МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**
**образовательное учреждение высшего образования**
**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**
**им. Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«16» июня 2021 г. № 8

.

# Рабочая программа дисциплины

**Численные методы**
*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования
**бакалавриат**
*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность
**01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**
*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы
**Математическое моделирование и вычислительная математика**
*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения
**очная**
*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2021 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части.
Код дисциплины: Б1.О.15 (Численные методы).

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|---|---|---|
| 2 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.15 «Численные методы» относится к части ООП направления подготовки *01.03.02 «Прикладная математика и информатика»*. |

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
|---|---|---|---|
| | **Индикатор достижения компетенции*** (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения по дисциплине** | |
| ***ОПК-1**:*<br>*Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности* | ***ОПК-1.1.** Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук* | ***Знает** постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации, устойчивости, сходимости:*<br>*– основы теории погрешности и теории приближения функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения);*<br>*– методы численного дифференцирования и интегрирования;*<br>*– методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем;*<br>*– методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;*<br>*– методы численного решения стационарных и нестационарных задач математической физики, включая нелинейные задачи.*<br>***Знает** постановки модельных задач дисциплины «Численные методы», их прикладное значение, этапы построения численной модели и проведения численного эксперимента* | *Собеседование*<br>*практическое задание*<br>*контрольные работы* |
| | ***ОПК-1.2.** Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе* | *На примере модельных задач дисциплины «Численные методы» **умеет** проводить эксперимент по проверке корректной реализации алгоритмов, обосновать аппроксимацию, устойчивость, сходимость, исследовать эффективность численного метода: умеет формулировать постановки модельных задач; исследовать корректность численной модели; эффективность и сходимость метода,* | *Собеседование*<br>*практическое задание* |

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|---|
| | **Индикатор достижения компетенции*** (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения по дисциплине** | |
| | *теоретических знаний* | *анализировать (оценивать) погрешность; умеет ставить цели численного исследования, разрабатывать программную реализацию; проводить вычислительный эксперимент* | |
| | ***ОПК-1.3.*** *Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности.* | ***Владеет*** *навыками алгоритмизации и реализации численных методов решения задач на ЭВМ, средствами визуализации результатов расчетов и методами анализа результатов*<br>***Владеет*** *навыками разработки и применения программных систем, поддерживающих спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов*<br>***Владеет*** *навыками численного решения математических задач, требующих комплексного подхода при подборе численных методов и проведении вычислительного эксперимента* | *Собеседование*<br>*практическое задание*<br>*проект* |

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

| | **Очная форма обучения** | | |
|---|---|---|---|
| | **Семестр 5** | **Семестр 6** | **Всего** |
| **Общая трудоемкость** | **4 ЗЕТ** | **5 ЗЕТ** | **8 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **144** | **180** | **288** |
| **в том числе** | | | |
| **аудиторные занятия (контактная работа):**<br>**- занятия лекционного типа**<br>**- занятия семинарского типа**<br>**- занятия лабораторного типа**<br>**- текущий контроль (КСР)** | **81**<br>**48**<br>**16**<br>**16**<br>**1** | **83**<br>**48**<br>**16**<br>**16**<br>**3** | **164**<br>**96**<br>**32**<br>**32**<br>**4** |
| **самостоятельная работа** | **63** | **25** | **88** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен, зачет** | **Зачет** | **Зачет, экзамен** | |

### 3.2. Содержание дисциплины

| **Наименование и краткое содержание разделов и** | **Всего** | **В том числе** |
|---|---|---|

| тем дисциплины | (часы) | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| **Семестр 5** | | | | | | |
| Введение в предмет<br>Тема 1. Метод прогонки. Вычислительная устойчивость методов | 9 | 2 | 1 | 1 | 4 | 5 |
| Тема 2. Основы теории интерполяции<br>Сплайн-интерполяция<br>Интерполяция полиномами | 11 | 2 | 2 | 2 | 6 | 5 |
| Тема 3. Численное дифференцирование | 11 | 4 | 1 | 1 | 6 | 5 |
| Тема 4. Методы решения краевых задач: интегрально-интерполяционный метод | 11 | 4 | 2 | | 6 | 5 |
| Тема 5. Теория разностных схем. Пример анализа сходимости. | 11 | 4 | 2 | | 6 | 5 |
| Тема 6. Консервативные разностные схемы | 11 | 4 | | 2 | 6 | 5 |
| Тема 7. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Выбор и реализация численного решения<br>Постановка задачи, выбор схемы<br>Введение в итерационные методы линейной алгебры<br>Решение модельной задачи | 15 | 4 | 2 | 4 | 10 | 5 |
| Тема 8. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Анализ сходимости схемы и общей погрешности | 9 | 4 | 2 | | 6 | 3 |
| Тема 9. Численное решение нестационарного уравнения теплопроводности | 7 | 2 | 2 | | 4 | 3 |
| Тема 10. Решение СЛАУ большой размерности: инструменты анализа сходимости | 11 | 4 | 2 | | 6 | 5 |

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| Тема 11. Решение СЛАУ большой размерности: метод простой итерации, метод минимальных невязок | 11 | 4 | | 2 | 6 | 5 |
| Тема 12. Обоснование применения методов (примеры) | 4 | 2 | | | 2 | 2 |
| Тема 13. Оптимизация сходимости: метод с чебышевским k-набором параметров | 11 | 4 | | 2 | 6 | 5 |
| Тема 14. Оптимизация сходимости: метод сопряженных градиентов | 11 | 4 | | 2 | 6 | 5 |
| Текущий контроль (КСР) | 1 | | | | **1** | |
| Итого (5 семестр) | **144** | **48** | **16** | **16** | **81** | **63** |
| **Промежуточная аттестация - зачет** | | | | | | |
| **Семестр 6** | | | | | | |
| Тема 15. Анализ сходимости разностных схем, метод разделения переменных | 13 | 8 | 2 | | 10 | 3 |
| Тема 16. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем | 22 | 12 | 2 | 4 | 18 | 4 |
| Тема 17. Методы обработки данных и приближения функций<br>Метод наименьших квадратов<br>Приближения в гильбертовых пространствах<br>Наилучшие равномерные приближения, экономиизация степенных рядов | 18 | 10 | 2 | 2 | 14 | 4 |
| Тема 18. Вариационно-проекционные методы решения краевых задач | 21 | 12 | 6 | | 18 | 3 |
| Тема 19. Численное интегрирование | 15 | 6 | 4 | 2 | 12 | 3 |
| Анализ реализации итерационного метода на примере схемы задачи Дирихле для уравнения | 8 | | | 4 | 4 | 4 |

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| Пуассона (проект) | | | | | | |
| Решение нелинейных уравнений и систем. Решение нестационарных уравнений в частных производных (проект) | 8 | | | 4 | 4 | 4 |
| Текущий контроль (КСР) | **3** | | | | **3** | |
| Итого (6 семестр) | **144** | **48** | **16** | **16** | **83** | **25** |
| **Промежуточная аттестация – зачет, экзамен** | | | | | | |
| Итого | **288** | **96** | **32** | **32** | **164** | **88** |

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского и лабораторного типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

## 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Численные методы» включает:

- ❖ Выполнение домашних практических заданий (Практикум)
- ❖ Выполнение лабораторных работ (Лабораторный практикум)
- ❖ Выполнение исследовательских проектов (задания проектов представлены в разделах Практикума и Лабораторного практикума)
- ❖ Аудиторные контрольные работы
- ❖ Подготовку к собеседованию, зачету, экзамену

а также подготовку отчетов и презентаций для обсуждения результатов Практикума и Лабораторного практикума.

Содержание и порядок выполнения заданий, а также варианты заданий приведены в [4], [5].

**В составе Практикума**

**Семестр 5**

Практикум 1. Сплайн-интерполяция. Метод прогонки

Практикум 2. Интерполяция полиномами

Практикум 3. Решение нестационарного уравнения теплопроводности

Практикум 4. Численное дифференцирование

Практикум 5. Построение и анализ консервативных разностных схем (включая проект)

Практикум 6. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона

Практикум 7. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона (продолжение). Решение задач линейной алгебры

Практикум 8. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Анализ сходимости и погрешности (включая проект)

Практикум 9. Решение задач линейной алгебры (применение методов)

**Семестр 6**

Практикум 1. Нестационарное уравнение теплопроводности. Анализ сходимости и погрешности

Практикум 2. Численное решение задачи Коши для ОДУ

Практикум 3. Численное решение задачи Коши для ОДУ (приложения, включая проект)

Практикум 4. Методы обработки данных и приближения функций

Практикум 5. Вариационно-проекционные методы решения краевых задач

Практикум 6. Численное интегрирование

**В составе Лабораторного практикума**

**Семестр 5**

Лабораторный практикум 1. Сплайн-интерполяция (построение интерполирующего кубического сплайна)

Лабораторный практикум 2. Численное дифференцирование функций

Лабораторный практикум 3. Решение краевых задач для ОДУ

Лабораторный практикум 4. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона (метод верхней релаксации)

Лабораторный практикум 5. Оптимизация сходимости методов решения разностных схем

Лабораторный практикум 6. Решение проблемы собственных значений (с использованием математических пакетов)

**Семестр 6**

Лабораторный практикум 1. Анализ реализации итерационного метода на примере схемы задачи Дирихле для уравнения Пуассона (включая проект)

Лабораторный практикум 2. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем

Лабораторный практикум 3. Решение нелинейных уравнений и систем. Решение нестационарных уравнений в частных производных (включая проект)

Лабораторный практикум 4. Методы обработки данных и приближения функций

Лабораторный практикум 5. Численное интегрирование (изучение свойств методов)

Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу [4], [5] (https://e-learning.unn.ru/course/ enrol/index.php?id=827, требуется регистрация).

Кроме рекомендованной в п. 6 литературы могут быть использованы источники:

1. Дробышевич В.И., Дымников В.П., Ривин Г.С. Задачи по вычислительной математике. М.: Наука, 1980. (21 экз).

2. Начало работы с основами MATLAB и Simulink. 1994-2018, MathWorks, Inc URL: https://www.mathworks.com/support/learn-with-matlab-tutorials.html?s_tid=hp_learn_tutorials

Контрольные вопросы и типовые задания для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**Методические указания к выполнению самостоятельной работы**

***Цели и задачи курса***

***Цели и задачи*** курса тесно связаны с тенденциями, проявляющими себя последние годы все более и более значимо. *Вычислительная техника нового поколения открывает новые возможности изучения сложных реальных объектов методами вычислительного эксперимента.* Такой эксперимент предполагает дискретизацию исходной (как правило, дифференциальной) задачи и требует специальной проработки численного алгоритма (корректность, устойчивость, точность, сходимость). Возрастает роль подготовки специалистов в области численных методов и программирования.

Цель дисциплины «Численные методы» – изучение фундаментальных принципов построения численных алгоритмов, подходов к анализу их свойств, подготовка студентов к разработке и применению эффективных вычислительных комплексов, необходимых для математического моделирования сложных систем.

Курс содержит изучение основ машинной арифметики, анализ структуры погрешности, подходы и методы приближенного вычисления функций, численное дифференцирование и интегрирование, численное решение систем линейных алгебраических уравнений, задач на собственные значения, решение нелинейных алгебраических уравнений и систем.

Особое внимание уделяется методам численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), решению уравнений в частных производных, а также структуре соответствующих вычислительных комплексов.

При изучении модельных задач курса рассматриваются проблемы решения некорректно поставленных задач, задач большой размерности, необходимость комбинирования качественных и количественных методов исследования, перспективы параллельных алгоритмов.

Преподавание курса ориентировано на достижение следующих целей обучения:

– формирование научного мышления, понимания областей и перспектив применения численных методов;

– овладение методами численного анализа и вычислительного эксперимента;

– выработка навыков решения задач с использованием методов математического моделирования;

– формирования алгоритмического подхода к решению прикладных задач;

– освоение методов обработки экспериментальных данных;

– закрепление практических навыков работы с ЭВМ; навыков работы с современным программным обеспечением; навыков разработки и применения программных систем и комплексов.

***Структура курса***

Курс «Численные методы» в институте ИТММ ННГУ подготовлен и реализован в соответствии с требованиями типовой программы по направлению «Прикладная математика и информатика», разработанной под руководством академика РАН А.А. Самарского[1].

Курс имеет «уровневую» структуру. С одной стороны, в нем последовательно представлены все основные разделы численного анализа. С другой стороны, сложные приложения требуют

[1] Программы дисциплин по направлению «Прикладная математика и информатика». Учебно-методическое объединение Университетов. Учебно-методический совет по прикладной математике и информатике. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2002. С. 59-62.

одновременного использования разных методов. Поэтому основой курса является системное изучение *модельных задач*, описывающих свойства реальных объектов различной природы.

График изучения разделов курса таков, чтобы изучая темы численного анализа студенты могли в течение каждого семестра самостоятельно подготовить программную реализацию методов решения модельных задач.

При подготовке к зачету (экзамену) материал курса систематизируется как по классам задач, так и по классам методов.

***Лабораторный практикум***

В соответствии с ФГОС ВО по направлению «Прикладная математика и информатика» в рамках курса ставится задача развития компетенций разработки и применения программных средств разного уровня сложности, необходимых для решения разных задач численного исследования. В их числе:

- ❖ программы для пробных расчетов, проверки возможностей методов;
- ❖ программные системы, поддерживающих широкий спектр экспериментальных возможностей для изучения свойств метода и свойств моделируемых объектов.

Основные требования к программам:

- ✓ программа должна быть написана студентом на алгоритмическом языке высокого уровня;
- ✓ код, реализующий численный метод, должен быть подготовлен студентом самостоятельно;
- ✓ программа и способ работы с ней должны быть пригодны не только для выполнения конкретного расчета, но и для проверки корректной реализации метода; а также для численного изучения свойств исходного (моделируемого) объекта.

Часть заданий лабораторного практикума выполняются на программах-тренажерах.

***Практикум к занятиям семинарского типа***

Практикум содержит разные типы задач. Если поручено **подготовить программу**, основное требование: код численного метода должен быть подготовлен студентом самостоятельно.

Требования к оформлению заданий:

- ❖ Постановки задач, формулы и выкладки, комментарии и выводы: рукописная форма обязательна.
- ❖ Результаты вычислительных экспериментов в формате презентации со скриншотами интерфейсов (протоколов) и сводными таблицами.

Для вычислений, **вспомогательных** по отношению к изучаемому методу, можно использовать **математический пакет**.

***Пример модельной задачи***

Одной из основных модельных задач курс является задача Дирихле для уравнения Пуассона (задача о прогибе нагруженной мембраны). Это полностью соответствует той значительной методической роли, которая отводится разбору различных методов решения этой задачи в учебной литературе (см., например, [Самарский А.А., Гулин А.В., 2000], [Марчук Г.И., 1980], [Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З., 1967] и др.).

Специфика численного решения такова: в ходе дискретизации задача сводится к решению системы линейных уравнений с разреженной матрицей, причем для отыскания решения целесообразно применять *итерационные методы линейной алгебры*.

Погрешность включает нескольких компонент: кроме вычислительной погрешности, имеются погрешность дискретизации и погрешность итерационного способа решения дискретной задачи. При

выборе сеток, гарантирующих небольшую погрешность дискретизации, погрешность метода может возрастать, так как растут размерность системы, обусловленность и падает скорость сходимости итерационного метода.

В рамках Лабораторного практикума используется программный комплекс (тренажер) для анализа постановок задачи и методов численного решения. Целью лабораторных работ является подбор сеток и параметров итерационного метода, при которых исходная модельная задача будет решена с малой общей погрешностью.

Задание сначала выполняется на программе-тренажере, затем студент должен воспроизвести результаты эксперимента с помощью программы, подготовленной самостоятельно.

***Самостоятельная исследовательская работа студентов (проект)***

В составе Практикума и Лабораторного практикума предусмотрены исследовательские проекты (см., например, п. 20-21 Содержания дисциплины). Проекты предполагают либо теоретическое исследование, либо направлены на построение вычислительного эксперимента и (или) программную реализацию метода.

Проекты как форма самостоятельной работы студента служат для оценки формирования компетенции ОПК-1, индикаторы ОПК-1.2, ОПК-1.3.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/:

1. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Численные методы. Семестр 5. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Н. Новгород, 2014. Ид.н. 815E.14.08. URL: https://e-learning.unn.ru/course/index.php?categoryid=24. Вход требует авторизации.
2. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Численные методы. Семестр 6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Н. Новгород, 2014. Ид.н. 831E.14.08. URL: https://e-learning.unn.ru/course/index.php?categoryid=24. Вход требует авторизации.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| | **Не зачтено** | | **Зачтено** | | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.<br><br>Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.<br><br>Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.<br><br>Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

## Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|---|---|---|
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| | Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| | Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне |

| | | |
|---|---|---|
| | | «очень хорошо» |
| | Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| | Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| | Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы к экзамену и зачету

| ***Вопросы*** | ***Код формируемой компетенции*** |
|---|---|
| 1. Метод прогонки. Вычислительная устойчивость методов<br>❖ Запись СЛАУ с трехдиагональной матрицей<br>❖ Вывод формул метода прогонки<br>❖ Теоремы о применимости метода<br>❖ Вычислительная устойчивость<br>❖ Оценка трудоемкости<br>❖ Примеры применения (задачи):<br>✓ сплайн-интерполяция<br>✓ краевые задачи для ОДУ<br>✓ нестационарное уравнение теплопроводности<br>❖ Циклическая прогонка*. Матричная прогонка* | ОПК-1 |
| 2. Основы теории интерполяции<br>Сплайн-интерполяция<br>❖ Кубический сплайн, его свойства, канонический вид<br>❖ Задача сплайн-интерполяции, выбор граничных условий<br>❖ Теорема о существовании, единственности и способе построения интерполяционного кубического сплайна<br>❖ Сходимость сплайн-интерполяции<br>❖ Смысл кубических сплайнов, смысл ЕГУ | ОПК-1 |
| Интерполяция полиномами<br>❖ Интерполяционный полином, теорема о существования, единственности и представлении в форме Лагранжа<br>❖ Погрешность интерполяции (экстраполяции), вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности (задача)<br>❖ Теорема о погрешности интерполяции (экстраполяции)<br>❖ Теоремы о сходимости (отсутствии сходимости)*<br>❖ Таблицы разностей. Запись интерполяционного полинома в форме Ньютона и другие записи. Способы вычисления полинома* | ОПК-1 |

| *Вопросы* | *Код формируемой компетенции* |
|---|---|
| ❖ Интерполяционный полином Эрмита*<br>❖ Интерполяция тригонометрическими полиномами* | |
| 3. Численное дифференцирование<br>❖ Формулы численного дифференцирования (ФЧД) интерполяционного типа. Пример: правый разностный оператор для вычисления первой производной на двухточечном шаблоне:<br>✓ способ построения, погрешность численного дифференцирования, порядок формулы, точность формулы, порядок погрешности, вычислительная и общая погрешность, анализ общей погрешности<br>✓ оптимальный шаг численного дифференцирования<br>❖ Построение и анализ свойств ФЧД на примерах.<br>❖ Построение ФЧД методом моментов (пример) | ОПК-1 |
| 4. Методы решения краевых задач: интегрально-интерполяционный метод<br>❖ *Модельная задача I* (стационарное уравнение теплопроводности с разрывными коэффициентами, первая краевая задача), построение разностной схемы интегрально-интерполяционным методом<br>❖ Варианты записи коэффициентов схемы<br>❖ Обоснование методов решения схемы<br>❖ Анализ общей погрешности решения | ОПК-1 |
| 5. Теория разностных схем. Пример анализа сходимости.<br>❖ *Модельная задача II* (стационарное уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами, первая краевая задача), анализ погрешности, погрешности аппроксимации, порядка аппроксимации, порядка сходимости, устойчивости схемы<br>❖ Доказательство сходимости<br>❖ Анализ общей погрешности решения | ОПК-1 |
| 6. Консервативные разностные схемы<br>❖ Понятие о консервативных разностных схемах для решения уравнений математической физики<br>❖ Теоремы о сходимости схем (формулировки)<br>❖ Программы (тесты) для оценки вычислительной погрешности<br>❖ Типовая и улучшенная аппроксимация ГУ для решения третьей и смешанной краевых задач* (оптимизация сходимости)<br>❖ Примеры неконсервативных схем, отсутствие сходимости, дисбаланс схемы | ОПК-1 |
| 7. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Выбор и реализация численного решения<br><br>Постановка задачи, выбор схемы<br>❖ *Модельная задача III* (задача Дирихле для уравнения Пуассона), построение разностной схемы<br>❖ Запись схемы в матричном виде, блочная структура матрицы<br>❖ Утверждения о свойствах матрицы<br>❖ Утверждения о свойствах схемы (погрешность и погрешность аппроксимации, ее оценка, порядок, связь погрешностей), формулировка теоремы о сходимости | ОПК-1 |

| *Вопросы* | *Код формируемой компетенции* |
|---|---|
| Введение в итерационные методы линейной алгебры<br>❖ Итерационные методы решения СЛАУ, ходимость методов<br>❖ Погрешность, невязка, точность метода на шаге<br>❖ Критерии остановки метода<br>❖ Оценка погрешности через невязку<br>❖ Симметричные и положительно-определенные матрицы, их свойства, прием нормализации<br>❖ Оценка спектра матрицы, теорема Гершгорина<br>❖ Примеры итерационных методов, их реализации, теорем о сходимости:<br>✓ метод Якоби<br>✓ метод Зейделя<br>✓ метод верхней релаксации, оптимальный параметр метода | ОПК-1 |
| Решение модельной задачи<br>❖ Обоснование применения методов (Зейдель, верхняя релаксация)<br>❖ Реализация методов<br>❖ Оценка погрешности решения СЛАУ<br>❖ Анализ структуры общей погрешности, управление параметрами счета | ОПК-1 |
| 8. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Анализ сходимости схемы и общей погрешности<br>❖ Шаблон узла, окрестность узла, граничные и внутренние узлы, типы внутренних узлов, связные и несвязные сетки<br>❖ Принцип максимума, доказательство. Существование и единственности решения схемы<br>❖ Доказательство сходимости схемы<br>❖ Постановки модельных задач (IV, V, VI) для других типов областей, обоснование возможных методов решения | ОПК-1 |
| 9. Численное решение нестационарного уравнения теплопроводности<br>❖ *Модельная задача VII* (нестационарное уравнение теплопроводности, первая краевая задача), явная и чисто неявная разностные схемы, схемы с весом, их свойства, способ решения разностных схем | ОПК-1 |
| 10. Решение СЛАУ большой размерности: инструменты анализа сходимости<br>❖ Аксиомы векторных и матричных норм, согласованные (подчиненные) нормы, их свойства. Матричные нормы и собственные числа<br>❖ Обусловленность линейных систем, числа обусловленности, их свойства, оценка погрешности решения возмущенных линейных систем<br>❖ Механизм обусловленности, примеры<br>❖ Скорость сходимости методов<br>❖ Нормализация СЛАУ | ОПК-1 |
| 11. Решение СЛАУ большой размерности: метод простой итерации, метод минимальных невязок<br>❖ Канонический вид одношаговых итерационных методов, их свойства (явные, неявные, стационарные и нестационарные методы)<br>❖ Метод простой итерации<br>✓ подбор параметра, анализ сходимости<br>✓ метод с оптимальным параметром, анализ сходимости<br>❖ Метод минимальных невязок, подбор параметра, анализ сходимости<br>❖ Сопоставление скорости сходимости | ОПК-1 |

| *Вопросы* | *Код формируемой компетенции* |
|---|---|
| | |
| 12. Обоснование применения методов (примеры)<br>❖ Построение методов на основе оценок границ спектра<br>❖ Оценка погрешности решения СЛАУ на основе теорем о сходимости (на примере модельной задачи)<br>❖ Методы решения проблемы собственных значений | ОПК-1 |
| 13. Оптимизация сходимости: метод с чебышевским k-набором параметров<br>❖ Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов заданной степени со старшим коэффициентом 1)<br>❖ Задача об отыскании полинома, наименее уклоняющегося от нуля (в классе полиномов степени не выше заданной со свободным коэффициентом 1)<br>❖ Методы с чебышевским k-набором параметров ($K \geq 1$)<br>✓ построение методов<br>✓ анализ сходимости<br>✓ подбор параметров на основе оценок границ спектра | ОПК-1 |
| 14. Оптимизация сходимости: метод сопряженных градиентов<br>❖ Сведение задачи решения СЛАУ к задаче оптимизации<br>❖ Свойства сопряженных направлений, решение задачи оптимизации на линейных многообразиях<br>❖ Метод сопряженных градиентов, способ счета, свойства метода, сходимость<br>❖ Сопоставление скорости сходимости методов | ОПК-1 |
| 15. Анализ сходимости разностных схем, метод разделения переменных<br>❖ *Модельная задача VII*, явная разностная схема: задача на собственные числа и собственные функции, свойства собственных функций, пространство и базис для работы на слое<br>❖ Первая вспомогательная задача для анализа устойчивости схемы, свойство вычислительной устойчивости<br>❖ Вторая вспомогательная задача, теорема об устойчивости схемы по правой части и начальным условиям<br>❖ Анализ погрешности аппроксимации, доказательство сходимости<br>❖ Численное решение нелинейной задачи* | ОПК-1 |
| 16. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем<br>❖ Постановка задачи Коши для ОДУ, основные понятия. Одношаговые и многошаговые методы. Примеры явных одношаговых методов, их каноническая запись. Организация вычислений<br>❖ Глобальная и локальная погрешность метода.<br>❖ Порядок локальной погрешности и порядок метода<br>❖ Контроль локальной погрешности<br>✓ за счет двойного счета с половинным шагом<br>✓ с помощью методов разных порядков<br>❖ Анализ локальной погрешности и порядка методов (примеры)<br>❖ Обоснование оценки локальной погрешности за счет двойного счета с половинным шагом<br>❖ Глобальная погрешность и порядок метода<br>❖ Решение задачи Коши для жестких систем ОДУ. Понятие жесткой системы. Неявные методы типа Рунге-Кутта. | ОПК-1 |

| *Вопросы* | *Код формируемой компетенции* |
|---|---|
| 17. Методы обработки данных и приближения функций<br>Метод наименьших квадратов<br>❖ Принцип наименьших квадратов. Теорема о существовании, единственности и способах построения МНК-полиномов заданной степени. Нормальная система уравнений, истинные и предсказанные значения отклика, остатки<br>❖ Выбор степени МНК-полинома, критерии качества решения<br>❖ Приближения на основе обобщенных полиномов<br>❖ | ОПК-1 |
| Приближения в гильбертовых пространствах<br>❖ Элемент наилучшего приближения в конечномерном подпространстве гильбертова пространства. Теорема о существовании, единственности и способах его построения. Примеры. | ОПК-1 |
| Наилучшие равномерные приближения, экономизация степенных рядов<br>❖ Элемент наилучшего равномерного приближения функции в классе полиномов заданной степени. Теорема о чебышевском альтернансе<br>❖ Задачи о построении полиномов, наименее уклоняющихся от нуля.<br>❖ Экономизация степенных рядов, анализ погрешности | ОПК-1 |
| 18. Вариационно-проекционные методы решения краевых задач<br>❖ Численное решение краевых задач на примере линейного ОДУ 2-го порядка с неоднородными граничными условиями:<br>✓ метод Бубнова-Галеркина, метод конечных элементов*<br>✓ метод коллокации<br>✓ МНК (интегрально и на системе точек)<br>✓ метод Ритца*<br>❖ Численное краевых задач на примере задачи Дирихле*<br>✓ метод конечных элементов<br>❖ Численное решение нелинейных краевых задач* | ОПК-1 |
| 19. Численное интегрирование<br>❖ Квадратурные формулы (КВФ) интерполяционного типа: узлы, веса, погрешность, порядок, точность, порядок погрешности, вычислительная, общая погрешность<br>❖ Построение формул методом моментов (примеры)<br>❖ Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формула Симпсона, анализ общей погрешности<br>❖ Составная формула Симпсона, анализ общей погрешности и оценка погрешности интегрирования на основе производных и по правилу Рунге. Другие составные формулы<br>❖ Метод адаптивной квадратуры, критерий остановки счета, его обоснование<br>❖ Квадратурные формулы наивысшей степени точности (Гаусса)*<br>❖ Вычисление несобственных интегралов* | ОПК-1 |

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Источник: Стронгина Н.Р. Практикум по курсу «Численные методы». Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2011. – 68 с. Ниже в тексте под Приложением 1 понимается приложение из этого источника.

- **Типовые практические задания для оценивания сформированности компетенции ОПК-1, индикатор ОПК-1.1**

**Примеры заданий в составе Практикума**

**Семестр 5**

Практикум 1. Сплайн-интерполяция. Метод прогонки

Практикум 2. Интерполяция полиномами

Практикум 3. Решение нестационарного уравнения теплопроводности

Практикум 4. Численное дифференцирование

И другие.

**Семестр 6**

Практикум 1. Нестационарное уравнение теплопроводности. Анализ сходимости и погрешности

Практикум 2. Численное решение задачи Коши для ОДУ

Практикум 4. Методы обработки данных и приближения функций

И другие

- **Типовые практические задания для оценивания сформированности компетенции ОПК-1, индикатор ОПК-1.2**

**Примеры заданий в составе Лабораторного практикума**

**Семестр 5**

Лабораторный практикум 1. Сплайн-интерполяция (построение интерполирующего кубического сплайна)

Лабораторный практикум 2. Численное дифференцирование функций

Лабораторный практикум 3. Решение краевых задач для ОДУ

И другие.

**Семестр 6**

Лабораторный практикум 2. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем

Лабораторный практикум 4. Методы обработки данных и приближения функций

Лабораторный практикум 5. Численное интегрирование (изучение свойств методов)

### 5.2.3. Типовое проектные практическое задание для оценивания сформированности компетенции ОПК-1, индикатор ОПК-1.3

**Примеры тем проектов.**

**Семестр 5**

Практикум 5. Построение и анализ консервативных разностных схем (**включая проект**)

Практикум 8. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Анализ сходимости и погрешности (**включая проект**)

**Семестр 6**

Практикум 3. Численное решение задачи Коши для ОДУ (приложения, **включая проект**)

Лабораторный практикум 1. Анализ реализации итерационного метода на примере схемы задачи Дирихле для уравнения Пуассона (**включая проект**)

Лабораторный практикум 3. Решение нелинейных уравнений и систем. Решение нестационарных уравнений в частных производных (**включая проект**)

Содержание и порядок выполнения заданий, а также варианты заданий приведены в [4], [5]

### 5.2.4. Контрольные работы для оценки компетенции ОПК-1

**Примеры задач аудиторной контрольной работы №1 для оценки компетенции ОПК-1**
**Вариант 1**

***Задача №1***

В таблице приведены (приближенно) значения функции *f(x) = ch(x)*:

| *x* | 0.2 | 0.4 | 0.5 |
|---|---|---|---|
| *f(x)* | 1.02007 | 1.08107 | 1.12763 |

Постройте интерполяционный полином степени 2, используя узлы 0.2, 0.4, 0.5. Вычислите с его помощью f(x) в точке x = 0.35.

Проведите полный анализ погрешности в указанной точке. В том числе:

1) Запишите определение и получите формулу погрешности интерполяции.

2) Оцените погрешность интерполяции.

3) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.

4) Запишите определение и оцените общую погрешность.

5) Запишите искомое значение f(x) с учетом оценок общей погрешности.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

***Задача №2***

Используя табличные данные

| *x* | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *f(x)* | 1.005 | 1.02007 | 1.04534 | 1.08107 | 1.12763 | 1.18547 | 1.33743 |

и оператор

$$(-f_2 + 8*f_1 - 8*f_{-1} + f_{-2})/(12*h)$$

вычислите приближенное значение производной порядка 1 в точке x = 0.3:

Проведите полный анализ погрешности. В том числе:

1) Запишите определение и получите формулу погрешности численного дифференцирования. Выделите главный член погрешности и определите ее порядок.

2) Запишите определение, необходимые предположения и оцените вычислительную погрешность.

3) Запишите определение и оцените общую погрешность.

*Примечание.* Ошибкой задания табличной функции считаем половину единицы последнего разряда.

***Задача №3***

С целью численного решения дифференциального уравнения $u'_t = u''_{xx}, x \in [0,1], t \in [0,1]$ с начальным условием $u(x,0)=2x^2$ и граничными условиями $u(0,t)=0, u(1,t)=2$ запишите чисто неявную разностную схему, число разбиений по пространству $n=4$ и по времени $m=10$. Найдите значения сеточной функции $v(x,t)$ на нулевом и первом слое.

**Примеры задач аудиторной контрольной работы №2 для оценки компетенции ОПК-1**
**Вариант №1**

***Задача №1***

С целью численного решения стационарного уравнения теплопроводности

$$\frac{d}{dx}\left( k(x)\frac{du}{dx} \right) - q(x)\,u(x) = -f(x) \text{ при } x \in (0, 1),$$

$$u(0) = 0,\ u(1) = 1.$$

$$k(x)=\begin{cases}2\cos(x), x\in(0,\xi)\\ x^2, x\in(\xi,1)\end{cases}\quad q(x)=\begin{cases}x+1, x\in(0,\xi)\\ 2-x^2, x\in(\xi,1)\end{cases}\quad f(x)=\begin{cases}\cos(x)+x, x\in(0,\xi)\\ \sin(x)+x\in(\xi,1)\end{cases}$$ , $\xi=0.501$

постройте разностную схему методом баланса. Интегралы вычислите приближенно, используя формулу средних прямоугольников. Запишите схему и коэффициенты схемы для данной задачи при произвольном числе разбиений и при $n$=10 с рисунком.

***Задача №2***

Поставлена задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения
U'(x)=x*x-3*U(x)
x0=0, U(x0)=1.
а) Запишите расчетные формулы метода Рунге-Кутта второго порядка (I) и, полагая шаг равным 0.1, найдите численно U(0.2).
б) Запишите формулу для оценки локальной погрешности при x = 0.2 и оцените ЛП.
в) Используя результаты а), б), скорректируйте численное решение при x = 0.2.

***Задача №3***

Поставлена задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений
U1'(x)=2*U1(x)–U2(x)+x
U2'(x)=U1(x)+U2(x)*U2(x) –x
x0=0, U1(x0)=1, U2(x0)=1.
а) Запишите расчетные формулы метода Рунге-Кутта второго порядка (I) и, полагая шаг равным 0.1, найдите численно U1(0.2), U2(0.2)
б) Запишите, как подсчитать вектор S для оценки погрешности при x=0.2.
в) Пусть для управления шагом выбрано значение eps = 0.001. Можно ли принять результат, полученный для U1(0.2), U2(0.2)?
г) Нужно (можно) ли изменить шаг для продолжения счета?

***Задача №4***

Используя определение и разложение в ряды, докажите порядок метода из задачи №2а).

***Задача №5***

В условиях задачи №2а):
Что называют глобальной погрешностью (ГП) в точке x=0.2?
Как изменится глобальная погрешность в точке x = 0.2, если решать задачу с шагом 0.005?
На чем основано ваше утверждение?

### 5.2.5 Вопросы для собеседования (для оценки компетенции ОПК-1)

**Примеры вопросов собеседования по результатам выполнения практических и лабораторных заданий, семестр 5**

1. Метод прогонки. Вычислительная устойчивость методов
2. Сплайн-интерполяция
3. Интерполяция полиномами
3. Численное дифференцирование
5. Методы решения краевых задач: интегрально-интерполяционный метод
6. Теория разностных схем. Анализ сходимости.
7. Построение консервативных разностных схем
8. Постановка задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Построение разностной схемы.

9. Итерационные методы решения СЛАУ: сходимость, погрешность, невязка, точность, оценка погрешности через невязку, критерии остановки метода

И другие…

**Примеры вопросов собеседования по результатам выполнения практических и лабораторных заданий, семестр 6**

1. Обусловленность линейных систем, числа обусловленности, их свойства, оценка погрешности решения возмущенных линейных систем
2. Решение СЛАУ большой размерности: метод простой итерации, метод минимальных невязок, подбор параметров и теоремы о сходимости
3. Оптимизация сходимости: метод с чебышевским k-набором параметров, построение, подбор параметров, доказательство свойств и сходимости.
4. Оптимизация сходимости: метод сопряженных градиентов

И другие…

### 5.3. Задания (оценочные средства), выносимые на зачеты

**Для оценки компетенции ОПК-1 на зачет по дисциплине «Численные методы», семестр 5, выносятся:**

1. Собеседование по результатам выполнения Практикума, семестр 5.
2. Собеседование по результатам выполнения Лабораторного Практикума, семестр 5.
3. Собеседование по результатам выполнения проектов и контрольной работы №1, семестр 5.
4. Собеседование по результатам выполнения контрольной работы №2.

**Для оценки компетенции ОПК-1 на зачет по дисциплине «Численные методы», семестр 6, выносятся:**

1. Собеседование по результатам выполнения Практикума, семестр 6.
2. Собеседование по результатам выполнения Лабораторного Практикума, семестр 6.
3. Собеседование по результатам выполнения проектов и контрольной работы, семестр 6.

### 5.4. Задания (оценочные средства), выносимые на экзамен

#### 5.4.1. Примеры задач для оценки компетенции ОПК-1

**Задача №1**

Обосновать возможность применения прогонки и решить прогонкой:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Обосновать вычислительную целесообразность метода.

**Задача №2**

Провести полный анализ погрешности составной формулы средних прямоугольников. Записать и обосновать два способа оценки и погрешности интегрирования. Оценить число разбиений для отыскания

$$\int_0^1 \frac{\cos x \, dx}{1+x^2}$$

с погрешностью гарантированно не более $10^{-4}$ Какие требования должны быть для этого предъявлены к точности задания функции и выполнения операций?

**Задача №3**

Построить методом моментов квадратуру Гаусса на 2-х узлах. Провести полный анализ погрешности.

**Задача №4**

Используя таблицу значений $f(x) = ch(x)$

| $x$ | 0.2 | 0.4 | 0.5 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1.02007 | 1.08107 | 1.12763 |

(погрешность не превосходит $0.5 \cdot 10^{-5}$ ), постройте интерполяционный полином 2-й степени и вычислите приближенно $f(x_0)$, $x_0 = 0.35$.

Проведите полный анализ погрешности. Оцените относительный вклад возможной вычислительной погрешности. Проведите полный анализ погрешности применения построенного полинома на участке [0.1, 0.4].

### 5.4.2. Примеры экзаменационные билетов

---

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт Информационных технологий математики и механики
Кафедра Дифференциальных уравнений, математического и численного анализа
Дисциплина «Численные методы»
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Метод прогонки. Вывод расчетных формул. Теоремы об условиях применения метода.
2. Решение задачи Коши для ОДУ. Счет с контролем локальной погрешности за счет применения методов разных порядков.
3. Задача.

***Экзаменатор***_____
Зав. кафедрой_____

---

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Институт Информационных технологий математики и механики
Кафедра Дифференциальных уравнений, математического и численного анализа
Дисциплина «Численные методы»
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Интерполяционный полином в форме Лагранжа и его свойства. Форма представления погрешности интерполяции. Вычислительная и общая погрешность интерполяции. Полный анализ погрешности.
2. Неявные одношаговые методы решения СЛАУ (метод Зейделя, Якоби, метод верхней релаксации). Теоремы о сходимости.
3. Задача.

***Экзаменатор***_____
Зав. кафедрой_____

---

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература


1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М. ; СПб.: Физматлит: Невский диалект: Лаборатория базовых знаний, 2000, 2001, 2002; – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003 (52 экз.).
2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977, 1980, 1989. (65 экз.).
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989. (44 экз.)
4. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Численные методы. Семестр 5. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Н. Новгород, 2014. Ид.н. 815E.14.08. URL: https://e-learning.unn.ru/course/index.php?categoryid=24. Вход требует авторизации.

5. Стронгина Н.Р., Баркалов К.А. Численные методы. Семестр 6. ЭУК, учебно-методический комплекс. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Н. Новгород, 2014. Ид.н. 831Е.14.08. URL: https://e-learning.unn.ru/course/index.php?categoryid=24. Вход требует авторизации.

б) дополнительная литература

6. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966, 1970. (40 экз.).
7. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М: Наука, 1980. (50 экз.).
8. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М: Физматгиз, 1960. (26 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Литература для студента режим доступа http://www.libsib.ru/etika/etika-delovogo-obscheniya/vse-stranitsi
2. Научная электронная библиотека режим доступа http://elibrary.ru/
3. EqWorld. Мир математических уравнений / Разработчик – А. Д. Полянин. – М.: ИПМ РАН, 2004-2014. Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm
4. https://e-learning.unn.ru/course/enrol/index.php?id=827

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой: помещения для проведения занятий лекционного типа, оборудованные мультимедийной техникой (компьютер, проектор, экран); занятий семинарского типа; компьютерный класс с лицензионным программным обеспечением (среды разработки) для выполнения лабораторных практикумов.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент _____ Стронгина Н.Р.

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой ДУМиЧА _____ А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 2 июня 2021 года, протокол № 8.