

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ

протокол от
« » 20__ г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная физика

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2021 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.01, Математический анализ относится к обязательной части ОПОП направления подготовки 03.03.02 Физика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Знания: ОПК-1.2: Умения: ОПК-1.3: Навыки:	ОПК-1.1: Знать основные понятия, теоремы и методы дифференциального, интегрального исчисления и теории числовых и функциональных рядов, рядов степенных и Фурье. ОПК-1.2: Уметь работать с пределами последовательностей и функций, исследовать функции на непрерывность и дифференцируемость, строить графики функций, вычислять интегралы определенных типов, исследовать характер сходимости функциональных рядов, раскладывать функции в степенные ряды и ряды Фурье. ОПК-1.3: Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.	Собеседование и задачи (практические задания)

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость	13
Часов по учебному плану	468
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	144
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	128
- КСР	4
самостоятельная работа	120
Промежуточная аттестация	72 экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	очная	очная	очная	очная	очная	очная
Тема 1. Введение	24	4	10	0	14	10
Тема 2. Числовые последовательности	36	14	10	0	24	12
Тема 3. Предел и непрерывность функции одного переменного	40	16	10	0	26	14
Тема 4. Дифференцируемость функции одной переменной. Приложения дифференциального исчисления.	40	16	10	0	26	14
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	42	16	12	0	28	14
Тема 6. Приложения интегрального исчисления.	40	14	12	0	26	14
Тема 7. Функции многих переменных	62	24	24	0	48	14
Тема 8. Ряды	54	20	20	0	40	14
Тема 9. Ряды Фурье	54	20	20	0	40	14
Аттестация	72					
КСР	4				4	

Итого	468	144	128	0	276	120
-------	-----	-----	-----	---	-----	-----

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 16 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

- 1) Аксиоматика множества действительных чисел.
- 2) Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
- 3) Бесконечно малые последовательности.
- 4) Теоремы о пределах последовательностей.
- 5) Лемма Кантора о вложенных отрезках.
- 6) Лемма Больцано – Вейерштрасса об ограниченных последовательностях.
- 7) Последовательности: частичные пределы.
- 8) Критерий Коши сходимости последовательностей.
- 9) Лемма Гейне-Бореля.
- 10) Критерий Коши существования предела.
- 11) Теорема о пределах функций.
- 12) Бесконечно малые функции: свойства, сравнение, шкала бесконечно малых.
- 13) Пределы монотонных функций.
- 14) Замечательные пределы.
- 15) Функции непрерывные в точке и их свойства.
- 16) Первая и вторая теоремы Больцано – Коши для непрерывных функций.
- 17) Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.

- 18) Производная: формула приращения функции. Связь с непрерывностью.
- 19) Существование и непрерывность обратной функции.
- 20) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
- 21) Дифференциал функции: геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала и непрерывность формы второго дифференциала.
- 22) Формы остаточного члена формулы Тейлора.
- 23) Теорема Ферма, Роля и Лагранжа.
- 24) Производные первого и второго порядка от сложных функций, обратных, заданных параметрически.
- 25) Теорема Дарбу для дифференцируемых функций. Теорема Коши.
- 26) Экстремумы функции: необходимые и достаточные условия.
- 27) Выпуклость функции. Точки перегиба.
- 28) Подстановки Эйлера при вычислении неопределенных интегралов.
- 29) Интегрирование рациональных выражений.
- 30) Признаки Абеля – Дирихле сходимости несобственных интегралов.
- 31) Суммы Дарбу и их свойства. Теорема Дарбу.
- 32) Интегрирование дифференциального бинома.
- 33) Интегрируемость различного класса функций.
- 34) Методы вычисления определенных интегралов.
- 35) Неопределенный интеграл: свойства и методы вычисления.
- 36) Элементарные свойства определенных интегралов.
- 37) Теорема о среднем значении.
- 38) Интеграл как функция верхнего предела.
- 39) Формула длины дуги. Площадь поверхности вращения.
- 40) Площадь плоской фигуры.
- 41) Площадь области, ограниченной контуром Жордана.
- 42) Объем тела.
- 43) Необходимые и достаточные условия интегрируемости.
- 44) Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость.
- 45) Метрические пространства. Пределы последовательности точек в них.
- 46) Свойства сходящихся последовательностей в метрических пространствах.
- 47) Предел функции нескольких переменных. (Предел, предел по множеству, повторные пределы.)
- 48) Непрерывность функции нескольких переменных. Определение, свойства.
- 49) Частные производные и дифференцируемость функции. Формула Лагранжа.
- 50) Дифференцируемость функции двух переменных и существование касательной плоскости.
- 51) Формула Тейлора для функции многих переменных.
- 52) Существование и непрерывность неявной функции.
- 53) Экстремумы функций n переменных.
- 54) Условный экстремум.
- 55) Числовые ряды: общие понятия, критерий Коши. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости.
- 56) Несобственные интегралы, зависящие от параметра; их свойства.
- 57) Собственные интегралы, зависящие от параметра; свойства.
- 58) Знакопостоянные ряды: основная теорема сходимости, принципы сравнения.
- 59) Интегральный признак Коши - Маклорена.

- 60) Признаки сходимости Коши и Деламбера.
- 61) Признак сходимости Раабе.
- 62) Абсолютная сходимость рядов.
- 63) Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов. Признаки Абеля и Дирихле.
- 64) Ассоциативность рядов.
- 65) Признак эквивалентности для знакопостоянных и знакопеременных рядов.
- 66) Коммутативность рядов. Теорема Римана.
- 67) Умножение рядов.
- 68) Бесконечные произведения.
- 69) Теорема Куммера.
- 70) Операции над степенными рядами.
- 71) Разложение функций в степенные ряды.
- 72) Характер сходимости степенных рядов.
- 73) Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.
- 74) Полнота основной тригонометрической системы.
- 75) Свойства суммы равномерно сходящихся рядов.
- 76) Аналитические функции и их свойства.
- 77) Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
- 78) Степенные ряды. 1-ая теорема Абеля. Область сходимости.
- 79) Гамма-функция. Свойства, график.
- 80) Интеграл Фурье.
- 81) Теоремы о малости коэффициентов Фурье.
- 82) Интегрируемость рядов Фурье.
- 83) Равномерная сходимость ряда Фурье.
- 84) Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.
- 85) Ряды Фурье в комплексной форме.
- 86) Ряды Фурье по системе ортогональных функций, тригонометрические ряды Фурье.
- 87) Дифференцируемость рядов Фурье.
- 88) Преобразование Фурье. Sin- и cos- преобразования.
- 89) Характеристическое свойство рядов Фурье.
- 90) Неравенство Бесселя для рядов Фурье.

Типовые задачи для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Задача 1 Тело массой m_0 кг падает с высоты H м и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности k кг/сек. Считая, что начальная скорость равна нулю, ускорение $g = 10$ м/сек², и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти кинетическую энергию тела.

Задача 2 Найти производную от $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin 1/x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Задача 3 При каких коэффициентах A и B справедлива при $x \rightarrow 0$ асимптотическая формула: $\operatorname{ctg} x = \frac{1+Ax^2}{x+Bx^3} + O(x^5)$

Задача 4

На какой высоте над центром круглого стола нужно поместить лампу, чтобы освещенность края была максимальной.

Задача 5

Сечение заполненного водой канала – равнобедренная трапеция. При каком наклоне φ боков «мокрый периметр» будет наименьшим, если площадь «живого сечения» воды в канале S , а уровень воды h .

Задача 6

Определить работу, совершенную при подъеме спутника с поверхности Земли на высоту H км. Масса спутника m тонн. Радиус Земли R км. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли считать равным 10 м/сек^2 .

Задача 7 Найти область определения и исследовать на непрерывность функцию:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + (-1)^n n}{x^2 + n^2}$$

Задача 8 Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x \operatorname{arctg} \beta x}{x^2} dx$$

Задача 9 Показать, что функция $f(x, y)$ имеет бесконечное множество максимумов и ни одного минимума:

$$f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$$

Задача 10 Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n/4}{n^p + \sin \pi n/4}$$

Задача 11 Разложить в ряд Фурье функцию:

$$f(x) = \frac{q \sin x}{1 - 2q \cos x + q^2}, \quad \text{где } |q| < 1$$

Задача 12 Найти треугольник данного периметра $2p$, который вращением вокруг одной из своих сторон образует тело наибольшего объема.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- 1) Ильин В.А., Садовничий В.А., Сенцов Б.Х. Математический анализ. Т. 1 М., МГУ. 1985 - 660 с. – 124 экз.; ч. 2. М., МГУ 1987. - 353 с. – 232 экз.

- 2) Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Высш. шк. т.1, 1988. - 712 с. – 378 экз.; т. 2. 1981. - 584 с. – 125 экз.
- 3) Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. М., Наука, 1984, - 592 с. – 132 экз.
- 4) Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. СПб.: МИФРИЛ, 1995. - 489 с. – 270 экз.

б) дополнительная литература:

- 1) Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс] : Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Асланов Р.М., Ли О.В., Мурадов Т.Р. - М. : Прометей, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html>
- 2) Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: Для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): М.И. Малкин, О.С. Костромина

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии
ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.