МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума ученого совета ННГУ

протокол от

«20» апреля 2021 г. № 1

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Компьютерная алгебра** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Прикладная математика и информатика (общий профиль)** |

Квалификация (степень)

|  |
| --- |
| **Бакалавр** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **Очная** |

Нижний Новгород

2018

1. **Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) вариативная часть | Дисциплина Б1.В.ДВ.12.02 «Компьютерная алгебра» относится к вариативной части ОПОП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика |

Курс «Компьютерная алгебра» Б1.В.ДВ.12.02 относится к дисциплинам по выбору вариативной части блок Б1 ОПОП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Обязателен для освоения в 8 семестре 4 года обучения.

**Целями освоения дисциплины** являются формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Содержание дисциплины направлено на закрепление фундаментальных понятий и результатов высшей алгебры, линейной алгебры, элементов теории чисел, и теории сложности алгоритмов; формирование умений и навыков в разработке и анализе алгоритмов на примере задач компьютерной алгебры.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине «Компьютерная алгебра»**

|  |  |
| --- | --- |
| Формируемые компетенции | Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций |
| ОПК-2  способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (завершающий этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ОПК-2) основные приемы построения алгебраических алгоритмов.*  ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК-2) проводить анализ основных алгебраических алгоритмов*  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ОПК-2) опытом использования основных приемов построения алгебраических алгоритмов* |
| ПК-1  способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям  (завершающий этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-1)* основные методы анализа алгебраических алгоритмов;.  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-1)* использовать современные методы анализа алгебраических алгоритмов;  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-1)* опытом использования основных приемов анализа алгебраических алгоритмов |
| ПК-2  способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат  (завершающий этап) | ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-2)* основные этапы анализа алгебраического алгоритма*.*  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-2)* Корректно ставить задачу анализа алгебраического алгоритма  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-2)* опытом анализа алгебраических алгоритмов |
| ПК-5  способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках  (завершающий этап) | ***ЗНАТЬ*** *З1(ПК-5)* основные приемы и подходы, построения быстрых алгебраических алгоритмов ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-5)* применять приемы и подходы, позволяющие строить быстрые алгебраические алгоритмы решения теоретических и прикладных задач  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-5)* опытом построения быстрых алгебраических алгоритмов |

1. **Структура и содержание дисциплины «Компьютерная алгебра»**

Объем дисциплины составляет **3** зачетные единицы, всего **108** часов, из которых

**41** час составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем:

**20** часов занятия лекционного типа

**20** часов практические занятия

**1 час промежуточной аттестации**

**67** часов составляет **самостоятельная работа** обучающегося

Содержание дисциплины

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине** | **Всего**  **(часы)** | В том числе | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Занятия лабораторного типа** |  | | **Всего** |
| Место алгебраических алгоритмов в математических и компьютерных дисциплинах | 3 | 1 | 0 | 0 | |  | 1 | 2 |
| Основные структуры данных в алгебраических алгоритмах | 5 | 1 | 1 | 0 | |  | 2 | 3 |
| Классические арифметические операции | 7 | 1 | 2 | 0 | |  | 3 | 4 |
| Классические алгоритмы построения НОД и приложения | 5 | 1 | 1 | 0 | |  | 2 | 3 |
| Модулярная арифметика | 10 | 2 | 2 | 0 | |  | 4 | 6 |
| Прием «разделяй и властвуй» (алгоритмы умножения Карацубы и Тоома-Кука, деления Бурникеля-Циглера) | 20 | 4 | 4 | 0 | |  | 8 | 12 |
| Быстрое преобразование Фурье (алгоритм Шенхаге-Штрассена) | 36 | 6 | 6 | 0 | |  | 12 | 24 |
| Быстрые алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел) | 21 | 4 | 4 | 0 | |  | 8 | 13 |
| В т.ч. текущий контроль | 2 |  |  |  | |  |  |  |
| Промежуточная аттестация - зачет | | | | | | | | |

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий практического типа. Итоговый контроль осуществляется на зачете.

1. **Образовательные технологии**

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций и практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекции-информация. Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, на практических занятиях и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию.

Практические занятия предполагают разбор решений задач и самостоятельное решение задач, предлагаемых преподавателем, под контролем преподавателя, а также проверку знаний теоретического материала, полученного на лекциях.

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Виды самостоятельной работы студентов:

* Проработка теоретического материала лекционных занятий
* Подготовка домашних заданий к семинарским занятиям
* Подготовка к промежуточной (итоговой) аттестации в форме зачета.

**5.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий**

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и рекомендованной литературы. Контроль выполняется на семинарских занятиях путем экспресс опроса.

**5.2. Подготовка домашних заданий к семинарским занятиям.**

Домашнее задание выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и рекомендованной литературы. Проверка домашнего задания осуществляется выборочно на семинарском занятии. Некоторые задания могут коллективно обсуждаться у доски.

**5.3. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.**

Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета заключается в повторении пройденного материала. При этом рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, методические издания и соответствующую литературу.

**Вопросы для собеседования для текущего контроля успеваемости для оценивания результатов обучения в виде знаний компетенций ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-5**

1. Опишите требования, предъявляемые к структурам данных, используемых в алгебраических алгоритмах. Приведите примеры.
2. Опишите классические алгебраические алгоритмы, реализующие арифметические операции. Оцените их трудоемкость.
3. Опишите алгоритм Карацубы, оцените его трудоемкость.
4. Опишите алгоритм Тоома-Кука, оцените его трудоемкость.
5. Опишите алгоритм Бурникеля-Циглера, оцените его трудоемкость.
6. Теорема о скелетном строении матрицы БПФ. Трудоемкость умножения матрицы БПФ на вектор.
7. Алгоритм умножения Шнхаге-Штрассена. Его трудоемкость.
8. Быстрое деление чисел с остатком. Трудоемкость
9. Быстрое извлечение корня. Трудоемкость.
10. Классический алгоритм Евклида. Его трудоемкость.
11. Быстрый вариант алгоритма Евклида. Его трудоемкость.
12. Алгоритмы восстановление целых чисел по остаткам.
13. Алгоритмы восстановление рациональных чисел по остаткам.

**5.4 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов:**

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать записи лекций, а также следующие источники:

а) Основная литература:

1. Кнут Дональд Эрвин. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е издание.: Перевод с английского: Учебное пособие. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. - 832 с.: ил. - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0081-6 (рус.) (9 экз.)
2. М.И. Кузнецов, Д.Е. Бурланков, Г.А. Долгов, А.Ю. Чирков, В.А. Яковлев. Компьютерная алгебра: Учебник. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета. 2002. с. 223. (65 экз.)

б) Дополнительная литература:

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979.. (2 экз.)
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МНЦМО, 1999. (1 экз)
3. Интуит университет. Седов Е. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica <http://www.intuit.ru/studies/courses/4765/1039/info>
4. Интуит университет. Панкратьев Е. Введение в компьютерную алгебру. <http://www.intuit.ru/studies/courses/1015/196/info>

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

**6.1**. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

**Оценивание уровня сформированности компетенции ПК-1**

Уровень формирования ПК-1, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами практических заданий, как при самостоятельной домашней работе, так и на аудиторных практикумах. Завершающая проверка проводится в ходе зачета. Характеристика уровня формирования компетенции ПК-1 носит экспертный характер со стороны преподавателя и, следовательно, носит качественный характер. Уровень ее формирования можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели обучения, характеризующие ПК-1; способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (завершающий) | Показатели уровня формирования компетенции | Характеристика уровня формирования компетенции |
| ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-*1*)* основные методы анализа алгебраических алгоритмов;.  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-1)* использовать современные методы анализа алгебраических алгоритмов;  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-1*) опытом использования основных приемов анализа алгебраических алгоритмов. | Отсутствие знаний о базовых моделях вычислений и не владение понятием трудоемкости алгоритма. | Недостаточный. |
| Отрывочные знания базовых понятий,наличие грубых ошибок при их применении,отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией | Низкий |
| Значительное количество ошибок не грубого характера, а также пробелы в знаниях из базовых дисциплин. Умение их применить сопровождается множественными мелкими ошибками. Обнаруживаются некоторые признаки математического мышления, но на достаточно низком уровне. | Умеренный |
| Демонстрация знаний и умений с заметными погрешностями. Проявление навыков В1с рядом замечаний и пробелов. | Достаточный |
| Знания и умения на уровне З1 и У1 без ошибок и погрешностей.. Полноценное владение всеми навыками для данной компетенции.. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции ПК-2**

Уровень формирования ПК-2 тесно связан с уровнем формирования ПК-1, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами практических заданий, как при самостоятельной домашней работе, так и на аудиторных практикумах. Завершающая проверка проводится в ходе эачета. характеристика уровня формирования компетенции ПК-2 носит экспертный характер со стороны преподавателя и, следовательно, носит качественный характер. Уровень ее формирования можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели обучения, характеризующие ПК-2; способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (завершающий) | Показатели уровня формирования компетенции | Характеристика уровня формирования компетенции |
| ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-2)* основные этапы анализа алгебраического алгоритма*.*  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-2)* Корректно ставить задачу анализа алгебраического алгоритма  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-2)* опытом анализа алгебраических алгоритмов | Недостаточный уровень владения ПК-1. | Недостаточный. |
| Низкий уровень владения ПК-1 | Низкий |
| Умеренный уровень владения ПК-1 и знание этапов анализа алгоритма. | Умеренный |
| Достаточный уровень владения ПК-1. Проявление навыков В1с рядом замечаний и пробелов. | Достаточный |
| Высокий уровень владения ПК-1.. Полноценное владение всеми навыками для данной компетенции.. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции ПК-5**

Уровень формирования ПК-5 тесно связан с уровнем формирования ПК-1, ПК-2, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами практических заданий, как при самостоятельной домашней работе, так и на аудиторных практикумах. Завершающая проверка проводится в ходе зачета. Характеристика уровня формирования компетенции ПК-5 носит экспертный характер со стороны преподавателя и, следовательно, носит качественный характер. Уровень ее формирования можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий».

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели обучения, характеризующие ПК-5; способностью осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") и в других источниках (завершающий) | Показатели уровня формирования компетенции | Характеристика уровня формирования компетенции |
| ***ЗНАТЬ***  *З1(ПК-5)* основные приемы и подходы, построения быстрых алгебраических алгоритмов*.*  ***УМЕТЬ***  *У1(ПК-5)* применять приемы и подходы, позволяющие строить быстрые алгебраические алгоритмы решения теоретических и прикладных задач  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ПК-5)* опытом построения быстрых алгебраических алгоритмов | Недостаточный уровень владения ПК-2. | Недостаточный. |
| Низкий уровень владения ПК-1 | Низкий |
| Умеренный уровень владения ПК-1 и знание З1. | Умеренный |
| Достаточный уровень владения ПК-2. Проявление навыков В1с рядом замечаний и пробелов. | Достаточный |
| Высокий уровень владения ПК-2.. Полноценное владение всеми навыками для данной компетенции. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции ОПК-2**

Уровень формирования ОПК-2 тесно связан с уровнем формирования ПК-1, ПК-2, и ПК-5, в основном, проверяется в ходе выполнения студентами практических заданий, как при самостоятельной домашней работе, так и на аудиторных практикумах. Завершающая проверка проводится в ходе зачета, характеристика уровня формирования компетенции ОПК-2 носит экспертный характер со стороны преподавателя и, следовательно, носит качественный характер. Уровень ее формирования можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий».

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Показатели обучения, характеризующие ОПК-2 готовностью самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов (базовый) | Показатели уровня формирования компетенции | Характеристика уровня формирования компетенции |
| ***ЗНАТЬ***  *З1(ОПК-2)* основные приемы построения алгебраических алгоритмов.  ***УМЕТЬ***  *У1(ОПК-2)* проводить анализ основных алгебраических алгоритмов  ***ВЛАДЕТЬ***  *В1(ОПК-2)* опытом использования основных приемов построения алгебраических алгоритмов. | Недостаточный уровень владения ПК-1, ПК-2, ПК-5. | Недостаточный. |
| Низкий уровень владения ПК-1, ПК-2, ПК-5. | Низкий |
| Умеренный уровень владения ПК-1, ПК-2, ПК-5 и знание З1. | Умеренный |
| Достаточный уровень владения ПК-1, ПК-2, ПК-5. Проявление навыков В1с рядом замечаний и пробелов. | Достаточный |
| Высокий уровень владения ПК-1, ПК-2, ПК-5.. Полноценное владение всеми навыками для данной компетенции. | Высокий |

**6.2.** Описание шкал оценивания

Шкалы и процедуры оценивания этапов формирования компетенций при использовании различных формах контроля, а также процедуры оценивания в ходе зачета представлены в разделе 6.3.

Ниже в форме таблицы приведена шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета.

|  |  |
| --- | --- |
| **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| Зачет | Владение компетенциями ПК-1, ПК-2, ПК-5 и ОПК-2 не ниже «умеренно» |
| Незачет | Владение одной из компетенций ПК-1, ПК-2, ПК-5 или ОПК-2 на недостаточном или низком уровне. |

**6.3.** Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций

**Технологии оценивания результатов обучения в виде знаний и отдельных владений**

- Индивидуальное собеседование по теоретическим вопросам (проводится в рамках зачета, результат оценивается по двухбалльной шкале)

**Технологии оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

***-*** Решение простых, а также комплексных практических задач (проводится во время практических занятий)

- Выполнение заданий на доказательство дополнительных фактов (применяется во время зачета, результат оценивается по качественной трехбалльной шкале: «не выполнено», «частично выполнено», «выполнено»)

**Критерии и процедуры оценивания результатов обучения при проведении промежуточной аттестации в форме устного экзамена**

Итоговая оценка уровня овладения компетенциями по дисциплине в значительной части определяется в результате проведении зачета. В зависимости от показанного студентом при ответе вопроса уровня формирования компетенций ОПК-3, ПК-1, ПК-2, ПК-5 выставляется оценка. Соответствие уровня и оценки устанавливается следующим отношением: недостаточный или низкий – незачет, умеренный, достаточный, высокий – зачет.

**6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

**Вопросы к зачету для текущего контроля успеваемости для оценивания результатов обучения в виде знаний компетенций ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-5**

1. Структуры данных алгебраических алгоритмов. Требования к ним.
2. Классические алгебраические алгоритмы, реализующие арифметические операции. Их трудоемкость.
3. Прием «разделяй и властвуй». Алгоритм Карацубы.
4. Прием «разделяй и властвуй». Алгоритм Тоома.
5. Прием «разделяй и властвуй». Алгоритм Бурникеля-Циглера.
6. Теорема о скелетном строении матрицы БПФ. Трудоемкость умножения матрицы БПФ на вектор.
7. Алгоритм умножения Шанхаге-Штрассена.
8. Быстрое деление чисел с остатком.
9. Быстрое извлечение корня.
10. Классический алгоритм Евклида, его анализ.
11. Быстрый вариант алгоритма Евклида.
12. Алгоритмы восстановление целых чисел по остаткам.
13. Алгоритмы восстановление рациональных чисел по остаткам

**Формулировка примерных заданий для самостоятельных работ**

1. Записать число в (сокращенной, избыточной) системе счисления по заданному основанию.
2. Умножить числа алгоритмом Карацубы
3. Умножить числа алгоритмом Тоома-Кука
4. Разделить числа алгоритмом Берникеля-Циглера.
5. Найти НОД чисел алгоритмом Евклида
6. . Найти НОД чисел бинарным алгоритмом
7. Извлечь квадратный корень.
8. Разделить числа, используя быстрый алгоритм деления в p-аддической арифметике..
9. Найти решение сравнения.
10. Найти образ БПФ над от вектора над полем вычетов по модулю p.

**6.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД, URL:

<http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf>

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература:

1. М.И. Кузнецов, Д.Е. Бурланков, Г.А. Долгов, А.Ю. Чирков, В.А. Яковлев. Компьютерная алгебра: Учебник. Нижнмй Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета. 2002. с. 223. (65 экз.)

б) Дополнительная литература:

1. Интуит университет. Седов Е. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica <http://www.intuit.ru/studies/courses/4765/1039/info>
2. Интуит университет. Панкратьев Е. Введение в компьютерную алгебру. <http://www.intuit.ru/studies/courses/1015/196/info>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ. Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_к.ф.-м.н., доц. Чирков А.Ю.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой АГиДМ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., проф. Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 24.02.2021 года, протокол № 5.