МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума ученого совета ННГУ

протокол от

«20» апреля 2021 г. № 1

Рабочая программа дисциплины

**Дискретная оптимизация**

Уровень высшего образования

|  |
| --- |
| **Бакалавриат** |

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Нижний Новгород

2018

1. **Место и цели дисциплины в структуре ОПОП.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **Место дисциплины в учебном плане образовательной программы** | **Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД** |
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) вариативная часть | Дисциплина Б1.В.ДВ.06.02 «Дискретная оптимизация» относится к вариативной части ОПОП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика |

Дисциплина «Дискретная оптимизация» является дисциплиной по выбору (Б1.В.ДВ.06.02), предназначена для освоения на 3 году обучения в 6 семестре.

**Целями освоения дисциплины** является формирование у студентов общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных (ПК) компетенций в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 01.03.02. – Прикладная математика и информатика. Содержание дисциплины направлено на освоение понятий и результатов целочисленного линейного программирования; формирование умений и навыков в решении задач; развитие навыков в постановке и решении практических задач.

Дисциплина является продолжением дисциплины Б1.В.ДВ.05.01 «Целочисленное линейное программирование»

В результате освоения дисциплины студенты должны

**Знать**:основные факты и методы решения задач дискретной оптимизации, теории систем линейных неравенств, теории систем линейных уравнений над кольцом целых чисел; уметь сводить задачи комбинаторной оптимизации к задачам целочисленного линейного программирования.

**Уметь:**решать задачи дискретной оптимизации методом отсечений, уметь описывать множества решений системы линейных неравенств, уметь решать системы линейных уравнений в целых числах, записывать по задачи целочисленного линейного программирования и решать задачу групповой минимизации методом динамического программирования; иметь представление о полиномиальном алгоритме нахождения решения систем линейных неравенств (метод эллипсоидов) и полиномиальном при фиксированной размерности алгоритме нахождения целочисленного решения системы линейных неравенств.

**Иметь** навыки в постановке и решении практических задач, сводящихся к задачам целочисленного линейного программирования.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю),** соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |
| --- | --- |
| *Формируемые компетенции*(код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции) | *Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций* |
| ОПК-2  способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии  (базовый этап) | З1 (ОПК-2) знания: знания и понятия алгоритмов решения задач дискретной оптимизации  У1 (ОПК-2) умения: решать задачи дискретной оптимизации изученными методами  В1 (ОПК-2) навыки:владение практическим опытом решения задач и алгоритмов дискретной оптимизации |
| ПК-1  способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям  (базовый этап) | *З1 (ПК-1)* **знания:**знание алгоритмов решения задач дискретной оптимизации  *У1 (ПК-1)* **умения и навыки:** умения решать основные задачи дискретной оптимизации  *В1 (ПК-1)* **владение:** владение практическим опытом решения задач и алгоритмов дискретной оптимизации |
| ПК-2  способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат  (базовый этап) | *З1 (ПК-2)* **знания:**знание основных методов решения задач дискретной оптимизации  *У1 (ПК-2)* **умения и навыки:** умение использовать математический аппарат при решении практических задач  *В1 (ПК-2)* **владение:** владение опытомиспользование основных методов дискретной оптимизации при решении практических задач |
| ПК-5  способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной  сети "Интернет" и в других источниках  (базовый этап) | З1(ПК-5) знания: знания о возможности применения задач дискретной оптимизации в научных и практических целях  У1 (ПК-5) умения: умение применять методы дискретной оптимизации в практической сфере: экономике, производстве и др.  В1 (ПК-5) владения: владение навыками поиска информации о новых технологических достижениях, необходимых для решения задач по оптимизации информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" |

**3. Структура и содержание дисциплины** «Дискретная оптимизация»

Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, всего 72 ч., из которых 33 ч. составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (16 ч. занятий лекционного типа, 16 ч. занятий семинарского типа, 1 час промежуточной аттестации), 39 ч. составляет самостоятельная работа обучающегося.

**Содержание дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№*  *п/п* | *Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),*  *форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)* | *Семестр* | *Часов* | | | | | | |
| *Всего* | *В том числе* | | | | | |
| *Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы*  *из них* | | | | | *Самостоятельная работа обучающегося* |
| *Занятия лекционного типа* | *Занятия семинарского типа* | *Занятия лабораторного типа* |  | *Всего* |
| *Очная* | *Очная* | *Очная* | *Очная* |  | *Очная* |
| 1. | **Задача групповой минимизации.**Асимптотическая (элементарная) задача целочисленного линейного программирования (прямая и двойственная). Их сведение к задаче групповой минимизации (ЗГМ). Решение ЗГМ методом динамического программирования. Построить ЗГМ в прямой и двойственной задачах. Провести сравнение отсечений. Решить методом динамического программирования.Контрольная работа №1. | 6 | 14 | 3 | 3 |  |  | 6 | 8 |
| 2. | **Методы отсечений.**Полностью целочисленные алгоритмы отсечений. 2-й и 3-й алгоритмы Гомори. Эффективные методы построения унимодулярной базы. Гибридные алгоритмы. Метод ветвей и границ.Контрольная работа №2. | 6 | 14 | 3 | 3 |  |  | 6 | 8 |
| 3. | **Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений.**Строение выпуклой оболочки целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений. Теорема Диксона. Полиэдральность множества целочисленных решений системы линейных неравенств. Свойство разделенности и его использование для построения верхних оценок числа крайних точек. Крайние точки в задаче групповой минимизации. Свойства, оценка их числа. Оценка числа крайних точек выпуклой оболочки неотрицательных решений системы линейных уравнений. Алгоритм решения двумерной задачи групповой минимизации. Нахождение всех крайних точек. Задача о рюкзаке, связь с задачей групповой минимизации. Оценки числа крайних точек. Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Свойство периодичности.Контрольная работа №3. | 6 | 16 | 3 | 3 |  |  | 6 | 10 |
| 4. | **Метод эллипсоидов.**Метод эллипсоидов. Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств. | 6 | 14 | 3 | 3 |  |  | 6 | 8 |
| 5. | **Приведенный базис целочисленной решетки.**Построение, свойства и применение приведенного базиса целочисленной решетки. Полиномиальный при фиксированной размерности алгоритм нахождения целочисленного решения системы линейных неравенств. | 6 | 13 | 3 | 3 |  |  | 6 | 7 |
|  | **В т.ч. текущий контроль** |  | 2 |  |  |  |  |  |  |
|  | **Промежуточная аттестация:** *зачет* | | | | | | | | |

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий практического типа. Промежуточный контроль осуществляется на зачете.

**4. Образовательные технологии.**

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

Лекционные занятия в основном проводятся в форме лекции-информации.Лекция-информация ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению (на самой лекции, и в ходе самостоятельной работы) и запоминанию. На практических занятиях разбираются решения практических задач, студенты самостоятельно решают задачи под контролем преподавателя, проверяются знания теоретического материала, полученного на лекциях.

В течение семестра студенты выполняют 3 контрольных работы (как правило, домашних).

**5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

**Виды самостоятельной работы студентов:**

* проработка теоретического материала лекционных занятий;
* подготовка домашних заданий к практическим занятиям;
* подготовка и выполнение письменных контрольных работ;
* подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.

5.1. Проработка теоретического материала лекционных занятий

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов, разобранных в литературе (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Контроль выполняется в форме проведения экспресс-опросов по понятиям, фактам, формулировкам, выполняемых на лекции. Экспресс-опрос оценивается оценками «Зачтено» – «Не зачтено».

5.2. Подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям

Домашние задания выдаются на практических занятиях.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого занятия. Используется две формы контроля:

– выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы;

– проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

5.3. Подготовка к выполнению письменных контрольных работ

В течение учебного семестра проводится три домашние контрольные работы по материалам всех разделов дисциплины.

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторить теоретических материал, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы.

5.4. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета

В качестве методических материалов при подготовке к зачету рекомендуется использовать собственные конспекты лекций и источники, рекомендованные в списке литературы раздела 7.

**6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

**Оценивание уровня сформированности компетенции** ОПК-2

Уровню сформированности компетенции ОПК-2дается экспертная оценка преподавателем. Оценка не исчисляется в баллах, а носит качественный характер. Уровень сформированности компетенции ОПК-2 можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Показатели обучения, характеризующие ОПК-2 — способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии* | *Показатели уровня формирования компетенции* | *Характеристика уровня формирования компетенции* |
| З1 (ОПК-2) знания: знания и понятия алгоритмов решения задач дискретной оптимизации  У1 (ОПК-2) умения: решать задачи дискретной оптимизации изученными методами  В1 (ОПК-2) навыки:владение практическим опытом решения задач и алгоритмов дискретной оптимизации | Отсутствие знанийбазового материала, отсутствие способности решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Недостаточный |
| Наличие грубых ошибок в основном материале,наличие грубых ошибок при решении стандартных задач,отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией | Низкий |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов, но со значительным количеством ошибок не грубого характера. Демонстрация умений на уровне У1 с рядом негрубых ошибок. Владение теоретическим материалом и стандартными методами В1 с непринципиальными ошибками | Умеренный |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов предметной области с рядом погрешностей. Демонстрация умений У1 с незначительными погрешностями, владения материалом В1 с рядом небольшими погрешностей | Достаточный |
| Знание З1 по всем разделам без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений У1. Владение материалом В1. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции** ПК-1

Уровню сформированности компетенции ПК-1дается экспертная оценка преподавателем. Оценка не исчисляется в баллах, а носит качественный характер. Уровень сформированности компетенции ПК-1 можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Показатели обучения, характеризующие ПК-1*  *способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям* | *Показатели уровня формирования компетенции* | *Характеристика уровня формирования компетенции* |
| *З1 (ПК-1)* **знания:**знание алгоритмов решения задач дискретной оптимизации  *У1 (ПК-1)* **умения и навыки:** умения решать основные задачи дискретной оптимизации  *В1 (ПК-1)* **владение:** владение практическим опытом решения задач и алгоритмов дискретной оптимизации | Отсутствие знанийбазового материала, отсутствие способности решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Недостаточный |
| Наличие грубых ошибок в основном материале,наличие грубых ошибок при решении стандартных задач,отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией | Низкий |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов, но со значительным количеством ошибок не грубого характера. Демонстрация умений на уровне У1 с рядом негрубых ошибок. Владение теоретическим материалом и стандартными методами В1 с непринципиальными ошибками | Умеренный |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов предметной области с рядом погрешностей. Демонстрация умений У1 с незначительными погрешностями, владения материалом В1 с рядом небольшими погрешностей | Достаточный |
| Знание З1 по всем разделам без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений У1. Владение материалом В1. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции** ПК-2

Уровню сформированности компетенции ПК-2 дается экспертная оценка преподавателем. Оценка не исчисляется в баллах, а носит качественный характер. Уровень сформированности компетенции ПК-2 можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Показатели обучения, характеризующие ПК-2*  *способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат* | *Показатели уровня формирования компетенции* | *Характеристика уровня формирования компетенции* |
| *З1 (ПК-2)* **знания:**знание основных методов решения задач дискретной оптимизации  *У1 (ПК-2)* **умения и навыки:** умение использоватьматематический аппарат при решении практических задач  *В1 (ПК-2)* **владение:** владение опытомиспользование основных методов дискретной оптимизации при решении практических задач | Отсутствие знанийбазового материала, отсутствие способности решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Недостаточный |
| Наличие грубых ошибок в основном материале,наличие грубых ошибок при решении стандартных задач,отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией | Низкий |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов, но со значительным количеством ошибок не грубого характера. Демонстрация умений на уровне У1 с рядом негрубых ошибок. Владение теоретическим материалом и стандартными методами В1 с непринципиальными ошибками | Умеренный |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов предметной области с рядом погрешностей. Демонстрация умений У1 с незначительными погрешностями, владения материалом В1 с рядом небольшими погрешностей | Достаточный |
| Знание З1 по всем разделам без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений У1. Владение материалом В1. | Высокий |

**Оценивание уровня сформированности компетенции** ПК-5

Уровню сформированности компетенции ПК-5дается экспертная оценка преподавателем. Оценка не исчисляется в баллах, а носит качественный характер. Уровень сформированности компетенции ПК-5 можно охарактеризовать терминами: «недостаточный», «низкий», «умеренный», «достаточный», «высокий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Показатели обучения, характеризующие ПК-5*  *способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в информационно-телекоммуникационной сети* "*Интернет" и в других источниках* | *Показатели уровня формирования компетенции* | *Характеристика уровня формирования компетенции* |
| З1(ПК-5) знания: знания о возможности применения задач дискретной оптимизации в научных и практических целях  У1 (ПК-5) умения: умение применять методы дискретной оптимизации в практической сфере: экономике, производстве, телекоммуникациях  В1 (ПК-5) владения: владение навыками поиска информации о новых технологических достижениях, необходимых для решения задач оптимизации в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" | Отсутствие знанийбазового материала, отсутствие способности решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией. | Недостаточный |
| Наличие грубых ошибок в основном материале,наличие грубых ошибок при решении стандартных задач,отсутствие основных навыков, предусмотренных данной компетенцией | Низкий |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов, но со значительным количеством ошибок не грубого характера. Демонстрация умений на уровне У1 с рядом негрубых ошибок. Владение теоретическим материалом и стандартными методами В1 с непринципиальными ошибками | Умеренный |
| Знаниеосновных понятий, фактов и методов предметной области с рядом погрешностей. Демонстрация умений У1 с незначительными погрешностями, владения материалом В1 с рядом небольшими погрешностей | Достаточный |
| Знание З1 по всем разделам без ошибок и погрешностей. Демонстрация умений У1. Владение материалом В1. | Высокий |

**6.2. Описание шкал оценивания**

Ниже в форме таблицы приведена шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета.

**Шкала оценивания при промежуточной аттестации в форме зачета**

|  |  |
| --- | --- |
| Зачтено | выполнены задания самостоятельных и контрольных работ за семестр, студент владеет теоретическим материалом |
| Незачтено | не выполнены задания самостоятельных и контрольных работ за семестр, студент не владеет теоретическим материалом |

**6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций**

**Технологии оценивания результатов обучения в виде знаний и отдельных умений**

* Контроль знаний и умений на практических занятиях (результат оценивается по двубальной шкале) – для проверки З1, У1 (ОПК2), З1, У1 (ПК1),З1, У1 (ПК2), З1, У1 (ПК5).

**Технологии оценивания результатов обучения в виде умений и владений**

* Письменные контрольные работы– для проверки У1, В1 (ОПК2), У1, В1 (ПК1), У1, В1 (ПК2), У1, В1 (ПК5).

**Критерии оценок выполнения контрольных работ**

(каждая задача оценивается в 2 балла)

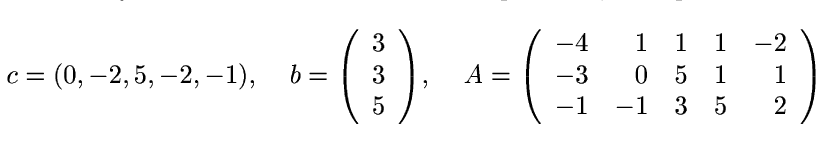
|  |  |
| --- | --- |
| Решена полностью | 2 |
| Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами | 1,5 |
| Решена задача наполовину | 1 |
| Сделан первый этап в решении задачи | 0,5 |
| Нет решения | 0 |

**Суммарная оценка выполнения контрольной работы и**

**домашнего практического задания**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Количество баллов** | **Оценка** | **Оценка** |
| 4 | Отлично | Зачтено |
| 3,5 | Очень хорошо |
| 3 | Хорошо |
| 2-2,5 | Удовлетворительно |
| 0,5-1,5 | Неудовлетворительно | Не зачтено |
| 0 | Плохо |

**Типовые задания для контрольных работ**

Каждый студент получает свой комплект данных (например, это могут быть данные, полученные при прохождении дисциплины «Целочисленное программирование»). 

**Контрольная работа № 1**. Для ЗЦЛП max*сх* при ограничениях *Ax* = *b*,*x* ≥ 0, *x* ∈ **Z** построить элементарные прямую и двойственную задачи и решить их методом динамического программирования.

**Контрольная работа № 2**. Методами, разобранными на лекциях, решить ЗЦЛП max*сх* при ограничениях *Ax* = *b*, *x* ∈ **Z.**

**Контрольная работа № 3**. Найти все вершины полиэдра ограничений прямой и двойственной задач линейного и целочисленного линейного программирования.

**Список вопросов для зачета**

1. Задача групповой минимизации. Асимптотическая (элементарная) задача целочисленного линейного программирования (прямая и двойственная). Их сведение к задаче групповой минимизации (ЗГМ).
2. Решение ЗГМ методом динамического программирования.
3. 2-й и 3-й алгоритмы Гомори. Эффективные методы построения унимодулярной базы.
4. Гибридные алгоритмы.
5. Метод ветвей и границ.
6. Выпуклая оболочка целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений. Строение выпуклой оболочки целочисленных решений системы линейных уравнений, неравенств и сравнений.
7. Полиэдральность множества целочисленных решений системы линейных неравенств.
8. Свойство разделенности и его использование для построения верхних оценок числа крайних точек.
9. Крайние точки в задаче групповой минимизации. Свойства, оценка их числа. Оценка числа крайних точек выпуклой оболочки неотрицательных решений системы линейных уравнений.
10. Алгоритм решения двумерной задачи групповой минимизации. Нахождение всех крайних точек.
11. Задача о рюкзаке, связь с задачей групповой минимизации. Оценки числа крайних точек.
12. Решение задачи о рюкзаке методом динамического программирования. Свойство периодичности.
13. Полиномиальный алгоритм нахождения рационального решения системы линейных неравенств (метод эллипсоидов).
14. Приведенный базис целочисленной решетки. Полиномиальный при фиксированной размерности алгоритм нахождения целочисленного решения системы линейных неравенств.
    1. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

<http://www.unn.ru/site/images/docs/obrazov-org/Formi_stroki_kontrolya_13.02.2014.pdf> Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) Основная литература:

1. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. – Нижний Новгород: изд-во ННГУ, 2005. <http://www.uic.unn.ru/~zny/lp/Materials/book/lp2005_SomePages.pdf>

б) Дополнительная литература:

1. Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи М.: Физматлит. 2011. <https://e.lanbook.com/book/2097>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оборудованные мультимедийной техникой (компьютер, проектор, экран). Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в электронных библиотеках.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Шевченко В.Н.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Зав кафедрой АГиДМ, д.ф.м.н., проф. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 24.02.2021 года, протокол № 5.