МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет   
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДАЮ: |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Директор |  | В.П. Гергель |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| « |  | » |  |  | 2017 г. |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| Б1.Б.27 Математическая статистика |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **баклавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.03** «Механика и математическое моделирование» |

Профиль подготовки

|  |  |
| --- | --- |
| Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг | общий |

Квалификация выпускника

|  |
| --- |
| **бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **очная** |

Нижний Новгород

2017

**1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП**

Дисциплина «Математическая статистика» относится к базовой части «Дисциплины, модули» ОПОП по направлению подготовки 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» (Б1.Б.27 – базовая часть). Дисциплина обязательна для освоения в 5 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Математическая статистика», согласно учебному плану, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория вероятностей».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся понятийного аппарата в области теории множеств, теория функций, линейная алгебра, основ исчисления вероятностей.

Целями освоения дисциплины «Математическая статистика» являются овладение известными идеями и методами обработки случайных наблюдений и проверки простейших статистических гипотез.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| *ОПК-2* ***готовность использовать фундаментальные знания в области теоретической и прикладной механики, механики сплошной среды, математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, и, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности***  *Базовый этап* | ***ЗНАТЬ***  *З1(ОПК-2) Студент должен знать:*  *1) понятие многомерного закона распределения*  *2) основные числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин*  *3) основные виды сходимости случайных последовательностей*  *4) понятие закона больших чисел*  *5) понятие о центральной предельной теореме*  *6) понятие статистической выборки*  *7) способы представления выборочного распределения*  *8) понятие оценки параметра распределения*  *9) понятие статистической гипотезы*  *10) понятие ошибок первого и второго рода*  ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК-2) Уметь использовать фундаментальные знания в области математического анализа, дискретной математики для анализа многомерных законов распределений.* |
| *ПК1*  ***способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области***  *Базовый этап* | ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК1) Фундаментальную роль понятия статистически устойчивого случайного эксперимента* |
| *ПК4*  ***Готовность использовать основы теории эксперимента в механике, понимание роли эксперимента в математическом моделировании процессов и явлений реального мира***  *Базовый этап* | ***УМЕТЬ***  *У1(ПК4) Уметь: строить статистические модели процессов и явлений реального мира* |

1. **Структура и содержание дисциплины «**Математическая статистика**»**

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов, из которых 50 часов составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

16 часов занятия лекционного типа,

32 часа практические работы.

**2** часа промежуточной аттестации

58 часов самостоятельной работы студентов (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену)

Содержание дисциплины

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | **Самостоятельная**  **работа студента**  **часы** | | |
| **Занятия семинарскогоо типа** | **Занятия лекционного типа** | **Лабораторные работы** |  | **Всего**  **контактных часов** | **СРС** | **Мероприятия контроля СРС** | **Всего**  **СРС** |
| Случайный вектор, его распределение. Свойства функции распределения случайного вектора. Типы случайных векторов. Маргинальные распределения векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов. | 12 | 7 | 2 |  |  | 9 | 3 |  | 3 |
| Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация случайных величин и векторов. Их свойства. Примеры для стандартных распределений. | 9 | 4 | 2 |  |  | 6 | 3 |  | 3 |
| Последовательности случайных величин, пределы и признаки сходимости . | 9 | 4 | 2 |  |  | 6 | 3 |  | 3 |
| Законы больших чисел (теоремы Бернулли, Чебышева). Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа). | 9 | 4 | 2 |  |  | 6 | 3 |  | 3 |
| Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. Выборочные моменты случайных величин. | 9 | 4 | 2 |  |  | 6 | 3 |  | 3 |
| Оценка параметров распределения. Методы моментов и максимального правдоподобия. Качество точечных оценок .Доверительные интервалы. Качество оценок. | 9 | 4 | 2 |  |  | 6 | 3 |  | 3 |
| Элементы теории проверки статистических гипотез. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критерий хи - квадрат Пирсона, Критерий отношения правдоподобия. | 13 | 5 | 4 |  |  | 9 | 4 |  | 4 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация - Экзамен (36 часов)** | | | | | | | | | |

1. **Образовательные технологии**

Основной формой обучения является лекционная. При самостоятельной работе и подготовке к зачету студенты имеют доступ к материалам курса (библиотечные ресурсы).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**
   1. **Виды самостоятельной работы студентов:**– проработка лекционного материала;  
      – выполнение домашних заданий.  
      – подготовка к промежуточной аттестации.
   2. **Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов  
      Литература:**
2. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с.
3. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**, включающий:
   1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

*Оценка уровня формирования компетенции ОПК‐2*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| Знать:  З1(ОПК-2)  Уметь:  У1(ОПК-2) | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач. | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач. | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно» |
| **Знать** некоторые основные понятия и свойства важнейших изучаемых методов математической статистики. **Уметь** У1 с погрешностями.. | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Знать** большинство изучаемых основных понятий и свойств математической статистики.  **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Знать** понятия и свойства изучаемых идей, понятий и методов математической статистики.  **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. | Очень хороший уровень  формирования компетенции  «Очень хорошо» |
| **Знать** основные методы и алгоритмы, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. **Уметь** У1 в полном объеме. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей.  **Уметь** У1 в полном объеме. | Превосходный уровень  формирования компетенции  «Превосходно» |

*Оценка уровня формирования компетенции ПК‐1*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| Знать: З1(ПК-1) | Отсутствие знаний материала, | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие грубых ошибок в основном материале | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно» |
| **Знать** некоторые основные понятия и свойства важнейших изучаемых методов математической статистики. | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Знать** большинство изучаемых основных понятий и свойств математической статистики. | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Знать** понятия и свойства изучаемых идей, понятий и методов математической статистики | Очень хороший уровень  формирования компетенции  «Очень хорошо» |
| **Знать** основные методы и алгоритмы, предусмотренные компетенцией без ошибок и погрешностей. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |
| **Знать** основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей. | Превосходный уровень  формирования компетенции  «Превосходно» |

*Оценка уровня формирования компетенции ПК‐4*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индикаторы компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | Шкала оценивания |
| Уметь  У1(ПК-4) | Отсутствует способность решения стандартных задач | Плохой уровень формирования компетенции.  «Плохо» |
| Наличие при решении стандартных задач | Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с погрешностями.  . | Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно» |
| **Уметь** У1 с незначительными погрешностями. | Хороший уровень  формирования компетенции.  «Хорошо» |
| **Уметь** У1 в полном объеме. | Отличный уровень  формирования компетенции  «Отлично» |

**Карта компетенций для оценивания умений и навыков**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Индикаторы  компетенции | Критерии оценивания (дескрипторы) | | | | | | |
| «плохо» | «неудовлетворительно» | «удовлетворительно» | «хорошо» | «очень хорошо» | «отлично» | «превосходно» |
| Умения  У1(ОПК2), У1(ПК4) | отсутствует способность решения стандартных задач | наличие грубых ошибок при решении стандартных задач | способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками | способность решения всех стандартных задач с незначительными погрешностями | способность решения всех стандартных задач без ошибок и погрешностей | Способность решения стандартных и некоторых нестандартных задач | способность решения стандартных задач и широкого круга нестандартных задач |
| Навыки  В1(ПК9) | полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией | отсутствие ряда важнейших навыков, предусмотренных данной компетенцией | наличие минимально необходимого множества навыков | наличие большинства основных навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | наличие всех основных навыков, продемонстрированных в стандартных ситуациях | наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях | Наличие всех навыков, продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях |

* 1. Описание шкал оценивания

Для оценивания результатов «Математическая статистика» учебной деятельности студентов при изучении дисциплины используется балльная система оценки учебной работы студентов. По результатам промежуточной аттестации проставляются оценки «плохо», «удовлетворительно», «хорошо», «очень хорошо», «отлично», «превосходно».

* 1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- собеседование

- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- задачи (практические задания);

- решение практических задач экзаменационного билета.

* 1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**6.4.1. Примеры домашних заданий для оценки компетенции ОПК-2, ПК-4, ПК-9**

*Задача 1.* Случайные величины ξ1 и ξ2 независимы и каждая имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ2. Найти математическое ожидание величины η = √π ⋅ |ξ1 + ξ2|.

*Задача 2.* Двумерная случайная величина ξ = (ξ1, ξ2) имеет плотность распределения



Найти одномерную плотность случайной величины ξ1.

**Задача 3.** Проверьте по критерию хи-квадрат Пирсона гипотезу согласия выборки

3.90; 4.26; 2.02; 2.21; 2.75; 3.31; 3.06; 2.78;  
2.40; 2.12; 3.27; 3.70; 2.43; 2.75; 2.86; 2.49

с равномерным распределением в интервале (2, 5).

**6.4.2. Вопросы к экзамену**

1. Многомерный случайный вектор. Типы распределений. Многомерная функция распределения и ее свойства
2. Маргинальные распределения векторов. Примеры многомерных дискретных и непрерывных распределений.
3. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства
4. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.
5. Виды сходимости случайных последовательностей.
6. Законы больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли).
7. Центральная предельная теорема ( теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).
8. Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко.
9. Выборочные моменты случайных величин. Их свойства
10. Метод максимального правдоподобия для оценки параметров. Примеры
11. Метод моментов для оценки параметров. Примеры.
12. Качество точечных оценок параметров. Примеры.
13. Доверительные интервалы. Примеры.
14. Статистическая гипотеза, статистический критерий, уровень значимости, мощность критерия.
15. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.
16. Критерий отношения правдоподобия.

**Критерии оценок при проверке решений практических задач**

|  |  |
| --- | --- |
| **Зачтено** | Большинство задач решено, возможно, с использованием наводящих указаний преподавателя |
| **Не зачтено** | Не смотря на наводящие указания преподавателя, большинство задач не решено или решено неверно |

**Критерии оценок на экзамене:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Превосходно** | Очень высокий уровень подготовки без погрешностей |
| **Отлично** | Высокий уровень подготовки без ошибок и погрешностей |
| **Очень хорошо** | Подготовка выше среднего с незначительными погрешностями |
| **Хорошо** | Средний уровень подготовки, но с заметными погрешностями |
| **Удовлетворительно** | Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям с негрубыми ошибками |
| **Неудовлетворительно** | Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания, делает грубые ошибки |
| **Плохо** | Подготовка совершенно недостаточная |

**6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014. <http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории, оборудованные мультимедийной техникой (компьютер, проектор, экран), для проведения занятий лекционного и семинарского типа. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 010303 «Механика и математическое моделирование» (профиль «Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг»)

Автор к. ф. – м. наук, доцент В.А. Зорин

Программа одобрена на заседании кафедры программной инженерии института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.П. Гергель

Программа одобрена методической комиссией института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_.