ли утверждение: $(A \otimes \emptyset) - (B \otimes U) = A - B$? Ответ: 1) да (+) 2) нет</p> <p>4. Сколько подмножеств у множества $A = \{a, \emptyset, \{\emptyset\}\}$? Ответ: 1) 4 2) 2 3) 8 (+) 4) 7</p> <p>5. Транзитивно ли бинарное отношение $aRb \Leftrightarrow a \text{ делится на } b \text{ нацело}$, заданное на множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$? Ответ: 1) да (+) 2) нет</p> <p>6. Задан код Прюфера $p(T) = (1,3,3,7,5,1,7)$. множество вершин, смежных с вершиной 1. Ответ: 1) $\{2,5,9\}$ 2) $\{2,5,7\}$ (+) 3) $\{2,6,7\}$</p> <p>7. Верна ли формула: $A_n^n = n \cdot A_{n-1}^{n-1}$? Ответ: 1) да (+) 2) нет</p> <p>8. Верно ли, что всякий граф, содержащий n верш $n + 2$ ребер, при любом n является планарным? Ответ: 1) да 2) нет (+)</p>

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Яблонский С. В. - Введение в дискретную математику: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - М.: Высшая школа, 2006. - 392 с. (13 экз)

б) дополнительная литература:

1. Копылов В.И. Курс дискретной математики. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 208 с. .
 Электронный ресурс Режим доступа <https://e.lanbook.com/book/1798>

2. Мальцев И.А. Дискретная математика. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 304 с. .
 Электронный ресурс Режим доступа <https://e.lanbook.com/book/638>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

Автор: доцент кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики,

к.ф.-м.н., доцент _____ Смирнова Т.Г.

Рецензент профессор _____ Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики

д.ф.-м.н., профессор _____ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

07.12.2022 протокол №4