МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института

_____ В.П. Гергель

«____»_____2020

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2020 год

Лист актуализации

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 2020 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20__ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 20___ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ _____ 20___ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры
_____

Протокол от __ _____ 20___ г. № __
Зав. кафедрой _____

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

Б1.О.05 Математический анализ

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине****	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	*УК-1-2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности*	*Уметь воспринимать, обобщать и анализировать информацию*	*собеседование*
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	***ОПК-1.1.**: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию*	*Знать* *Понятие числовой последовательности, ее предела.* *Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.* *Классификацию точек разрыва функции.* *Понятие производной и дифференциала.* *Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.* *Теорему Ферма о необходимом условии локального экстремума.* *Формулу Тейлора.* *Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.* *Понятие первообразной и неопределенного интеграла.* *Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.* *Определение равномерной непрерывности функции.* *Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.* *Понятие кривой на плоскости и в пространстве. Параметризация кривой.*	*собеседование*

		Понятие функции многих переменных. *Достаточное условие дифференцируемости.* *Необходимое условие локального экстремума.* *Понятие числового ряда.* *Понятия функциональной последовательности и функционального ряда.* *Понятие равномерной сходимости функциональных рядов.* *Понятие степенного ряда.* *Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра.* *Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра.* *Эйлеровы интегралы.* *Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами.* *Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье.* *Интеграл Фурье и преобразование Фурье.*	
	ОПК-1.2: Умеет *осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты*	*Уметь* *1. Находить грани множества.* *2. Вычислять пределы числовых последовательностей и функций, связанные с неопределенностями* $\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ \infty\cdot 0,$ $\infty-\infty,\ 1^{\infty},\ \infty^{\infty}$ *3. Находить производные и дифференциалы высших порядков, уравнение касательной к графику функции в точке.* *4. Проводить полное исследование функции и на основании данного исследования строить эскизы графиков функций заданных явно и параметрически.* *5. Интегрировать простейшие дроби, выражения, рационально зависящие от тригонометрических функций, дифференциальный бином.* *6. Применять определенный интеграл для решения задач, связанных с определением длины дуги и спрямляемой кривой, площади плоской фигуры, площади поверхности вращения.* *7. Находить кратные и повторные пределы функции.* *8. Исследовать непрерывность функции по совокупности переменных и по отдельным переменным.* *9. Находить касательную плоскость и нормаль к поверхности.* *10. Вычислять старшие производные неявных функций.* *11. Находить локальный, глобальный экстремум функции на множестве, условный экстремум функции.* *11. Исследовать сходимость рядов с*	*задачи*

		помощью признаков Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. *12. Исследовать сходимость знакочередующихся рядов с помощью признака Лейбница* *13. Применять признаки Абеля и Дирихле для исследования сходимости произвольных рядов.* *14. Исследовать сходимость функциональных рядов на равномерность с помощью критерия Коши равномерной сходимости и достаточных признаков Вейерштрасса, Абеля, Дирихле.* *15. Находить область и радиус сходимости степенного ряда с использованием формул Даламбера, Коши и Коши-Адамара.* *16. Исследовать несобственные интегралы 1 и 2 рода на сходимость, а интегралы, зависящие от параметров, на сходимость и равномерную сходимость.* *17. Применять Эйлеровы интегралы к вычислению некоторых определенных и несобственных интегралов.* *18. Раскладывать периодическую и произвольную функцию, определенную на отрезке, в тригонометрический ряд Фурье и выяснять характер сходимости полученного ряда.*	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	**20 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**720**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**361** **192** **160** **9**
самостоятельная работа	**251**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**108**
В том числе:	
1 семестр	
Общая трудоемкость	**7 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**252**
в том числе	
контактная работа:	**115**

- занятия лекционного типа **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**64** **48** **3**
самостоятельная работа	**101**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**36**
2 семестр	
Общая трудоемкость	**7 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**252**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**115** **64** **48** **3**
самостоятельная работа	**101**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**36**
3 семестр	
Общая трудоемкость	**6 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**216**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**131** **64** **64** **3**
самостоятельная работа	**49**
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	**36**

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины 1 семестр	**Всего (часы)**	**в том числе**				
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				**Самостоятельная работа обучающегося часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего контактных часов**	
Введение. Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения.	1	1			1	
2. Основные понятия и обозначения Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств.	17	5	2		7	10
3. Числовые последовательности. Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности.	35	11	7		18	17

Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число e. Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела. Полнота числовой прямой.						
4. Предел функции: Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Равенство функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции. Первый и второй замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы и их связь с двухсторонними пределами. Обобщение понятия предела: бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.	39	12	10		22	17
5. Непрерывные функции: Различные определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции. Следствия второго замечательного предела. Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые величины и их применение при вычислении пределов.	39	12	10		22	17
6. Производная функции: Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке. Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Понятие кривой в пространстве. Параметризация кривой. Эквивалентность параметризаций. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции. Производные и	37	10	10		20	17

дифференциалы высших порядков и их свойства. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.						
7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения: Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формула конечных приращений. Локальная формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано. Представление основных элементарных функций по формуле Тейлора - Маклорена. Глобальная формула Тейлора на отрезке. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора и его оценка. Применение формулы Тейлора при вычислениях функций на отрезке. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей. Критерий монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции. Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.	39	13	9		22	17
Текущий контроль (КСР)	**3**				**3**	
Промежуточная аттестация - экзамен	**36**					
Итого	252	**64**	48		115	101
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, **2 семестр**	**Всего (часы)**	**Занятия лекционного типа**	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего контактных часов**	
1. Неопределенный интеграл: Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.	27	8	7		15	12
2. Определенный интеграл: (Интеграл Римана) Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость функции по Риману. Суммы Дабру и их свойства. Критерий	27	8	7		15	12

интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теоремы о среднем. 9.5. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.						
3. Приложения определенного интеграла Определение длины дуги и спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги кривой в различных координатах. Дифференциал дуги кривой. Определение площади плоской фигуры. Критерий квадрируемости области. Квадрируемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур. Объем тела. Критерий кубируемости тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения. Площадь поверхности вращения.	27	8	7		15	12
4. Функции многих переменных и пределы: Арифметическое Евклидово пространство. Шаровая и кубическая окрестности точки. Последовательность в R^n. Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в R^n . Ограниченные и неограниченные множества в R^n . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Открытые и замкнутые множества. Компакты. Критерий компактности. Функции многих переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.	26	8	6		14	12
5. Непрерывные функции многих переменных: Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.	26	8	6		14	12

6. Дифференцирование функции многих переменных: Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Геометрический смысл дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Производная функции по направлению. Градиент функции Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.	29	8	7		15	14
7. Неявно-заданные функции: Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функции. Вычисление производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.	28	8	5		13	15
8. Экстремумы функций многих переменных Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).	23	8	3		11	12
Текущий контроль (КСР)	3				3	
Промежуточная аттестация - экзамен	**36**					
Итого	252	64	48		115	101
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, **3 семестр**	**Всего (часы)**	**Занятия лекционного типа**	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего контактных часов**	
1. Кратные интегралы Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана	20	7	7		14	6

преобразования. Полярная замена координат. Тройные интегралы. Сведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве. Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания.						
2 Числовые ряды: Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Сходимость гармонических рядов. Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Оценки суммы и остатка знакочередующегося ряда, их использование для оценки погрешности вычислений. изнаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно сходящегося ряда от порядка следования членов.	24	8	10		18	6
3 Функциональные ряды и последовательности Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. Функциональные свойства сумы ряда, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.	20	7	7		14	6
4 Степенные ряды Понятие степенного ряда. Лемма Абеля. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости:	20	7	7		14	6

формулы Даламбера, Коши и Коши-Адамара. Свойства степенного ряда: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости. Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.						
5 Несобственные интегралы: Критерий Коши сходимости несобственных интегралов первого рода. Замена переменной и интегрирование по частям. Обобщение формулы Ньютона – Лейбница. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Признаки сравнения. Интегралы от произвольных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Интегралы от неограниченных функций. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. вные значения Коши несобственных интегралов.	21	8	7		15	6
6 Ряды Фурье Понятие гармоники, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму. Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Комплексная запись рядов Фурье. Различные типы сходимости рядов Фурье. Сходимость в средне квадратичном смысле. Минимальное свойство отрезков Фурье. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье Поточечная и равномерная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции.	21	8	7		15	6
7 Криволинейные интегралы: Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого ряда, его вычисление. Криволинейный интеграл второго ряда. Соотношение криволинейных интегралов. Вычисление криволинейного интеграла второго ряда. Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.	23	9	8		17	6

Условия независимости интеграла от формы пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу .						
8 Поверхностные интегралы: Ориентация поверхности. Двусторонние поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Вычисление поверхностных интегралов с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования. Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу. Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения. Элементы теории поля.	28	10	11		21	7
Текущий контроль (КСР)	3				3	
Промежуточная аттестация - экзамен	**36**					
Итого	216	64	64		131	49

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.
Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов:

Выполнение домашних практических заданий

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	**Шкала оценивания сформированности компетенций**						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	Не зачтено		зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа						
Умения	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения,решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция

		сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворитель-но	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	*Код компетенции (согласно РПД)*
1. Что такое действительные числа? В чем выражается главное отличие между рациональными и действительными числами? *Сформулируйте определение окрестности точки* $x \in R$. *Сформулируйте определение ε-окрестности точки* $x \in R$. *Сформулируйте определение окрестности* $+\infty$. *Сформулируйте определение окрестности* $-\infty$. *Сформулируйте определение окрестности* ∞.	*ОПК-1*
2. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества. *Какое число называется верхней гранью множества. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества. Всегда ли существуют точные верхние грани множества?*	*ОПК-1*
3. Сформулируйте определение предела последовательности. Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности. Какая последовательность называется бесконечно малой (бесконечно большой)? Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность?	*ОПК-1*
4. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами.	*ОПК-1*
5. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.	*ОПК-1*
6. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится?	*ОПК-1*
7. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей. Сформулируйте определение монотонной последовательности. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел?	*ОПК-1*
8. Как определяется число e?	*ОПК-1*
9. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.	*ОПК-1*
10.Дайте определение частичного предела. Сформулируйте критерий частичного предела. Что такое верхний (нижний) предел последовательности? *Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами?*	*ОПК-1*
11. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.	*ОПК-1*
12. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{(x\to a)} f(x)=b$, *где* $a, b \in R$. *Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).*	*ОПК-1*
13. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{(x\to a)} f(x)=+\infty$, *где* $a \in R$. *Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).*	*ОПК-1*
14. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{(x\to \infty)} f(x)=0$. *Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией).*	*ОПК-1*
15. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.	*ОПК-1*
16. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.	*ОПК-1*

17. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.	*ОПК-1*
18. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.	*ОПК-1*
19. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.	*ОПК-1*
20. Сформулируйте определение приращения функции.	*ОПК-1*
21. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое). *Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве.* *Сформулируйте определение точки разрыва.* *Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.* *Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода.* *Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.*	*ОПК-1*
22. Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши).	*ОПК-1*
23. Дайте классификацию точек множества на числовой прямой.	*ОПК-1*
24. Какое множество называется открытым? Замкнутым? Может ли множество быть открытым и одновременно замкнутым?	*ОПК-1*
25. Сформулируйте определение производной функции в точке.	*ОПК-1*
26. Сформулируйте определение односторонней производной функции.	*ОПК-1*
27.Сформулируйте определение производной n-го порядка.	*ОПК-1*
28. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке.	*ОПК-1*
29. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка.	*ОПК-1*
30. Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке?	*ОПК-1*
31.Сформулируйте определение дифференциала n-го порядка.	*ОПК-1*
32. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.	*ОПК-1*
33.Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.	*ОПК-1*
34.Как найти производную (дифференциал) произведения. Как найти производную (дифференциал) частного.	*ОПК-1*
35.В чем заключается свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка. Продемонстрируйте неинвариантность формы второго дифференциала.	*ОПК-1*
36. Сформулируйте определение возрастающей строго (нестрого) функции. Сформулируйте определение убывающей строго (нестрого) функции. *Сформулируйте определение монотонной функции.* *Сформулируйте определение локального минимума (максимума).*	*ОПК-1*
37.Сформулируйте основные теоремы о дифференцируемых на интервале функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа. Какие следствия из теоремы Лагранжа вам известны?	*ОПК-1*
38. Что такое формула Тейлора?	*ОПК-1*
39. Сформулируйте определение строгого локального минимума (максимума). *Сформулируйте определение экстремума. Сформулируйте определение строгого экстремума. Сформулируйте определение стационарной точки. Сформулируйте определение критической точки. Сформулируйте необходимое условие экстремума? Сформулируйте достаточные условия экстремума?*	*ОПК-1*
40. Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции? *Сформулируйте необходимое условие точки перегиба. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба.*	*ОПК-1*
41.Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты.	*ОПК-1*
42.Что такое первообразная и неопределенный интеграл? Сформулируйте свойства неопределенного интеграла. Чему равен интеграл от суммы функций? *Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример.*	*ОПК-1*
43. Перечислите простейшие рациональные дроби.	*ОПК-1*
44. Какое выражение называется дифференциальным биномом?	*ОПК-1*
45.При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях?	*ОПК-1*
46. Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана). *Какое условие является необходимым для интегрируемости функции?*	*ОПК-1*
47. Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны?	*ОПК-1*
48. Какие функции являются интегрируемыми по Риману?	*ОПК-1*
49. Что такое интеграл с переменным верхним пределом? Какими свойствами обладает интеграл с переменным верхним пределом? Какая связь между определенным и неопределенным интегралом?	*ОПК-1*
50. Как задается кривая на плоскости и в пространстве? Что такое параметризация кривой? Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой.	*ОПК-1*
51. Как определяется площадь плоской фигуры по Жордану? Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора? Как найти площадь плоской фигуры с параметрически заданной границей?	*ОПК-1*
52. Как найти площадь поверхности и объем тел вращения? Что такое векторное пространство Rn? Дайте определение евклидова пространства. *Какое пространство называется метрическим? Что является пределом последовательности в пространстве Rn?*	*ОПК-1*
53. Что такое покоординатная сходимость? Что такое повторные пределы функции двух переменных? Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных.	*ОПК-1*
54. Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных? *Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным?* *Какое множество называется компактным?* *Сформулируйте критерий Больцано-Вейерштрасса компактности множества.*	*ОПК-1*

55. Какое множество называется связным? *Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).* *Сформулируйте свойства непрерывных функций на связном множестве (теоремы Больцано-Коши). Дайте определение частной производной функции.*	*ОПК-1*
56. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке? *Если функция имеет частные производные в точке, будет ли она дифференцируемой в этой точке? Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности?*	*ОПК-1*
57. Напишите формулу Тейлора для функции многих переменных. *Какая функция называется заданной неявно?* *Каким условиям должна удовлетворять функция F(x,y), чтобы уравнение F(x,y)=0 определяло в окрестности точки x0 единственную непрерывную функцию y(x) так, что y(x0)=y0. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки x0?* *Каким условиям должна удовлетворять функция F(x,y,z), чтобы уравнение F(x,y,z)=0 определяло в окрестности точки (x0,y0) единственную непрерывную функцию z(x,y) так, что z(x0,y0)=z0. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки (x0,y0)?*	*ОПК-1*
58. Какая функция называется заданной неявно системой уравнений? *Сформулируйте теорему о неявной функции, заданной системой уравнений?* *Что такое замена переменных?* *Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных.* *Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума.*	*ОПК-1*
59. Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных? Как найти условный экстремум функции? *В чем заключается метод множителей Лагранжа? Что такое числовой ряд? Что называется суммой ряда? Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)?Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда? Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда? Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда.*	*ОПК-1*
60. Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется? *Сходится ли гармонический ряд и почему? Какой числовой ряд называется знакоположительным? Сформулируйте признаки сходимости знакоположительного числового ряда. (ограниченность последовательности частичных сумм, признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно?*	*ОПК-1*
61.Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством ассоциативности сложения? Когда это возможно? Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством коммутативности сложения? Когда это возможно? Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Как оценить остаток знакочередующегося ряда? *Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов.*	*ОПК-1*
62. Дайте понятия функциональной последовательности, функционального ряда. *Как найти область сходимости функциональной последовательности, функционального ряда? Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда. Сформулируйте признаки равномерной сходимости функциональной последовательности, функционального ряда (критерий Коши, достаточные признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).*	*ОПК-1*
63.При каких условиях для функционального ряда справедливы следующие свойства: «предел от суммы равен сумме пределов», «интеграл от суммы равен сумме интегралов», «производная от суммы равна сумме производных»? *Какой ряд называется степенным? Как найти радиус сходимости степенного ряда? Что является областью сходимости степенного ряда?* *Сходится ли степенной ряд в области сходимости равномерно?* *Будет ли непрерывной сумма степенного ряда в области сходимости?* *Когда говорят, что функция раскладывается в степенной ряд в некоторой точке?*	*ОПК-1*
64. Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд? *Какие степенные ряды можно получить при разложении функции?* *Какая функция называется аналитической?* *Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем?* *Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством?* *Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику.* *Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем?* *Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.*	*ОПК-1*
65. Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример. *Какой ряд называется общим рядом Фурье. Каким свойством обладают коэффициенты Фурье? Что из себя представляет неравенство Бесселя, равенство Парсеваля? Сформулируйте свойства полноты и замкнутости ортонормированной системы. Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе. Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций?* *Когда ряд Фурье, построенный по некоторой функции, сходится к ней равномерно? Поточечно?*	*ОПК-1*
66.Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции?	*УК-1*

Сформулируйте необходимое условие точки перегиба. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба.	
67.Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд? *Какие степенные ряды можно получить при разложении функции?* *Какая функция называется аналитической?*	*УК-1*
68.Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем?	*УК-1*
69.Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством? *Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику.*	*УК-1*
70.Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем? *Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.*	*УК-1*

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вопрос 1

Тип: множественный выбор

Формулировка вопроса:

К какому значению приближаются члены последовательности $a_n = \frac{n-1}{n}$ при увеличении номера n?

Варианты ответов:

- 1
- 2
- 0
- 1/2

Вопрос 2

Тип: одиночный выбор

Формулировка вопроса:

Начиная с какого номера, все члены последовательности $a_n = \frac{2n+1}{n}$ будут совпадать с числом 2 с точностью не меньше 0,01?

Варианты ответов:

- n= 10
- n=100
- n=50
- n=101
- n=2
- n=1001

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вариант 1.

1. Доказать по определению, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{1-2n}=-\dfrac{1}{2}$.

2. Найти пределы последовательностей a_n, обосновывая свои действия:

   (a) $a_n=\frac{(n+1)^5+(n-1)^5-(2n+3)^5}{n^2+(4-n)^5}$;

   (b) $a_n=\frac{n\sqrt[3]{6n}-\sqrt[4]{81n^6-1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2-5}}$;

   (c) $a_n=\sqrt{n^6+8}(\sqrt{n^3+2}-\sqrt{n^3+1})$;

   (d) $a_n=\sqrt[n]{\frac{2^n+3^n}{4^n-2^n}}$.

3. Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности, доказать сходимость последовательности $a_n=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots\frac{1}{n^2}$.

4. Пользуясь критерием Коши, доказать расходимость последовательности $a_n=1+\frac{1}{\sqrt[5]{2}}+\frac{1}{\sqrt[5]{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt[5]{n}}$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. Дифференциальное и нтегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. Учебник. - 3-е изд., перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 400 с. (56 экз)
2. КУДРЯВЦЕВ Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник. — 3-е изд., перераб. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 424 с. (58 экз.)
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учеб. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие. СПб.: МИФРИЛ, 1995. - 489 с. (168 экз.)

б) дополнительная литература:

1. НИКОЛЬСКИЙ С.М. Курс математического анализа. В 2-х томах. Наука, 1983. Т.1 464 с.; Т.2 448 с. https://e.lanbook.com/book/2270#authors
2. ФИХТЕНГОЛЬЦ Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. (В 3-х томах). - М.: Физматлит, 2003. т.1 - 680с.; т.2 - 864с.; т.3 - 728с. https://e.lanbook.com/book/409#authors
3. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : [учеб. пособие для втузов]. - М.: Наука, 1967. - 368 с. (16 экз. + 15 экз. другие года здания)
4. Исследование дифференцируемых функций одной переменной. Практикум. Составители: Киселева Т.П., Лукьянов В.И., Потёмин Г.В. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. - 37с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ (№ 1018.15.08) http://www.unn.ru/books/resources.html

5. Графики функций: учебно-метод. пособие. Сост. Т.П.Киселева, И.И.Олюнина. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. - 43с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ (№ 979.15.08) http://www.unn.ru/books/met_files/GRAF.pdf

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

1. Математический анализ (семестр 1). Электронно-управляемый курс. Кузенков О.А., Рябова Е.А., 2014. https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=243
2. Математический анализ (семестр 2). Электронно-управляемый курс. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Киселева Т.П., 2014. https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=626
3. Математический анализ (семестр 3). Электронно-управляемый курс. Кротов Н.В., 2014. https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=289

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор (ы) _____

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой_____