

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением президиума ученого совета ННГУ  
протокол от  
«20» апреля 2021 г. № 1

**Рабочая программа дисциплины**

**Исследование операций**

---

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

---

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

---

Квалификация

**Бакалавр**

---

Форма обучения

**очная**

---

Нижний Новгород  
2018

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) базовая часть	Дисциплина Б1.Б.16 «Исследование операций» относится к базовой части ОПОП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Дисциплина Б1.Б.16 «Исследование операций» относится к базовой части блока Б1 ООП по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», преподается в 8 семестре.

Дисциплина опирается на материал курсов математического анализа, дискретной математики, линейного программирования, теории вероятностей.

### Цель освоения дисциплины

Цель дисциплины «Исследование операций» состоит в изучении основных понятий, утверждений и методов, играющих фундаментальную роль в моделировании процесса выработки эффективных решений.

Изучение курса предполагает освоение рядом принципиальных вопросов:

- каким образом в формальной модели отражаются основные моменты, присущие выбору (варианты действий сторон, неопределенность некоторых условий выбора, зависимость результатов от действий многих сторон и др.);

- каким образом обеспечивается устойчивость выбора;

- как сочетается устойчивость выбора с выгодностью результатов для каждой из сторон.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
<b>ОПК-1</b> <i>Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (завершающий этап)</i>	<i>З(ОПК1) знать базовые модели и принципы рационального выбора в условиях конфликта и неопределенности, включая основные математические утверждения об их свойствах У(ОПК1) уметь применять теоретические знания для решения типовых задач выбора В(ОПК1) владеть техникой доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений стандартных задач выбора</i>
<b>ПК-2</b> <i>Способность понимать,</i>	<i>З(ПК2) знать модели операций в нормальной и позиционной формах, принцип максимина, принцип Байеса, равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето. Понимать математическое единство моделей выбора решения, имеющих</i>

<i>совершенствовать и применять современный математический аппарат (завершающий этап)</i>	<i>различную содержательную интерпретацию (например, задач планирования типа линейных программ и задач выбора при противоположных интересах типа матричных игр и др.) У(ПК2) уметь преобразовывать модели (например, редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме), и применять соответствующий задаче принцип выбора В(ПК2) владеть аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий</i>
---	---

### 3. Структура и содержание дисциплины «Исследование операций»

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых **62** часа составляет **контактная работа** обучающегося с преподавателем: (40 часов занятий лекционного типа, 20 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия), 2 часа мероприятия промежуточной аттестации), 82 часа составляет самостоятельная работа обучающегося (в т.ч. 36 часов подготовки к экзамену).

#### Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)		В том числе													
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них											Самостоятельная работа обучающегося, часы		
			Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего				
Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная		
Модель операции в нормальной форме и принципы выбора	29		12		4								16		13	
Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой	27		8		6								14		13	
Смешанные стратегии	27		8		6								14		13	
Кооперативный подход	20		4		2								6		14	
Матричные игры и линейное программирование	18		4		0								4		14	
Элементы теории статистических решений	21		4		2								6		15	
В т.ч. текущий контроль	2				2											
Промежуточная аттестация - экзамен																

#### Содержание разделов дисциплины

#### МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИИ В НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ И ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА

Принятие решений как существенная сторона целенаправленной деятельности. Искусство и наука принятия решений. Математическая модель задачи выбора решения (операция). Оперирующая сторона и ее стратегии. Исход операции. Зависимость исхода от действий нескольких сторон и неуправляемых параметров (состояний природы). Интересы сторон. Бинарные отношения как средство описания предпочтительности исходов. Представление полного квазипорядка функцией полезности. Максимизация полезности как модель цели оперирующей стороны. Критерии эффективности сторон. Модель операции в нормальной форме. Классификация разделов теории исследования операций по моделям в нормальной форме. Терминология.

Выбор стратегий в модели операции в нормальной форме. Связь возможности оценки стратегии с информированностью сторон. Оценка стратегий в условиях неопределенности по гарантированному результату. Зависимость интересов сторон от принципа оценки стратегий.

Устойчивость и эффективность решений. Устойчивость решений в антагонистических играх. Связь существования устойчивых решений с существованием седловой точки ядра антагонистической игры и с существованием и равенством минимакса и максимина ядра антагонистической игры. Принцип минимакса (максимина) для выбора стратегий. Оптимальные стратегии в антагонистической игре. Пример анализа антагонистической модели на основе принципа минимакса ("шумная дуэль"). Вероятностная модель для состояний природы и усреднение полезностей.

#### ПРИНЦИП МАКСИМИНА В КОНЕЧНЫХ ИГРАХ ДВУХ ЛИЦ С НУЛЕВОЙ СУММОЙ

Матричные игры. Седловая точка матрицы. Примеры игр с седловыми точками в матрицах и без седловых точек.

Позиционная (развернутая) форма модели. Приведение позиционной модели к нормальной форме. Существование седловой точки матрицы в играх с полной информацией.

#### СМЕШАННЫЕ СТРАТЕГИИ

Роль информации о действиях другой стороны в антагонистической игре без устойчивых решений. Использование шаблона поведения другой стороны для прогнозирования ее решений. Случайный выбор (использование рулетки) как форма исключения шаблона поведения введением в модель неизвестных состояний природы. Введение случайного выбора как расширение понятия стратегии. Смешанные стратегии и усреднение ядра антагонистической игры.

Биматричные игры. Метод графического определения всех устойчивых решений для смешанного расширения  $2 \times 2$  биматричной игры, существование устойчивых решений в смешанном расширении любой  $2 \times 2$  биматричной игры. Решение антагонистической  $2 \times 2$  игры в смешанных стратегиях. Природа устойчивости, обеспечиваемой смешанной стратегией (антагонизм поведения без антагонизма интересов) в биматричных  $2 \times 2$  играх. Смешанное расширение произвольной биматричной игры.

#### КООПЕРАТИВНЫЙ ПОДХОД

Внешняя стабилизация решения (арбитражные схемы). Модель формирования сделки. Аксиомы справедливого дележа (аксиомы Нэша). Существование для каждой сделки

единственного дележа, удовлетворяющего аксиомам Нэша. Сравнение устойчивого и арбитражного решений.

Модель с угрозами. Расширение понятия стратегии введением угроз. Аксиомы Нэша и отвечающий им дележ при заданных стратегиях угрозы. Выбор оптимальных стратегий угрозы для случая линейной с отрицательным единичным наклоном Паретовской границы множества допустимых дележей. Оптимальные угрозы как решение вспомогательной антагонистической игры.

## МАТРИЧНЫЕ ИГРЫ И ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Прямая и двойственная задачи с ограничениями вида неравенств и теорема двойственности (формулировка и интерпретация). Задача выбора плана производства при возможной закупке недостающего сырья и продаже излишков сырья. Совпадение максимина и минимакса введенной задачи соответственно с прямой и двойственной задачами. Связь решения матричной игры с решением линейной программы, имеющей ту же матрицу, единичные затраты ресурсов и единичные цены на продукцию. Существование решения матричной игры с любой матрицей как следствие того, что соответствующая линейная программа всегда имеет решение.

Физические смеси стратегий. Случай дробимости объекта применения чистых стратегий. Меры частей объекта как аналоги компонент смешанных стратегий. Определение максимального гарантированного результата в задаче с неопределенными условиями выбора и физическими смесями стратегий методами решения матричных игр.

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Выбор решений в условиях неопределенности. Оценка состояний природы. Априорное распределение вероятностей для состояний природы и априорный риск. Модель испытаний с единичной выборкой и апостериорный риск. Стратегия статистика. Принцип Байеса. Байесовские стратегии и байесовский риск.

Проверка простой гипотезы относительно простой альтернативы. Статистические гипотезы, простые и сложные гипотезы и альтернативы. Испытуемые гипотезы, принятие и отвержение гипотез, выборочная точка и критическая область, ошибки первого и второго рода. Байесовский критерий как проверка по отношению правдоподобия. Вероятности ошибок первого и второго рода (значимость и мощность критерия). Байесовский риск как функция ошибок первого и второго рода. Случай неизвестного априорного распределения для состояний природы и минимаксные стратегии статистика.

### **4. Образовательные технологии**

Основной формой обучения является лекционно-семинарская. При самостоятельной работе и подготовке к экзамену студенты имеют доступ к авторскому дистанционному лекционному курсу «Исследование операций. Модели экономического поведения», размещенному на сайте Интернет-университета Информационных Технологий (Электр. ресурс. Режим доступа свободный, <http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>) и к УМК «Исследование операций», размещенному в системе электронного обучения ННГУ (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344>, требуется регистрация).

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

5.1. Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Исследование операций» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу «Исследование операций. Модели экономического поведения» (<http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>) и выполнения заданий из УМК «Исследование операций» ННГУ (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344>, требуется регистрация).

5.2. Самостоятельная работа под контролем преподавателя направлена на активизацию познавательной деятельности студента и установление «обратной связи» между студентом и преподавателем.

Тематика самостоятельной работы

Модель операции в нормальной форме и принципы выбора – теоретическая часть – разделы 1.1-1.4 [1]. Проверка ответов на вопросы по теме.

Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой– теоретическая часть – разделы 1.5, 2.1-2.3 [1], решение задач (типа 1,2). Проверка задания.

Смешанные стратегии– теоретическая часть – разделы 2.4 [1], решение задач (типа 3, 4). Проверка задания.

Кооперативный подход– теоретическая часть – глава 3 [1], решение задач (типа 5). Проверка задания.

Матричные игры и линейное программирование– теоретическая часть – разделы 2.5-2.6 [1], решение задач. Проверка задания.

Элементы теории статистических решений– теоретическая часть – глава 4 [1], решение задач (типа 6, 7, 8). Проверка задания.

Примеры задач для самостоятельных работ.

$$A = \begin{pmatrix} -15 & -4 & -17 & 15 & 9 \\ -9 & -5 & -7 & 4 & 11 \\ 13 & 14 & 13 & 17 & 18 \\ -15 & -3 & -10 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 1. Найти седловые точки в матрице

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq y, \\ y^2, & x < y, \end{cases}$$

в области

Задача 2. Имеет ли седловые точки функция  
 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ?

Задача 3. Уменьшить размерность и решить игру, описываемую матрицей

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A, B) = \begin{pmatrix} (2, 2) & (4, 2) \\ (2, 4) & (1, 2) \end{pmatrix}$$

Задача 4. Найти ситуации равновесия в биматричной 2x2 игре

$$(A, B) = \begin{pmatrix} (2, 0) & (4, 2) \\ (3, 3) & (4, 1) \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти арбитражное решение по Нэшу в биматричной игре

Задача 6. Выбор структуры посевов. Руководство сельскохозяйственного предприятия решает проблему выбора участков земли для посадки картофеля. Для хорошего урожая требуется определенное количество влаги. В среднем наибольшие урожаи получаются при решении о посадке картофеля на участке, характеризующемся большой влажностью почвы (решение  $a_2$ ) при засушливом лете (второе состояние природы), или при решении о посадке картофеля на сухом участке (решение  $a_1$ ) при дождливом лете (первое состояние природы). Потери сельскохозяйственного предприятия оцениваются матрицей

<i>лето</i>	\ участок	$a_1$	$a_2$
<i>дождливое</i>		0	1
<i>засушливое</i>		4	0

Какое решение является байесовским, если состояния природы равновозможные?

1	$a_\xi = a_1$ (сухой участок)
2	$a_\xi = a_2$ (влажный участок)
3	$\eta_\xi = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (применить смешанную стратегию)

Задача 7. Пусть при решении проблемы выбора участков земли для посадки используется дополнительная информация о состоянии природы в результате наблюдений за погодой весной, в период посадки. Результаты наблюдений на основе многолетней статистики определяют условные распределения (в зависимости от состояния природы)

	$z_1$ - большое количество осадков	$z_2$ - малое количество осадков
$p(z/1)$	0.6	0.4
$p(z/2)$	0.2	0.8

$$d_{\xi}(z) = \begin{cases} a_1, z = z_1 \\ a_2, z = z_2 \end{cases} \text{ при}$$

Чему равен риск  $\rho(\xi, d)$  от применения решающей функции при априорном распределении вероятностей  $\xi = (0.5, 0.5)$ ?

$\rho(\xi, d)$	0.6
$\rho(\xi, d)$	2
$\rho(\xi, d)$	0.5

Задача 8. Отношения правдоподобия  $p(z/2)/p(z/1)$  для результатов наблюдений за погодой весной (из задачи 7) описываются таблицей

	$z_1$ - большое количество осадков	$z_2$ - малое количество осадков
$\frac{p(z/2)}{p(z/1)}$	$\frac{1}{3}$	2

Каков вид байесовской решающей функции при априорном распределении вероятностей  $\xi = (0.5, 0.5)$ ?

1	$d_{\xi}(z) = \begin{cases} a_1, z = z_1 \\ a_2, z = z_2 \end{cases}$
2	$d_{\xi}(z) = a_1$
3	$d_{\xi}(z) = a_2$

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Оценка уровня формирования компетенции ОПК-1

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
З(ОПК1) знать базовые модели и принципы рационального выбора в условиях конфликта и неопределенности, включая основные	Отсутствие знания материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков,	Плохой уровень формирования компетенции. «Плохо»

<p>математические утверждения об их свойствах</p> <p>У(ОПК1) уметь применять теоретические знания для решения типовых задач выбора и владеть техникой доказательства математических утверждений</p> <p>В(ОПК1) владеть различными методами и способами отыскания решений стандартных задач выбора</p>	предусмотренных компетенций.	
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.  «неудовлетворительно»
	<b>Знание</b> некоторых основных моделей и принципов рационального выбора. <b>Умение</b> решать типовые задачи с погрешностями. <b>Владение</b> некоторыми основными навыками, применяемыми в стандартных ситуациях.	Удовлетворительный уровень формирования компетенции.  «Удовлетворительно»
	<b>Знание</b> большей части основных моделей и принципов рационального выбора. <b>Умение</b> решать типовые задачи с незначительными погрешностями. <b>Владение</b> основными навыками, применяемыми в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции.  «Хорошо»
	<b>Знание</b> основных моделей и принципов рационального выбора.. <b>Умение</b> решать типовые задачи. <b>Владение</b> основными навыками, применяемыми в стандартных ситуациях	Очень хороший уровень формирования компетенции  «Очень хорошо»
	<b>Знание</b> всех моделей и принципов рационального выбора. <b>Умение</b> решать типовые задачи. <b>Владение</b> основными навыками, применяемыми в стандартных ситуациях	Отличный уровень формирования компетенции  «Отлично»
	<b>Знание</b> всех моделей и принципов рационального выбора. <b>Умение</b> решать типовые и нестандартные задачи. <b>Свободное владение</b> всеми навыками, применяемыми в стандартных ситуациях	Превосходный уровень формирования компетенции  «Превосходно»

### Оценка уровня формирования компетенции ПК-2

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
З(ПК2) знать модели операций в	Отсутствие знания материала,	Плохой уровень

<p>нормальной и позиционной формах, принцип максимина, принцип Байеса, равновесие по Нэшу, оптимальность по Парето. Понимать математическое единство моделей выбора решения, имеющих различную содержательную интерпретацию (например, задач планирования типа линейных программ и задач выбора при противоположных интересах типа матричных игр и др.)</p> <p>У(ПК2) уметь преобразовывать модели (например, редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме), и применять соответствующий задаче принцип выбора</p> <p>В(ПК2) владеть аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий</p>	<p>отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.</p>	<p>формирования компетенции.</p> <p>«Плохо»</p>
	<p>Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией</p>	<p>Неудовлетворительный уровень формирования компетенции.</p> <p>«Неудовлетворительно»</p>
	<p><b>Знание</b> моделей операций в нормальной форме, принципа максимина, равновесия по Нэшу, оптимальности по Парето. <b>Умение</b> решать типовые задачи с погрешностями. <b>Владение</b> аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия в стандартных ситуациях для решения простейших задач.</p>	<p>Удовлетворительный уровень формирования компетенции.</p> <p>«Удовлетворительно»</p>
	<p><b>Знание</b> моделей операций в нормальной и позиционной формах, принципа максимина, принципа Байеса, равновесия по Нэшу, оптимальности по Парето. <b>Умение</b> редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме с незначительными погрешностями. <b>Владение</b> аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий для решения стандартных задач.</p>	<p>Хороший уровень формирования компетенции.</p> <p>«Хорошо»</p>
	<p><b>Знание</b> моделей операций в нормальной и позиционной формах, принципа максимина, принципа Байеса, равновесия по Нэшу, оптимальности по Парето. <b>Умение</b> редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме. <b>Владение</b> аналитическими и графическими методами отыскания седловых точек, ситуаций равновесия, арбитражных решений, байесовских стратегий для решения стандартных задач</p>	<p>Очень хороший уровень формирования компетенции</p> <p>«Очень хорошо»</p>
<p><b>Знание</b> моделей операций в</p>	<p>Отличный уровень</p>	

	<p>нормальной и позиционной формах, принципа максимина, принципа Байеса, равновесия по Нэшу, оптимальности по Парето. Понимание математического единства моделей выбора решения, имеющих различную содержательную интерпретацию (например, задач планирования типа линейных программ и задач выбора при противоположных интересах типа матричных игр и др.)</p> <p>. <b>Умение</b> преобразовывать модели (например, редуцировать игры, приводить позиционную модель к нормальной форме), и применять соответствующий задаче принцип выбора</p> <p>. <b>Владение</b> основными навыками, применяемыми в стандартных и нестандартных ситуациях</p>	<p>формирования компетенции</p> <p>«Отлично»</p>
	<p><b>Знание</b> всех моделей и принципов рационального выбора. <b>Умение</b> решать типовые и нестандартные задачи. <b>Свободное владение</b> всеми навыками, применяемыми в стандартных ситуациях</p>	<p>Превосходный уровень</p> <p>формирования компетенции</p> <p>«Превосходно»</p>

### Карта компетенций для оценивания умений и навыков

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Умения У(ОПК1), У(ПК2)	отсутствует способность решения стандартных задач	наличие грубых ошибок при решении стандартных задач	способность решения основных стандартных задач с негрубыми ошибками	способность решения стандартных задач с незначительными погрешностями	способность решения стандартных задач без ошибок и погрешностей	Способность решения всех стандартных и некоторых нестандартных задач	способность решения стандартных и широкого круга нестандартных задач
Навыки В(ОПК1),	полное отсутствие	отсутствии ряда важнейших	наличие минимального	наличие большинства основных	наличие основных навыков,	наличие всех навыков,	Наличие всех навыков,

В(ПК2)	навыков, предусмотренных компетенцией	х навыков, предусмотренных данной компетенцией	необходимо го множества навыков	навыков, продемонстрированное в стандартных ситуациях	продемонстрированных в стандартных ситуациях	продемонстрированное в стандартных ситуациях	продемонстрированное в стандартных и нестандартных ситуациях
--------	---------------------------------------	--	---------------------------------	---	--	--	--

### 6.2. Описание шкал оценивания

Для оценивания результатов учебной деятельности студентов при изучении дисциплины «Исследование операций» используется балльная система оценки учебной работы студентов.

«Превосходно» - свободное владение основным и дополнительным материалом без ошибок и погрешностей, способность решения нестандартных задач, освоение компетенций (частей компетенций), относящихся к данной дисциплине, осуществлено комплексно, выше обязательных требований. Сформирована устойчивая система компетенций, проявляется связь с освоением других компетенций;

«Отлично» – владение основным материалом без ошибок и погрешностей, все компетенции (части компетенций), относящиеся к данной дисциплине, освоены полностью на высоком уровне, сформирована устойчивая система компетенций;

«Очень хорошо» – достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями, способность решения стандартных задач, все компетенции (части компетенций), относящиеся к данной дисциплине, освоены полностью;

«Хорошо» – владение основным материалом с рядом заметных погрешностей, компетенции (части компетенций), относящиеся к данной дисциплине в целом освоены;

«Удовлетворительно» – владение минимальным материалом, необходимым по данному предмету, с рядом ошибок, способность решения основных задач, уровень сформированности компетенций (частей компетенций), относящихся к данной дисциплине – минимально необходимый для достижения основных целей обучения;

«Неудовлетворительно» – владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка, уровень сформированности компетенций (частей компетенций), относящихся к данной дисциплине – недостаточный для достижения основных целей обучения;

«Плохо» – отсутствие владения материалом, соответствующие компетенции не освоены.

### 6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются ответы на экзаменационные вопросы (собеседование).

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используется решение задач, представляющих собой закрытые и открытые тесты.

Процедура контроля результатов освоения курса предусматривает экзамен.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются задачи, представляющие собой закрытые и открытые тесты.

#### ***Критерий оценивания результатов тестирования***

<b><i>Баллы, %</i></b>	<b><i>Оценка</i></b>
------------------------	----------------------

90-100	Превосходно
81-90	Отлично
71-80	Очень хорошо
61-70	Хорошо
41-60	Удовлетворительно
11-40	Неудовлетворительно
0-10	Плохо

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений предусмотрены контрольные работы.

**Критерии оценок выполнения контрольной работы**  
(каждая задача оценивается в 2 балла)

Решена полностью	2
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	1,5
Решена задача наполовину	1
Сделан первый этап в решении задачи	0,5
Нет решения	0

**Суммарная оценка выполнения контрольной работы**

Количество баллов	Оценка
6	Превосходно
5.5	Отлично
4-4.5	Очень хорошо
3-3.5	Хорошо
2-2.5	Удовлетворительно
0.5-1.5	Неудовлетворительно
0	Плохо

Процедура контроля результатов освоения курса предусматривает экзамен.

*Критерии*

Описаны в п. 6.2

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Пример теста (для оценивания формирования ОПК-1, ПК-2)**

Вариант 1

1. Две противоборствующие стороны пытаются овладеть двумя позициями. Для этого первая сторона располагает тремя подразделениями, вторая – четырьмя подразделениями (например, полками). Каждый из противников может выделить для захвата любой из позиций целое число подразделений (в том числе и нулевое), полностью расходуя ресурсы. Позиция считается занятой той стороной, которая выделила для ее захвата большее число подразделений. Какой вид имеет критерий эффективности первой стороны, если ее цель состоит в захвате максимального числа позиций?

$$\begin{array}{l}
 \text{a.} \\
 \begin{array}{l}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 0 & 0
 \end{array} \right) (+)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b.} \\
 \begin{array}{l}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\
 1 & 2 & 3 & 3 & 2 \\
 0 & 1 & 2 & 3 & 3
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c.} \\
 \begin{array}{l}
 (3,0) \\
 (2,1) \\
 (1,2) \\
 (0,3)
 \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 (4,0) & (3,1) & (2,2) & (1,3) & (0,4) \\
 -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & -1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

2. Пара стратегий  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  называется оптимальной по Парето в игре  $\langle X_1, X_2, M_1(x_1, x_2), M_2(x_1, x_2) \rangle$ , если

- из решения неравенств  $M_1(x_1, x_2) \geq M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ ,  $M_2(x_1, x_2) \geq M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  следует  $x_1 = \bar{x}_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2$  (+)
- $M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} M_1(x_1, x_2)$ ,  $M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} M_2(x_1, x_2)$
- $M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \max_{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2} (M_1(x_1, x_2) + M_2(x_1, x_2))$
- $(\forall x_1, x_2) M_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \geq M_1(x_1, x_2)$ ,  $M_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \geq M_2(x_1, x_2)$

3. Пусть в игре двух лиц  $\langle X_1, X_2, M_1(x_1, x_2), M_2(x_1, x_2) \rangle$  множества стратегий конечны  $X_1 = X_2 = \{1, 2\}$ , а критерии заданы в виде  $(M_1, M_2) = \begin{pmatrix} (1, 2) & (-1, 0) \\ (0, -1) & (2, 1) \end{pmatrix}$ . Какое из утверждений справедливо?

- Множество ситуаций равновесия по Нэшу пусто
- Множество ситуаций равновесия по Нэшу состоит из пар стратегий (1,1) и (2,2) (+)
- В игре имеется единственная ситуация равновесия по Нэшу (1,1)
- В игре имеется единственная ситуация равновесия по Нэшу (2,2)

4. Укажите фигуру, соответствующую следующей игре:

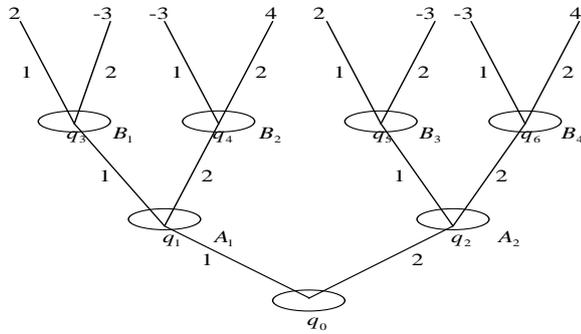
Ход 1. Случайно выбирается число  $u$  из множества  $\{1, 2\}$ .

Ход 2. Первый игрок, зная значение  $u$ , выбирает число  $x \in \{1, 2\}$ .

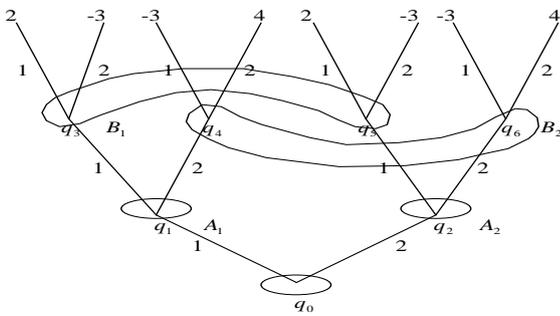
Ход 3. Второй игрок, не зная значения  $u$  и зная значение  $x$ , выбирает  $y \in \{1, 2\}$ .

После трех ходов первый игрок выигрывает у второго величину  $x+y$ , если сумма  $x+y$  четна, и проигрывает ее в противном случае.

a.

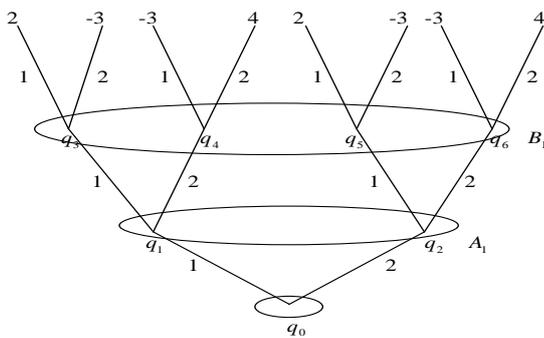


b.

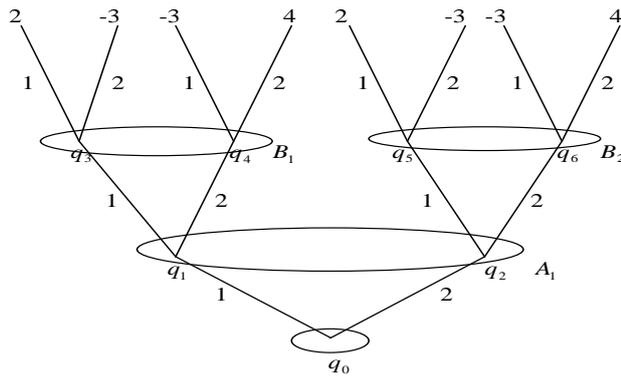


(+)

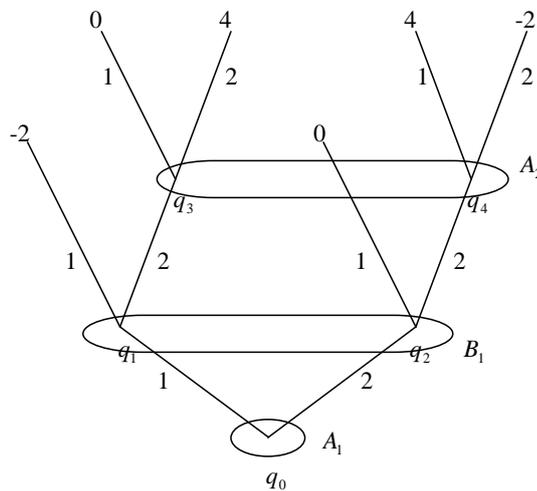
c.



d.



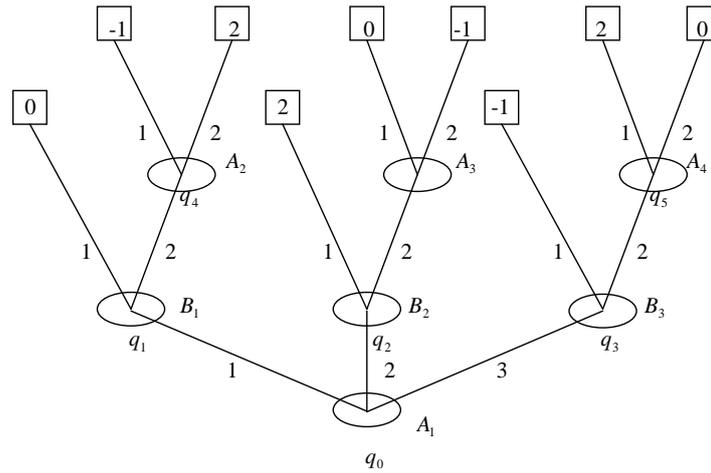
5. Указать размеры матрицы игры, являющейся нормальной формой антагонистической игры в позиционной форме, заданной деревом



Предполагается, что первым ходит первый игрок.

- a.  $3 \times 2$
- b.  $4 \times 2$  (+)
- c.  $4 \times 4$
- d.  $8 \times 2$
- e.  $8 \times 4$

6. Антагонистическая игра с полной информацией задана деревом



Предполагая, что первым ходит первый игрок, указать стратегии, образующие седловую точку ядра антагонистической игры.

- a.  $s=(1, 2, 1, 1) \quad g=(1, 2, 1) \quad (+)$
- b.  $s=(2, 2, 1, 2) \quad g=(1, 2, 1)$
- c.  $s=(2, 1, 2, 2) \quad g=(1, 1, 1)$
- d.  $s=(2, 2, 1) \quad g=(2, 2, 1)$

7. Какие пары стратегий являются седловыми точками матричной игры

$$A = \begin{pmatrix} -11 & -11 & -15 & 13 & -6 \\ -10 & -13 & -8 & 0 & -5 \\ 14 & 5 & -6 & 5 & 12 \\ -4 & 18 & -11 & 9 & -9 \end{pmatrix} ?$$

- a. (1,5)
- b. (1,2)
- c. (3,3) (+)
- d. (4,3)

8. Установить, какие точки являются седловыми для функции области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

$$M(x, y) = \begin{cases} 1, & x > y, \\ 0, & x = y, \\ -1, & x < y \end{cases} \quad \text{в}$$

- a. Седловых точек нет
- b.  $(x^*, y^*) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- c.  $(x^*, y^*) = (1, 1) \quad (+)$

d.  $(x^*, y^*) = (0, 0)$

9. Цена игры с матрицей  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  равна единице. Указать, какие из векторов являются оптимальными по гарантированному результату смешанными стратегиями для первого игрока:

- a.  $(1, 0)$
- b.  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
- c.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (+)
- d.  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

10. Какие из наборов смешанных стратегий являются ситуациями равновесия в биматричной игре  $(A, B) = \begin{pmatrix} (1, -1) & (-2, 1) \\ (-1, 1) & (1, -2) \end{pmatrix}$ ?

- a.  $x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), y^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- b.  $x^* = (\frac{3}{5}, \frac{2}{5}), y^* = (\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$  (+)
- c.  $x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), y^* = (\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$

**Типовые примеры заданий для контрольных работ (для оценивания формирования ОПК-1, ПК-2)**

Вариант 1

$$M(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq y, \\ y^2, & x < y, \end{cases} \quad \text{в}$$

1. Установить, какие точки являются седловыми для функции области  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

	Седловых точек нет		$(x^*, y^*) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$		$(x^*, y^*) = (1, 0)$		$(x^*, y^*) = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
--	--------------------	--	---	--	-----------------------	--	---

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 \end{pmatrix}$$

2. Цена игры с матрицей  $\begin{pmatrix} 0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.8 \end{pmatrix}$  равна 0.4. Является ли стратегия второго игрока  $(1/2, 0, 0, 1/2)$  оптимальной по гарантированному результату?

3. Два производителя одного и того же товара могут производить его в объемах  $0 \leq x_i \leq 0.5, i=1,2$ . Затраты на выпуск единицы продукции составляют  $c_i(x_i) = C_i x_i, C_i > 0$ . Товар подается на рынке по цене  $p(x) = 1 - x$ , где  $x = x_1 + x_2$  - совокупное предложение товара. Прибыль  $i$ -го производителя от выпуска товара в объеме  $x_i$  описывается функцией  $M_i(x_1, x_2) = x_i * p(x) - c_i(x_i)$ . Указать, какие объемы выпуска являются устойчивыми (образуют ситуацию равновесия по Нэшу) при  $C_1 = 0.25, C_2 = 0.25$ .

$x_1^0 = 1/10, x_2^0 = 1/10$	$x_1^0 = 1/5, x_2^0 = 1/5$	$x_1^0 = 1/4, x_2^0 = 1/4$	$x_1^0 = 3/10, x_2^0 = 3/10$
------------------------------	----------------------------	----------------------------	------------------------------

### Экзаменационные вопросы (для оценивания формирования ОПК-1, ПК-2)

#### Модель операции в нормальной форме и принципы выбора

Построение функции полезности, представляющей отношение нестрогого предпочтения, на конечном множестве исходов.

Модель операции в нормальной форме. Классификация моделей операций.

Оценка решений по гарантированному результату. Пример «Подготовка к участию в тендере».

Устойчивость и эффективность решений. Совместимость устойчивости и эффективности. Связь устойчивости с седловыми точками.

Устойчивые и эффективные решения в дуополии Курно.

Игра с фиксированной последовательностью шагов. Равновесие по Штакельбергу.

Рынок одного товара. Баланс спроса и предложения. Роль посредников в стабилизации баланса.

Верхняя и нижняя цена антагонистической игры. Связь между ними.

Теорема об условиях совпадения верхней и нижней цены игры.

Борьба за рынок сбыта скоропортящейся продукции как шумная дуэль. Оптимальные стратегии участников.

#### Принцип максимина в конечных играх двух лиц с нулевой суммой

Позиционная форма игры и переход к нормальной форме.

Устойчивые решения в играх с полной информацией.

#### Смешанные стратегии

Смешанное расширение матричной игры. Упрощение условий устойчивости (сужение множества проверяемых неравенств).

Смешанное расширение биматричной игры. Упрощение условий устойчивости (сужение множества проверяемых неравенств).

Решение матричных  $2 \times 2$  игр.

Решение биматричных  $2 \times 2$  игр.

Графический метод решения матричных  $2 \times N$  игр.

### **Кооперативный подход**

Кооперативный подход к биматричным играм. Сделки без побочных платежей и с побочными платежами. Модель совместных действий.

Кооперативный подход к биматричным играм. Аксиомы справедливого дележа.

Предложение 1 теоремы о свойствах арбитражного решения: единственность решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.

Предложение 2 теоремы о свойствах арбитражного решения: существование опорной гиперплоскости, проходящей через точку арбитражного решения.

Выполнение аксиом справедливого дележа для решения оптимизационной задачи, определяющей арбитражное решение.

Единственность арбитражного решения (дележа, удовлетворяющего аксиомам Нэша).

Арбитражное решение с угрозами сделки без побочных платежей. Оптимальные стратегии угроз.

### **Матричные игры и линейное программирование**

Решение двойственных задач линейного программирования как седловая точка игры «производитель-поставщик».

Сведение задачи решения антагонистической игры к решению задачи линейного программирования.

Разрешимость задачи линейного программирования, соответствующей матричной игре (существование решения матричной игры).

### **Элементы теории статистических решений**

Выбор решений в условиях неопределенности. Статистическая игра с единичным испытанием.

Принцип Байеса. Система неравенств, определяющая байесовскую решающую функцию через апостериорное распределение вероятностей.

Байесовская решающая функция в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы.

Ошибки I и II рода в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы. Байесовский риск как функция вероятностей ошибок.

Функция байесовского риска в задаче проверки простой гипотезы относительно простой альтернативы и ее свойства.

Минимаксная стратегия для задач с неизвестным априорным распределением. Наименее выгодное распределение вероятностей на состояниях природы.

Задание байесовских стратегий разбиением пространства распределений вероятностей для состояний природы.

Выбор простой гипотезы из конечного множества гипотез.

Байесовская решающая функция в задаче с двумя состояниями природы и тремя решениями статистика.

### **Пример задачи, выносимой на экзамен по дисциплине «Исследование операций» (для оценки компетенции ОПК-1, ПК-2). Задача выбирается случайным образом.**

Задача 2. Имеет ли седловые точки функция  $M(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq y, \\ y^2, & x < y, \end{cases}$  в области  $0 \leq x \leq 1,$

$0 \leq y \leq 1$ ?

Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и задачу.

Пример экзаменационного билета

**Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского**

**Кафедра** Мат. обеспечения и суперкомпьютерных технологий

**Дисциплина** Исследование операций

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

- 1) Модель операции в нормальной форме. Классификация моделей операций.
- 2) Решение биматричных 2x2 игр.
- 3) Задача

**Зав. кафедрой** \_\_\_\_\_.

**Экзаменатор** \_\_\_\_\_.

6.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014. [http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi\\_stroki\\_kontrolya\\_13.02.2014.pdf](http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf)

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Стронгин Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения: Учебник. - Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2002. - 244с. (100 экз.)

б) дополнительная литература

2. Неймарк Ю.И., Коган Н.Я., Савельев В.П. «Динамические модели теории управления». М.: Наука, 1985.- 400 с. (144 экз.)

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Стронгин Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения. Электр. ресурс. Режим доступа свободный, <http://www.intuit.ru/studies/courses/1056/161/info>.

2. УМК «Исследование операций» система электронного обучения ННГУ (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=344>).

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Наличие рекомендованной литературы. Авторский учебник по дисциплине имеется в фундаментальной библиотеке ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 01.03.02  
«Прикладная математика и информатика»

Автор (ы) д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ Р.Г.Стронгин

к.ф.-м.н., доц. \_\_\_\_\_ А.В. Баркалов

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой МОСТ \_\_\_\_\_ Р.Г. Стронгин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики  
от 24.02.2021 года, протокол № 5.