МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

|  |
| --- |
| УТВЕРЖДЕНОрешением ученого совета ННГУпротокол от«16» июня 2021 г. № 8 |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Алгебра и геометрия** |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

 *(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Математическое моделирование и вычислительная математика** |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к обязательной части.

Код дисциплины Б1.О.03 «Алгебра и геометрия»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.03 «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части ООП направления подготовки *01.03.02 Прикладная математика и информатика».* |

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции**  | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**  | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции** | **Результаты обучения**  |
| УК-1Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации | Знает базовые типы алгебраических объектов, основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры | Задачи |
| УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности | Умеет сводить алгебраические задачи к подсчету объектов базовых типов, выполнять преобразования в различных задачах линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры | Тест, задачи |
| УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов. | Владеет опытом использования основных методов линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры | Задачи, контрольные работы |
| ОПК-1Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1.: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию | Знает основные понятия и результаты линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры | Тест, задачи |
| ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты | Умеет решать основные задачи линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, абстрактной алгебры | Тест, задачи |
| ОПК-1.3.: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности. | Имеет практический опыт использования аппарата алгебры и геометрии при решении практических задач  | Тест, задачи, контрольные работы |

**3.Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **18 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **648** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):****- занятия лекционного типа****- занятия семинарского типа** **-текущий контроль (КСР)** | **150****96****48****6** |
| **самостоятельная работа** | **390** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **108** |

 **1 семестр**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **6 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **216** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):****- занятия лекционного типа****- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)** | **32****16****2** |
| **самостоятельная работа** | **130** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |

 **2 семестр**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **5 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **180** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):****- занятия лекционного типа****- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)** | **32****16****2** |
| **самостоятельная работа** | **94** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |

 **3 семестр**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **7 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **252** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):****- занятия лекционного типа****- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)** | **32****16****2** |
| **самостоятельная работа** | **166** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | **36** |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,форма промежуточной аттестации по дисциплине | Семестр | Часов |
| Всего | В том числе |
| Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часыиз них | Самостоятельная работа обучающегося |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Всего |
| **Целые числа.** Делимость. НОД. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Сравнимость целых чисел по заданному модулю. Классы вычетов\*. Арифметика вычетов\*. | 1 | 25 | 5 | 2 | 7 | 18 |
| **Комплексные числа.** Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений 3-й и 4-й степеней\*\*. | 1 | 23 | 3 | 2 | 5 | 18 |
| **Группы, кольца, поля\*.**Понятие алгебраической операции. Полугруппа, группа. Симметрическая группа (группа подстановок), группа вычетов по заданному модулю. Кольцо. Поле. Примеры числовых колец и полей. Кольцо вычетов. Теорема: кольцо вычетов по модулю *n* является полем тогда и только тогда, когда *n* – простое. Понятие изоморфизма алгебраических систем. | 1 | 25 | 5 | 2 | 7 | 18 |
| **Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем).** Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Производная многочлена. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел (с доказательством\*\*). Формулы Виета. Интерполяционный многочлен. Теорема Штурма\*\*. Неприводимые многочлены над **Z** и **Q**. Признак Эйзенштейна неприводимости над **Z**. Алгоритм Шуберта–Кронекера разложения многочлена на неприводимые множители над **Z**\*\*. | 1 | 24 | 5 | 1 | 6 | 18 |
| **Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).** Операции с матрицами. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения. Его трудоемкость. Матричная интерпретация метода Гаусса. LU-разложение\*\*. Эквивалентные матрицы. Скелетное разложение\*\*. Обратная матрица. | 1 | 22 | 3 | 1 | 4 | 18 |
| **Векторы на плоскости и в пространстве.** Операции с векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. | 1 | 20 | 1 | 1 | 2 | 18 |
| **Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.** Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат. Векторное произведение. Его свойства, выражение через координаты. Смешанное произведение. Определители 2-го и 3-го порядка, их геометрический смысл. | 1 | 20 | 1 | 1 | 2 | 18 |
| **Линейное (векторное) пространство над полем.** Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем *F*, пространство матриц над полем *F*, пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств. Понятие об аффинном пространстве. | 1 | 23 | 4 | 1 | 5 | 18 |
| **Теория систем линейных уравнений.** Теорема Кронекера–Капелли. Два способа задания линейного подпространства, фундаментальная система решений системы линейных уравнений. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.  | 1 | 20 | 1 | 1 | 2 | 18 |
| **Прямые и плоскости.** Различные виды задания прямых и плоскостей, геометрический смысл коэффициентов. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями. | 1 | 15 | 1 | 1 | 2 | 13 |
| **Определитель (детерминант) матрицы и его свойства.** Теорема Лапласа. Три точки зрения на определители. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Теорема об умножении определителей. Формула Бине–Коши\*\*.  | 1 | 24 | 1 | 1 | 2 | 22 |
| **Суммы подпространств**, базис и размерность суммы. Прямая сумма.  | 1 | 20 | 1 | 1 | 2 | 18 |
| **Изменение координат вектора при замене базиса** и при аффинном преобразовании. | 1 | 20 | 1 | 1 | 2 | 18 |
| **В т.ч. текущий контроль** |  | 2 |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация: экзамен** |
| **Линейные отображения** (операторы), действия с ними, их матрицы. Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Эквивалентные матрицы. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения.  | 2 | 29 | 4 | 2 | 6 | 23 |
| **Линейные преобразования** векторного пространства, подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен преобразования (матрицы). Жорданова форма линейного преобразования (матрицы). Функции от линейных преобразований (от матриц)\*\*. | 2 | 33 | 6 | 4 | 10 | 23 |
| **Билинейные и полуторалинейные функции** (формы) и их матрицы. Квадратичные функции. Изменение матрицы билинейной и полуторалинейной функции при изменении базиса. Конгруэнтные матрицы. Симметричные и эрмитовы функции. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной и эрмитовой билинейной функции к каноническому виду. Разложение Холецкого\*\*. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности. | 2 | 41 | 11 | 5 | 16 | 25 |
| **Евклидовы и унитарные пространства.** Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы\*\*. Изоморфизм унитарных пространств. Нахождение псевдорещения несовместных систем линейных уравнений (метод наименьших квадратов).Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара. | 2 | 39 | 11 | 5 | 16 | 23 |
| **В т.ч. текущий контроль** |  | 2 |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация: экзамен** |  |  |  |  |  |  |
| **Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.** Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Комплексификация евклидова пространства. Теорема Шура. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Сопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него. Приведение квадратичной формы к главным осям и спектральное разложение симметрических матриц. Одновременное приведение пары квадратичных форм к каноническому виду\*\*. Полярное и сингулярное разложения матриц\*\*. | 3 | 43 | 8 | 4 | 12 | 31 |
| **Кривые и поверхности 2-го порядка.** Эллипс, гипербола, парабола. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Взаимное расположение прямой и поверхности 2-го порядка. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Инварианты и полуинварианты. | 3 | 48 | 8 | 4 | 12 | 36 |
| **Группы.** Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.  | 3 | 49 | 8 | 4 | 12 | 37 |
| **Кольца.** Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами. | 3 | 40 | 6 | 3 | 9 | 31 |
| **Поля.** Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них. | 3 | 34 | 2 | 1 | 3 | 31 |
| **В т.ч. текущий контроль** |  | 2 |  |  |  |  |
| **Промежуточная аттестация: экзамен** |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа,*)* коллоквиумах.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Алгебра и геометрия» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу Золотых Н.Ю., Сидоров С.В. Алгебра и геометрия. Электронно-управляемый курс. 2017. [https://e-learning.unn.ru/](https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=827) .

При выполнении самостоятельной работы студентам рекомендуется использовать конспекты лекций, а также рекомендуемую в п.6 литературу:

Основная литература: 1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Физматлит, 2007. <https://e.lanbook.com/book/58162>; 2. Курош А.Г.Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. <https://e.lanbook.com/book/30198>;
3. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. <https://e.lanbook.com/book/72575>.

Дополнительная литература: 1. [Ильин В. А., Позняк Э. Г.  Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2007.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=364247)<https://e.lanbook.com/book/2178>; 2. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2007.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=341821)<https://e.lanbook.com/book/2179>; 3. [Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=438061)<https://e.lanbook.com/book/529>; 4. [Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=444431)<https://e.lanbook.com/book/399>; 5. Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре. – СПб.: Лань, 2006. <https://e.lanbook.com/reader/book/165/>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**),

включающий:

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | Зачтено |
| Знания | Отсутствие знаний теоретическогоматериала.Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минималь­ных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минималь­ных умений. Невозмож­ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего­ся от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения,решены все основные задачи с отдельными несущест­веннымнедочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полномобъеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальныйнабор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонст­рированы базовые навыкипри решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыкипри решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыкипри решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |
| --- | --- |
|  **Оценка** | **Уровень подготовки** |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| незачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

Экзамены в 1, 2, 3 семестрах

|  |  |
| --- | --- |
| Превосходно | свободное владение основным материалом без ошибок и погрешностей |
| Отлично | свободное владение основным и дополнительным материалом с незначительными ошибками и погрешностями |
| Очень хорошо | достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями |
| Хорошо | владение основным материалом с рядом заметных погрешностей |
| Удовлетворительно | владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок |
| Неудовлетворительно | владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка. Работа за время семестра можно оценить как неудовлетворительную  |
| Плохо | отсутствие владения материалом. Работа за время семестра была оценена на «плохо» |

Оценка «неудовлетворительно» и «плохо» за экзамен ставится, если студент получил «неудовлетворительно» или «плохо» за работу во время семестра.

Оценки «превосходно», «отлично», «очень хорошо», «хорошо», «удовлетворительно» считаются положительными.

**Критерий оценивания результатов тестирования**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы, %** | **Оценка сформированности компетенций** |
| 99-100 | Превосходно |
| 91-98 | Отлично |
| 86-90 | Очень хорошо |
| 71-85 | Хорошо |
| 51-70 | Удовлетворительно |
| 31-50 | Неудовлетворительно |
| 0-30 | Плохо |

**Критерии оценок выполнения контрольных работ**

(каждая задача оценивается в 2 балла)

|  |  |
| --- | --- |
| Решена полностью | 2  |
| Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами | 1,5 |
| Решена задача наполовину | 1 |
| Сделан первый этап в решении задачи  | 0,5 |
| Нет решения | 0 |

**Суммарная оценка выполнения контрольной работы из 5 задач**

|  |  |
| --- | --- |
| **Количество баллов** | **Оценка** |
| 10 | Отлично |
| 9,5 | Очень хорошо |
| 9 | Хорошо |
| 8,5 | Удовлетворительно |
| 5 | Неудовлетворительно |
| 0-2 | Плохо |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы**

|  |  |
| --- | --- |
| *вопросы* | *Код* *формируемой компетенции* |
| 1 семестр |  |
| 1. Целые числа. Делимость. НОД. Алгоритм Евклида. Линейное разложение НОД.
 | ОПК-1 |
| 1. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
 | ОПК-1 |
| 1. Сравнимость целых чисел по заданному модулю. Классы вычетов (сравнений). Арифметика вычетов.
 | ОПК-1 |
| 1. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы
 | ОПК-1 |
| 1. Группы, кольца, поля. Понятие алгебраической операции. Полугруппа, группа. Симметрическая группа (группа подстановок), группа вычетов по заданному модулю.
 | ОПК-1 |
| 1. Кольцо. Поле. Примеры числовых колец и полей. Кольцо вычетов. Теорема: кольцо вычетов по модулю *n* является полем тогда и только тогда, когда *n* – простое. Понятие изоморфизма алгебраических систем.
 | ОПК-1 |
| 1. Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем). Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены.
 | ОПК-1 |
| 1. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Производная многочлена. Выделение кратных множителей.
 | ОПК-1 |
| 1. Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел. Формулы Виета.
 | ОПК-1 |
| 1. Интерполяционный многочлен.
 | ОПК-1 |
| 1. Теорема Штурма.
 | ОПК-1 |
| 1. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна неприводимости. Алгоритм Шуберта–Кронекера разложения многочлена на неприводимые множители.
 | ОПК-1 |
| 1. Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).
 | ОПК-1 |
| 1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Матричная интерпретация метода Гаусса. LU-разложение. Эквивалентные матрицы.
 | ОПК-1 |
| 1. Обратная матрица.
 | ОПК-1 |
| 1. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат.
 | ОПК-1 |
| 1. Деление отрезка в заданном отношении.
 | ОПК-1 |
| 1. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
 | ОПК-1 |
| 1. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат.
 | ОПК-1 |
| 1. Векторное произведение. Его свойства, выражение через координаты.
 | ОПК-1 |
| 1. Смешанное произведение.
 | ОПК-1 |
| 1. Определители 2-го и 3-го порядка, их геометрический смысл.
 | ОПК-1 |
| 1. Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем F, пространство матриц над полем F, пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом.
 | ОПК-1 |
| 1. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене.
 | ОПК-1 |
| 1. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства.
 | ОПК-1 |
| 1. Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств.
 | ОПК-1 |
| 1. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.
 | ОПК-1 |
| 1. Два способа задания линейного подпространства, фундаментальная система решений системы линейных уравнений.
 | ОПК-1 |
| 1. Различные виды задания прямых и плоскостей, геометрический смысл коэффициентов.
 | ОПК-1 |
| 1. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
 | ОПК-1 |
| 1. Нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями.
 | ОПК-1 |
| 1. Определитель (детерминант) матрицы и его свойства.
 | ОПК-1 |
| 1. Теорема Лапласа. Три точки зрения на определители.
 | ОПК-1 |
| 1. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.
 | ОПК-1 |
| 1. Формула Бине–Коши.
 | ОПК-1 |
| 1. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.
 | ОПК-1 |
| 1. Изменение координат вектора при замене базиса и при аффинном преобразовании.
 | ОПК-1 |
| 2 семестр |  |
| 1. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы.
 | ОПК-1 |
| 1. Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Эквивалентные матрицы.
 | ОПК-1 |
| 1. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения.
 | ОПК-1 |
| 1. Линейные преобразования векторного пространства, подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа.
 | ОПК-1 |
| 1. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы.
 | ОПК-1 |
| 1. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Теорема Гамильтона–Кэли.
 | ОПК-1 |
| 1. Минимальный аннулирующий многочлен преобразования (матрицы).
 | ОПК-1 |
| 1. Жорданова форма линейного преобразования (матрицы).
 | ОПК-1 |
| 1. Функции от линейных преобразований (от матриц).
 | ОПК-1 |
| 1. Билинейные (полуторалинейные) и квадратичные функции (формы) и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной (полуторалинейной) функции при изменении базиса.
 | ОПК-1 |
| 1. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Разложение Холецкого.
 | ОПК-1 |
| 1. Закон инерции.
 | ОПК-1 |
| 1. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением.
 | ОПК-1 |
| 1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.
 | ОПК-1 |
| 1. Неравенство треугольника.
 | ОПК-1 |
| 1. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.
 | ОПК-1 |
| 1. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.
 | ОПК-1 |
| 1. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы.
 | ОПК-1 |
| 1. Изоморфизм унитарных пространств.
 | ОПК-1 |
| 1. Нахождение псевдорещения несовместных систем линейных уравнений (метод наименьших квадратов).
 | ОПК-1 |
| 1. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.
 | ОПК-1 |
| 3 семестр |  |
| 1. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения.
 | ОПК-1 |
| 1. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов.
 | ОПК-1 |
| 1. Комплексификация евклидова пространства. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.
 | ОПК-1 |
| 1. Унитарные и ортогональные преобразования.
 | ОПК-1 |
| 1. Сопряженные и симметричные преобразования.
 | ОПК-1 |
| 1. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.
 | ОПК-1 |
| 1. Приведение квадратичной формы к главным осям.
 | ОПК-1 |
| 1. Одновременное приведение пары квадратичных форм к каноническому виду.
 | ОПК-1 |
| 1. Полярное и сингулярное разложения матриц.
 | ОПК-1 |
| 1. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
 | ОПК-1 |
| 1. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости.
 | ОПК-1 |
| 1. Взаимное расположение прямой и поверхности 2-го порядка.
 | ОПК-1 |
| 1. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Инварианты и полуинварианты.
 | ОПК-1 |
| 1. Группы. Теорема Кэли.
 | ОПК-1 |
| 1. Циклические группы и их подгруппы.
 | ОПК-1 |
| 1. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа.
 | ОПК-1 |
| 1. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп.
 | ОПК-1 |
| 1. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами.
 | ОПК-1 |
| 1. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.
 | ОПК-1 |
| 1. Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.
 | ОПК-1 |

**5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции УК-1**

**(1 семестр)**

1. Являются ли следующие векторы линейно независимыми **a(**1,1,1**),b(**1.1,2**),c(**1,2,3**)** (Ответ: да)
2. Являются ли следующие векторы линейно независимыми **a(**2,1,-3**),b(3**.2,-5**),c(**1,-1,1**)** (Ответ: да)
3. Даны три вектора ***а*** (6, 5), ***b*** (3, 4) и ***c*** (5, 7). Подобрать числа α и β так, чтобы векторы α***a*** , β***b*** и ***c*** образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего. (Ответ: α=1/9, β=-17/9)

**Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

**(1 семестр)**

1. Сколько инверсий содержит перестановка (3, 5, 2, 6, 1, 4)?

1) 6

2) 7

3) 8 (+)

2. Расстояние от точки $(x\_{0},y\_{0},z\_{0})$ до плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ (система

координат прямоугольная) равно:

1) $\frac{|Ax\_{0}+By\_{0}+Cx\_{0}+D|}{A^{2}+B^{2}+C^{2}}$

2) $\frac{|Ax\_{0}+By\_{0}+Cx\_{0}+D|}{\sqrt{A^{2}+B^{2}+C^{2}}}$ (+)

3) $\frac{|Ax\_{0}+By\_{0}+Cx\_{0}+D|}{\sqrt{A^{2}+B^{2}+C^{2}+D^{2}}}$

3. С каким знаком входит в полное разложение определителя 5-го порядка член $a\_{24}a\_{43}a\_{15}a\_{51}a\_{32}$

1) Со знаком «+»

2) Со знаком «−» (+)

3) Не входит

**5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции УК-2**

**Контрольная работа №1 1-го семестра**

**Вариант № 1**

1.Вычислить 

2.Представить в тригонометрической форме и изобразить на плоскости число 

3. Решить уравнение 

4. Решить систему уравнений в комплексных числах.

5. Вычислить 

**Контрольная работа №21-го семестра**

**Вариант № 1**

1**.**Разложить многочлен по степеням 

2. Найти наибольший общий делитель и коэффициенты Безу для многочленов и 

3**.**Найти интерполяционный многочлен в форме Лагранжа по таблице интерполяции

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Y | -1 | -1 | 1 | 11 |

4. Найти все рациональные корни многочлена  и определить их кратности.

5. Многочлен разложить на неприводимые множители над полями Q, Rи C.

**Контрольная работа №31-го семестра**

**Вариант № 1**

1. Вычислить произведение матриц 

2. Найти общее решение системы линейных уравнений 

3. Вычислить определитель 

4. Найти обратную для матрицы 

**Контрольная работа №41-го семестра**

**ВАРИАНТ 1**

1.Имеются ли среди векторов **а** = (2, –3, 8), **b**= (4, 0, –1), **с** = (–0,2; 0,3; –0,8)

 перпендикулярные? Параллельные?

2. При каких *а* прямые*ax* – 4*y* = 6 и *x* – *ay* = 3 имеют только одну общую точку?

3. Найти ортогональную проекцию точки (5, 2, –3) на плоскость 3*x* – 4*y* + *z* = 30

**Контрольная работа №51-го семестра**

**ВАРИАНТ 1**

1. В ортонормированном базисе даны вектора: ***a*** (–1, -2), ***b*** (-2, -3) и ***c*** (2, 1). Вычислить

***b2*** (***a ,c***) – ***c2*** (***a ,b***).

2. Найти вектор длины 4, ортогональный векторам (–1, 2, 1) и (2, 3, 4).

3. Найти площадь треугольника с вершинами (2, –1, 0), (1, 2, –1), (–2, 3,4).

**Контрольная работа №6 1-го семестра**

**Вариант № 1**

1. Проверить на линейную зависимость систему векторов



2. Найти базисы суммы и пересечения линейных оболочек и , где



1. При каких значениях параметра вектор  принадлежит линейной оболочке векторов 

**Контрольная работа №12-го семестра**

**Вариант № 1**

1. В пространстве задано линейное преобразованиеНайти матрицу этого преобразования в стандартном базисе и базисе 

2. Линейное преобразование задано своей матрицей 

Найти все собственные числа. Для каждого из них указать его алгебраическую и геометрическую кратности.

 Выяснить, диагонализируемо ли преобразование

 а) в вещественном пространстве; б) в комплексном пространстве.

 Если да, то записать матрицу перехода к базису из собственных векторов

 и матрицу преобразования в этом базисе.

**Контрольная работа №2 2-го семестра**

**Вариант № 1**

1. Применяя процесс ортогонализации Грама-Шмидта, найти ортогональный базис в линейной оболочке системы векторов 

2. Найти проекцию и перпендикуляр вектора  на линейную оболочку векторов 

3. Найти псевдорешения системы 

**Контрольная работа №13-го семестра**

**Вариант № 1**

1. Квадратичную форму привести к каноническому виду матричным методом, методом Лагранжа выделения полных квадратов и с помощью теоремы Якоби.

2. Квадратичную форму  привести к главным осям.

**Контрольная работа №2 3-го семестра**

**Вариант № 1**

1. Аффинным преобразованием привести уравнение поверхности к каноническому виду: .

2. Найти каноническую систему координат и построить кривую второго порядка 4– 12+ 9– 2+ 3– 2 = 0.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Физматлит, 2007. <https://e.lanbook.com/book/48199#authors>
2. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30198>
3. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]: учеб.пособие / Л.А. Беклемишева [и др.]. — Электрон.дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 496 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/97281>
4. Золотых Н.Ю., Сидоров С.В. Алгебра и геометрия. Электронно-управляемый курс. 2017. [https://e-learning.unn.ru/](https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=827)

б) Дополнительная литература

1. [Ильин В. А., Позняк Э. Г.  Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2007.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=364247)<https://e.lanbook.com/book/2178>
2. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия. – М.: Физматлит, 2007.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=341821) <https://e.lanbook.com/book/2179>
3. [Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=438061)<https://e.lanbook.com/book/529>
4. [Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008.](http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=444431)<https://e.lanbook.com/book/399>
5. Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре. – СПб.: Лань, 2006.<https://e.lanbook.com/book/165#authors>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://e-learning.unn.ru/>

**7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор д.ф.-м.н., доц. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Золотых Н.Ю.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Зав кафедрой АГиДМ, д.ф.м.н., проф. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.