**Приложение 2**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет**

**им. Н.И. Лобачевского»**

|  |
| --- |
| Институт информационных технологий математики и механики |

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совет ННГУ

протокол от

«11» мая 2021 г. № 2

**Рабочая программа дисциплины**

|  |
| --- |
| **Уравнения математической физики** |

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

|  |
| --- |
| **01.03.02 Прикладная математика и информатика** |

Направленность образовательной программы

|  |
| --- |
| **Системный анализ, исследование операций и управление** |

Форма обучения

|  |
| --- |
| **Очно-заочная** |

**Нижний Новгород**

**2021 год**

1. **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к обязательной части Код дисциплины **Б1.О.25.**

Дисциплина Б1.О.25, Уравнения математической физики относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

1. **Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Формируемые компетенции** (код, содержание компетенции) | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции** | | **Наименование оценочного средства** |
| **Индикатор достижения компетенции**\* (код, содержание индикатора) | **Результаты обучения  по дисциплине\*\*** |
| ***ПК-1.***  *Способен решать актуальные задачи прикладной математики и информатики* | ***ПК-1.1.*** *Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для решения актуальных задач прикладной математики и информатики* | ***Знать****:*  *– основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение уравнений математической физики;*  *– Основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине:*  *1. Поперечные колебания струны.*  *2. Распространение тепла в твердом теле.*  *3. Уравнения гидродинамики и акустики.*  *4. Корректность постановок задач математической физики. Пример Адамара некорректно поставленной задачи.*  *5. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными*  *6. Решение задачи о свободных поперечных колебаниях струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физическая интерпретация решения.*  *7. Общая схема метода Фурье решения однородной начально-краевой задачи для гиперболического (параболического) уравнения.*  *8. решение методом Фурье неоднородной начально-краевой задачи для гиперболического (параболического) уравнения.*  *9. Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина этой задачи и ее свойства. Интегральное представление функций через функцию Грина. Приведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.*  *10. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, теоремы Стеклова.*  *11. Обоснование классического решения начально-краевой задачи методом Фурье.*  *12. Теорема единственности решения начально-краевой задачи для гиперболического уравнения.*  *13. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула и метод Даламбера решения этой задачи.*  *14.. Решение методом Даламбера задач о колебании полубесконечной и конечной струны. Дисперсия волн.*  *15. Решение трехмерного волнового уравнения в виде сферических волн.*  *16. Задача Коши для трехмерного волнового уравнения, формула Пуассона. Метод редукции.*  *17. Задача Коши для трехмерного уравнения теплопроводности. Понятие об интегральных преобразованиях. Преобразование Фурье и его применение к задаче Коши. Функция Грина этой задачи.*  *18. Определение и свойства обобщенных функций в смысле Соболева-Шварца. Дельта-функция Дирака.*  *19. Импульсные воздействия, их модели для уравнений гиперболического и параболического типа.*  *20. Обобщенные решения начально-краевых задач.*  *21. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума и его следствия.*  *22. Теоремы единственности и устойчивости решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.*  *23. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа с помощью функции Грина. Свойства функции Грина этой задачи.*  *24. Решение задачи Дирихле для шара, интеграл Пуассона.*  *25. Задача Неймана для уравнения Лапласа. Теорема единственности, решение через функцию Грина.* | *Собеседование*  *Задачи* |
| ***ПК-1.2.*** *Умеет применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при решении актуальных задач прикладной математики и информатики.* | ***Уметь****:*  *– решать математические задачи и проблемы методами математической физики, аналогичные ранее изученным:*  *1. Уметь определять тип уравнения в частных производных*  *2. Приводить уравнение к каноническому виду;*  *3. Решать типовые начально-краевые задачи методом разделения переменных (метод Фурье);*  *4. Решать типовые задачи методом Даламбера*  *5. Решать задачи с использованием специальных функций. Знать основные свойства специальных функций.*  *6. Доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;*  *7. Проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним;* | *Контрольные работы* |
| ***ПК-1.3.*** *Имеет практический опыт решения актуальных задач прикладной математики и информатики* | ***Владеть:***  *1.терминологией предметной области;*  *2. приемами аналитического решения задач и интерпретации результатов.*  *3. навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках.*  *4. навыками использования универсальных математических пакетов для выполнения расчетов;*  *5. навыками интерпретации результатов численного исследования* | *Собеседование* |

**3. Структура и содержание дисциплины**

**3.1. Трудоемкость дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Очная форма обучения** |
| **Общая трудоемкость** | **8 ЗЕТ** |
| **Часов по учебному плану** | **288** |
| **в том числе** |  |
| **аудиторные занятия (контактная работа):**  **- занятия лекционного типа**  **- занятия семинарского типа**  **- занятия лабораторного типа**  **- текущий контроль (КСР)** | **83**  **48**  **32**  **3** |
| **самостоятельная работа** | **169** |
| **Промежуточная аттестация – экзамен, зачет** | **36** |

**3.2. Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины** | **Всего  (часы)** | В том числе | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы.** Из них | | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы** |
| **Занятия лекционного   типа** | **Занятия семинарского   типа** | | **Занятия лабораторного   типа** | | **Всего** | |
| Очная | Очная | Очная | | Очная | | Очная | | Очная |
| **5 семестр:** | | | | | | | | | |
| Раздел 1. Введение. Постановка задач с уравнениями математической физики | 46 | 10 | 5 |  | | 15 | | 31 | |
| Раздел 2. Элементарные методы решения основных задач. | 49 | 12 | 5 |  | | 17 | | 32 | |
| Раздел 3. Метод Фурье и теория оператора Штурма-Лиувилля. | 48 | 10 | 6 |  | | 16 | | 32 | |
| Текущий контроль (КСР) | 1 |  |  |  | | 1 | |  | |
| **Промежуточная аттестация - зачет** |  |  |  |  | |  | |  | |
| **6 семестр** | | | | | | | | | |
| Раздел 4. Начально-краевые задачи в пространстве 2-х, 3-х измерений. | 34 | 5 | 5 |  | | 10 | | 24 | |
| Раздел 5. Теория специальных функций | 37 | 6 | 6 |  | | 12 | | 25 | |
| Раздел 6. Теория потенциала | 35 | 5 | 5 |  | | 10 | | 25 | |
| **Текущий контроль (КСР)** | 2 |  |  |  | | 2 | |  | |
| **Промежуточная аттестация – экзамен** | 36 |  |  |  | |  | |  | |
| Итого | **288** | **48** | **32** |  | | **83** | | **169** | |

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

1. **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся** Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Уравнения математической физики» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену.

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

**Виды самостоятельной работы студентов:**

* проработка теоретического материала лекционных занятий;
* подготовка к выполнению работ лабораторного практикума;
* подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
* подготовка к предварительной аттестации в форме зачета;

подготовка к промежуточной аттестации в форме экзамена.

**4.1. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М: Наука, 1977.(60 экз. в биб-ке ННГУ)

2. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. - Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для студентов ун-тов. ‑ М.: Наука , 1980. (более 130 экз. в биб-ке ННГУ)

3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных. – М.: Высшая школа, 1970. (80 экз. в биб-ке ННГУ)

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс, созданный в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/.

https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6176

4.2. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ

В течение года проводятся 2 домашние контрольные работы по материалам разделов лекционного курса: 1; 2-3-4; 6.

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы (раздел 6), а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

1. **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю**),

включающий:

* 1. **Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)** | **Шкала оценивания сформированности компетенций** | | | | | | |
| **плохо** | **неудовлетворительно** | **удовлетворительно** | **хорошо** | **очень хорошо** | **отлично** | **превосходно** |
| Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| Знания | Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минималь­ных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| Умения | Отсутствие минималь­ных умений. Невозмож­ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего­ся от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест­венными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| Навыки | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонст­рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

**Шкала оценки при промежуточной аттестации**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка** | | **Уровень подготовки** |
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

* 1. **Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения**

**5.2.1 Контрольные вопросы для экзамена**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Вопросы*** | ***Код формируемой компетенции*** |
| Поперечные колебания струны | *ПК-1* |
| Распространение тепла в твердом теле. | *ПК-1* |
| Уравнение продольных колебаний стержня. | *ПК-1* |
| Уравнение продольных колебаний стержня. | *ПК-1* |
| Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. | *ПК-1* |
| Решение задачи о свободных поперечных колебаниях струны методом разделения переменных (методом Фурье). Физическая интерпретация решения. | *ПК-1* |
| Общая схема метода Фурье решения однородной начально-краевой задачи для гиперболического (параболического) уравнения. | *ПК-1* |
| Решение методом Фурье неоднородной начально-краевой задачи для гиперболического (параболического) уравнения. | *ПК-1* |
| Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина этой задачи и ее свойства. Интегральное представление функций через функцию Грина. Приведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. | *ПК-1* |
| Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, теоремы Стеклова | *ПК-1* |
| Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, теоремы Стеклова | *ПК-1* |
| Теорема единственности решения начально-краевой задачи для гиперболического уравнения | *ПК-1* |
| Теорема единственности решения начально-краевой задачи для гиперболического уравнения | *ПК-1* |
| Решение методом Даламбера задач о колебаниях полубесконечной и конечной струны. Дисперсия волн. | *ПК-1* |
| Решение трехмерного волнового уравнения в виде сферических волн. | *ПК-1* |
| Задача Коши для трехмерного волнового уравнения, формула Пуассона. Метод редукции | *ПК-1* |
| Задача Коши для трехмерного уравнения теплопроводности. Понятие об интегральных преобразованиях. Преобразование Фурье и его применение к задаче Коши. Функция Грина этой задачи. | *ПК-1* |
| Определение и свойства обобщенных функций в смысле Соболева-Шварца. Дельта-фунцкия Дирака | *ПК-1* |
| Импульсные воздействия, их модели для уравнений гиперболического и параболического типа. | *ПК-1* |
| Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума и его следствия. | *ПК-1* |
| Теоремы единственности и устойчивости решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа. | *ПК-1* |
| Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа с помощью функции Грина. Свойства функции Грина этой задачи. | *ПК-1* |
| Решение задачи Дирихле для шара. Метод электростатических изображений.  . | *ПК-1* |
| Задача Неймана для уравнения Лапласа. Теорема единственности, решение через функцию Грина. | *ПК-1* |

* + 1. **Вопросы к зачёту по дисциплине «Уравнения математической физики»**

|  |  |
| --- | --- |
| Вопрос | Код компетенции  *(согласно РПД)* |
| 1. Поперечные колебания струны. | ПК-1 |
| 1. Распространение тепла в твердом теле. | ПК-1 |
| 1. Уравнение продольных колебаний стержня. | ПК-1 |
| 1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. | ПК-1 |
| 1. Решение задачи о свободных поперечных колебаниях струны методом разделения переменных (методом Фурье). | ПК-1 |
| 1. Решение методом Фурье неоднородной начально-краевой задачи для гиперболического (параболического) уравнения. | ПК-1 |
| 1. Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина этой задачи и ее свойства. | ПК-1 |
| 1. Приведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. | ПК-1 |
| 1. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, теоремы Стеклова. | ПК-1 |
| 1. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула и метод Даламбера решения этой задачи. | ПК-1 |
| 1. Решение методом Даламбера задач о колебаниях полубесконечной и конечной струны. | ПК-1 |
| 1. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности.. | ПК-1 |
| 1. Дельта-функция Дирака.. | ПК-1 |

* + 1. **Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-1**

1. В стержне длины  задано начальное распределение температуры  при нулевой температуре на концах. Каково будет это распределение, если оставить стержень свободно охлаждаться?
2. Струне с жестко закрепленными концами длины *l* сообщается начальное распределение

скоростей:. Найти её колебания при , если начальное отклонение равно нулю..

1. На струну с жестко закрепленными концами с некоторого момента времени, принимаемого за

начальный начинает действовать непрерывно распределенная сила с линейной плотностью . Найти вынужденные колебания струны.

4. Решить уравнение Лапласа  в круге  при граничном условии:

, где угол .

5.Основные типы уравнений математической физики.

1. Основные типы граничных условий.
2. Задача Коши с волновым уравнением на прямой.
3. Формула Даламбера.

− Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля.

− Схема метода Фурье.

* + 1. **Типовые задания контрольных работ для оценки сформированности компетенции ПК-1**

*Пример типового задания для контрольной работы 1*

1. Определить тип уравнения .

2. Найти решение задачи Коши для бесконечной струны при , ,

..

3. Найти решение задачи Коши для полубесконечной струны при , . , .

4. На струну с жестко закрепленными концами с некоторого момента времени, принимаемого за начальный, начинает действовать непрерывно распределенная сила с линейной плотностью . Найти вынужденные колебания струны.

5. Найти закон свободных колебаний однородной струны длины  с жестко закрепленными концами, если в начальный момент времени она представляла квадратичную параболу высоты , симметричную относительно перепендикуляра к середине струны. Начальные скорости равны нулю.

*Пример типовых заданий для контрольной работы 2 (оценка формирования ПК-1)*

1. Найти свободные колебания закреплённой по краям прямоугольной мембраны:

, при  и условиях , ..

2. Найти распределение тепла в прямоугольной пластине ,  при нулевой

температуре по краям и и начальной .

3. Найти распределение тепла в прямоугольной пластине ,  при нулевой

температуре по краям и . Начальная температура .

4.Решить уравнение Лапласа  в прямоугольнике ,  при

граничных условиях:  и .

5. Решить уравнение Лапласа  в круге при граничном условии:

 с .

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М: Наука, 1977.(60 экз. в биб-ке ННГУ)

2. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. - Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для студентов ун-тов. ‑ М.: Наука , 1980. (более 130 экз. в биб-ке ННГУ)

3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных. – М.: Высшая школа, 1970. (80 экз. в биб-ке ННГУ)

б) дополнительная литература:

1. Дерендяев Н.В., Калинин А.В. Проекционный метод Фурье. 2012. 76с. Электронное

учебно-методическое пособие. Рег.№ 523.12.08. Фонд образовательных электронных

ресурсов ННГУ.. URL: режим доступа <http://www.unn.ru/books/resources.html>. и

режим доступа <http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/derk.pdf>

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.- М: Наука, 1988. (57 экз. в биб-ке ННГУ)

3. Владимиров В.С, Жаринов В.В. Уравнения математической физики. ‑ М.: Физматлит, 2008. – Электронная библиотека технического ВУЗа ЭБС "Консультант студента", UTL: режим доступа <http://www.studentlibrary.ru/>

4. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.- 1979 г. (63 экз в биб-ке ННГУ)

в) Интернет-ресурсы

1. Научная электронная библиотека режим доступа <http://elibrary.ru/>

**7.Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Автор (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_проф. Дерендяев Н.В

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ТУиДС, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Осипов Г.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 02.06.2021 года, протокол № 8.