МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий, математики и механики |

(факультет / институт / филиал)

|  |
| --- |
|  |
| УТВЕРЖДЕНО решением президиума Ученого совета ННГУ протокол от «11» мая 2021 г. № 2\_\_\_ |

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Методы оптимизации** |

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| бакалавриат |

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

|  |
| --- |
| **010303 Механика и математическое моделирование** |

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг** |

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

|  |
| --- |
| очная |

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2021 год

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Методы оптимизации относится к обязательной части

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.27, Методы оптимизации относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование. |

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\*  (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения**  **по дисциплине\*\*** |
| *ОПК-1*  *Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности* | ***ОПК-1.1****.:* ***Знает*** *основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук* | *Знать классические постановки задач конечномерной и бесконечномерной оптимизации, основные численные методы оптимизации, а также аналитические методы решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности* | *собеседование* |
| ***ОПК-1.2****.:* ***Умеет*** *анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук* | *Уметь самостоятельно и корректно использовать методы формализации практических и естественнонаучных задач в виде задач оптимизации, допускающих такую формализацию, а также применять для их решения численные методы оптимизации и аналитические методы решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности* | *задачи* |
| ***ОПК-1.3****.:* ***Владеет навыками*** *применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач* | *Владеет навыками использования методов формализации прикладных и естественнонаучных задач, возникающих из потребностей научно-исследовательской деятельности, в виде задач оптимизации, при условии, что они допускают такую формализацию, а также применения для их решения численных методов оптимизации и аналитических методов решения задач оптимизации на основе необходимых и достаточных условий оптимальности* | *задачи* |
| *ОПК-6*  *Способен к ведению инновационно-исследовательской деятельности* |  |  |  |

1. **Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **очная форма**  **обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **3 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **108** |
| **в том числе** |  |
| **контактная работа:**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **65**  **32**  **32**  **1** |
| **самостоятельная работа** | **43** |
| **Промежуточная аттестация – зачет** |  |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины** | **Всего**  **(часы)** | в том числе | | | | |
| **контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | **Самостоятельная**  **работа обучающегося, часы** |
| **Занятия лекционного типа** | **Занятия семинарского типа** | **Занятия лабораторного**  **типа** | **Всего**  **контактных часов** |
| **Шестой семестр** | | | | | | |
| Тема 1.  Элементарный выпуклый анализ.  Выпуклые множества. Выпуклые конусы. Возможные направления. Выпуклые функции. Критерии выпуклости. Точки минимума выпуклых функций. | 18 |  | 6 |  | 6 | 13 |
| Тема 2.  Гладкие конечномерные задачи на экстремум.  Теорема Вейерштрасса и ее следствия. Безусловный минимум: необходимые условия минимума первого и второго порядков, достаточные условия. Условный минимум: принцип Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенства и неравенства, регулярность, гладко-выпуклые задачи, условия второго порядка. | 27 | 8 | 9 |  | 17 | 10 |
| Тема 3.  Выпуклые конечномерные задачи на экстремум.  Различные формы записи задач выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Теория двойственности. Случай задач линейного программирования. | 33 | 14 | 9 |  | 23 | 10 |
| Тема 4.  Численные методы конечномерной оптимизации.  Терминология. Классификация методов. Одномерный поиск для унимодальных и липшицевых функций. Безусловная минимизация функций нескольких переменных: градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряженных направлений для квадратичных функций, метод сопряженных градиентов. Условная минимизация функций нескольких переменных: методы штрафных функций, симплекс-метод решения задач линейного программирования. | 28 | 10 | 8 |  | 18 | 10 |
| **Текущий контроль (КСР)** | 1 |  |  |  | 1 |  |
| **Промежуточная аттестация - зачет** |  |  |  |  |  |  |
| **Итого** | 108 | 32 | 32 |  | 65 | 43 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Методы оптимизации» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к зачету и экзамену. Самостоятельная работа студентов (выполнение домашних практических заданий, подготовка к коллоквиуму, зачету) обеспечивается доступной студентам основной и дополнительной литературой, а также доступными им интернет-ресурсами (см. ниже раздел 6**. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**).

Для подготовки к зачету по темам 1 - 3, связанным с математическим программированием, студентам можно воспользоваться:

1. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Безусловный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 973.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
3. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими подробными примерами и упражнениями для самостоятельного выполнения.

Для подготовки к зачету по теме 4, связанной с численными методами оптимизации, студентам можно воспользоваться:

1. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Методическая раз­работка по курсу ”Методы оптимизации”. - Горький: Изд-во ГГУ, 1989 (40).
2. Чернов А.В. Численные методы одномерной минимизации. Н.Новгород: ННГУ, 2009 (62).
3. Чернов А.В. Численные методы безусловной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (52).
4. Чернов А.В. Численные методы условной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (70).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими подробными примерами и упражнениями для самостоятельного выполнения, а также примеры программ на языке MATLAB и задания для выполнения лабораторных работ.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**
   1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | | зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном  объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный  набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворитель-  но | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**
     1. **Контрольные вопросы**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код формируемой компетенции |
| 1. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств. | ОПК-1 |
| 1. Граничные точки выпук­лых множеств. | ОПК-1 |
| 1. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции. | ОПК-1 |
| 1. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек. | ОПК-1 |
| 1. Коническая и выпуклая оболочки множества. | ОПК-1 |
| 1. Теоремы отделимости выпуклых множеств. | ОПК-1 |
| 1. Опорные гиперплоскости. | ОПК-1 |
| 1. Сопряженный конус. Теорема Фаркаша. | ОПК-1 |
| 1. Возможные (допустимые) направления. | ОПК-1 |
| 1. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл. Простейшие свойства выпуклых функций. | ОПК-1 |
| 1. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направле­ниям. | ОПК-1 |
| 1. Свойство непрерывности выпуклой функции. | ОПК-1 |
| 1. Критерии выпуклости в классе диф­ференцируемых функций нескольких переменных. | ОПК-1 |
| 1. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных. | ОПК-1 |
| 1. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции. | ОПК-1 |
| 1. Сильно выпуклые функции. | ОПК-1 |
| 1. Понятие о математической теории оптимизации и математическом программировании (МП) как одном из ее разделов. Примеры задач оптимизации. | ОПК-1 |
| 1. Теорема Вейерштрасса и ее следствия. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия первого порядка. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия второго порядка. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Достаточные условия второго порядка. | ОПК-1 |
| 1. Направления спуска. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций. | ОПК-1 |
| 1. Гладкие задачи на условный экстремум. Достаточное условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций | ОПК-1 |
| 1. Классификация задач математического программирования. | ОПК-1 |
| 1. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл. | ОПК-1 |
| 1. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования. | ОПК-1 |
| 1. Простейшее условие регулярности в задаче математического программирования. | ОПК-1 |
| 1. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие Слейтера. | ОПК-1 |
| 1. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие линейности. | ОПК-1 |
| 1. Необходимые условия второго порядка в задаче математического программирования. | ОПК-1 |
| 1. Достаточные условия второго порядка в задаче математического программирования | ОПК-1 |
| 1. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме. | ОПК-1 |
| 1. Понятие седловой точки функции Лагранжа. Критерий седловой точки. | ОПК-1 |
| 1. Теорема Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке. Связь с теоремой Куна-Таккера в дифференциальной форме. | ОПК-1 |
| 1. Понятие двойственной задачи и ее свойства. | ОПК-1 |
| 1. Теорема двойственности. | ОПК-1 |
| 1. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности. | ОПК-1 |
| 1. Теорема существования решения в задачах ЛП. | ОПК-1 |
| 1. Теория двойственности для задач ЛП | ОПК-1 |
| 1. Классификация численных методов оптимизации. | ОПК-1 |
| 1. Метод дихотомии. | ОПК-1 |
| 1. Метод половинного деления. | ОПК-1 |
| 1. Метод золотого сечения. | ОПК-1 |
| 1. Безусловная минимизация функций многих переменных: овражный эффект. | ОПК-1 |
| 1. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод наискорейшего спуска. Теорема о сходимости. | ОПК-1 |
| 1. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод Ньютона: идея, алгоритм, достоин­ства и недостатки, сравнение с градиентными методами. | ОПК-1 |
| 1. Условная минимизация функций многих переменных: метод проекции градиента. Теорема о сходи­мости. | ОПК-1 |
| 1. Условная минимизация функций многих переменных: метод условного градиента. Теорема о сходи­мости. | ОПК-1 |
| 1. Условная минимизация функций многих переменных: метод квадратичного штрафа. | ОПК-1 |
| 1. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: каноническая задача ЛП. Приведение задач ЛП к каноническому виду. | ОПК-1 |
| 1. Основные определения симплекс-метода: вершина, ребро, базис вершины. Соответствие между вер­шинами и базисами. Ребра, выходящие из невырожденной вершины. | ОПК-1 |
| 1. Итерационный алгоритм симплекс-метода в невырожденном случае. Итерационные формулы. Сим­плекс-таблица (СТ). Анализ и пересчет СТ. | ОПК-1 |
| 1. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: отыскание начальной вершины методом искусственного базиса | ОПК-1 |

* + 1. **Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции**

Вариант 1

Задача 1. Проверить на выпуклость функцию  на множестве .

Задача 2. Существует ли точка глобального минимума в задаче оптимизации: , ? Почему?

Задача 3. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации: , .

Задача 4. Решить задачу линейного программирования c помощью теории двойственности: 

**Задача 5. Решить задачу методом Ньютона, начав с точки .**

* + 1. **Типовые задачи для оценки сформированности компетенции**

**Вариант 1 (Выпуклый анализ)**

Задание 1. Проверить на выпуклость множество .

Задание 2. Проверить на выпуклость функцию .

**Вариант 2 (Общая задача оптимизации)**

Задание 1. Для задачи , , , построить допустимое множество и линии уровня целевой функции; указать точку глобального минимума (если она существует). Выполняются ли какие-то достаточные условия существования глобального минимума в этой задаче?

Задание 2. Решить задачу безусловной минимизации: , , .

**Вариант 3 (Гладкие задачи математического программирования)**

Задание 1. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации: , , .

Задание 2. Решить с помощью теоремы Куна-Таккера в дифференциальной форме задачу оптимизации: , , , , .

**Вариант 4 (Выпуклое и линейное программирование)**

Задание 1. Решить задачу линейного программирования c помощью теории двойственности: 

Задание 2. Решить ту же задачу с помощью теоремы Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке.

**Вариант 5 (Численные методы оптимизации)**

Задание 1. Решить задачу ****методом Ньютона, начав с точки .

Задание 2. Решить симплекс-методом задачу линейного программирования: , , , , , .

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература**:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука. 1988 (215).
2. Алексеев В.М., Галеев Э.М.. Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука. 1984 (160).

**б) дополнительная литература**:

1. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука. 1986 (4).
2. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука. 1983 (14).

**в) учебно-методическая литература, имеющаяся на кафедре прикладной математики для выдачи студентам**

1. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Методическая раз­работка по курсу ”Методы оптимизации”. - Горький: Изд-во ГГУ, 1989 (40).
2. Чернов А.В. Численные методы одномерной минимизации. Н.Новгород: ННГУ, 2009 (62).
3. Чернов А.В. Численные методы безусловной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (52).
4. Чернов А.В. Численные методы условной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (70).

**г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы**:

Фонд электронных изданий ННГУ. Режим доступа: <http://www.unn.ru/books/resources.html>

1. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Безусловный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 973.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
3. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).
4. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ОС 01.03.03 Механика и математическое моделирование

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.

Автор (ы) к.ф.-м.н., доц. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.В.Чернов

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ М.В. Иванченко